

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA E CIÊNCIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JOÃO DE OLIVEIRA DORTA FILHO

**DIMENSIONAMENTO AUTOMÁTICO DE VIGAS PRÉ-FABRICADAS
COM PROTENSÃO ADERENTE**

MARINGÁ
2020

JOÃO DE OLIVEIRA DORTA FILHO

**DIMENSIONAMENTO AUTOMÁTICO DE VIGAS PRÉ-
FABRICADAS COM PROTENSÃO ADERENTE**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Dr. Rafael Alves de Souza

MARINGÁ
2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

D719d

Dorta Filho, João de Oliveira

Dimensionamento automático de vigas pré-fabricadas com protensão aderente / João de Oliveira Dorta Filho. -- Maringá, PR, 2020.

148 f.: il. color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2020.

1. Concreto protendido - Protensão. 2. Vigas pré-fabricadas - Dimensionamento computacional - Construção civil. 3. Concreto protendido - Pré-tração - Construção civil. 4. Construção civil - Uso de softwares. I. Souza, Rafael Alves de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 23.ed. 624.1834

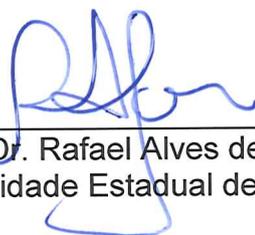
JOÃO DE OLIVEIRA DORTA FILHO

**DIMENSIONAMENTO AUTOMÁTICO DE VIGAS PRÉ-FABRICADAS
COM PROTENSÃO ADERENTE**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Aprovado em: 28/02/2020

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Rafael Alves de Souza
Universidade Estadual de Maringá



Prof. Dr. Leandro Vanalli
Universidade Estadual de Maringá



Prof. Dr. Roberto Buchaim
Universidade Estadual de Londrina

Aos meus pais **João** e **Elna**, pelas
oportunidades concebidas. Pelo amor
incondicional das minhas irmãs **Juliana** e
Jordana.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, pela saúde e perseverança concebida ao longo desta jornada.

A todos meus **familiares**, que me deram apoio durante esta pesquisa.

A minha namorada, **Desirée**, pelo amor, paciência, compreensão e incentivo durante a realização deste trabalho.

Ao professor, Doutor **Rafael Alves de Souza**, que acreditou na minha capacidade para desenvolvermos este trabalho, disponibilizando sabedoria, experiência e tempo para chegarmos a este momento.

Aos meus **alunos** do curso de Engenharia Civil da Universidade Filadélfia (Unifil) e **profissionais** da área de Engenharia Estrutural, em especial, o engenheiro **Marcos Camargo**, que me incentivou a todo momento na busca do conhecimento para o tema escolhido.

DORTA FILHO, João de Oliveira. **Dimensionamento Automático de Vigas Pré-Fabricadas com Protensão Aderente**. 2020. Dissertação de mestrado (Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.

RESUMO

O dimensionamento computacional e automático de vigas pré-fabricadas com protensão aderente é a forma mais eficiente de efetuar cálculos repetitivos e iterativos que estes elementos apresentam. Aborda-se neste trabalho o desenvolvimento de *software* auxiliar para análise de vigas protendidas com armadura reta aderente (elementos pré-tracionados em pistas) sob esforços de momentos fletores e forças cortantes. Adotou-se a linguagem *C-Sharp (C#)* na confecção da lógica computacional, obtendo interface gráfica de fácil manipulação. Com isso, verificou-se três possíveis níveis de protensão: parcial, limitada e completa, os quais foram pré-dimensionados atendendo aos Estados Limites de Serviço (ELS) e verificados contra o colapso em Estado Limite Último (ELU). Demonstrou-se as vantagens e desvantagens dos sistemas protendidos, conceitos de força de protensão, queda de protensão imediatas e progressivas, caracterização dos materiais, verificações de zonas de introdução da força de protensão e sua influência no dimensionamento de estribos quando o elemento está submetido a forças cortantes. Deste modo, atendeu-se as prescrições normativas nacionais, em especial NBR 6118:2014, e internacionais. Buscou-se validar o *software* confrontando os valores obtidos com processos analíticos já consagrados mediante um estudo de caso, bem como resultados obtidos por programas já existentes, garantindo a confiabilidade e aplicabilidade dos resultados encontrados. Por fim, buscou-se avaliar de maneira paramétrica as tendências do comportamento das perdas de protensão, flechas finais e custo dos materiais para confecção de vigas quando dimensionadas com diferentes resistências do concreto.

Palavras-Chaves: concreto protendido, pré-fabricado, protensão, pré-tração, pistas de protensão.

DORTA FILHO, João de Oliveira. **Automatic Design of Prestressed Precast Beam**. 2020. Dissertação de mestrado (Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.

ABSTRACT

The automatic design of prestressed precast beams has become the main way of performing repetitive and iterative calculations of these elements. In this paper, the development of auxiliary software for analysis of prestressed beams under stresses of bending moments and shearing forces is discussed. To compile the computational logic, the C-Sharp (C #) language was used, obtaining a graphical interface which facilitates for user manipulation. There are three possible levels of prestressed concrete: partial, limited and complete, in which they are pre-dimensioned considering the Service Limit States (SLS) and verified their safety against the collapse in the Ultimate Limit State (ULS). The advantages and disadvantages of the prestressed concrete systems, pretension strength concepts, immediate or progressive losses, characterization of materials, verification of prestressed forces, introduction zones and analogy of struts and ties were demonstrated for dimensioning of stirrups, responsible for avoiding non-conformities of the forces. In this way, international and national standards such as NBR 6118: 2014 were met. To validate the software by comparing the values obtained with analytical processes already established through a case study, guaranteeing the veracity and applicability of the results found. Finally, evaluating are made of parametrically the trends in the behavior of prestressing losses, final displacements and cost of materials for making beams when dimensioned with different concrete strengths.

Keywords: prestressed concrete, precast, concrete design, automatic design.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Seções transversais usualmente utilizadas na confecção de vigas pré-fabricadas protendidas com armadura aderente. Da esquerda para direita: retangular; “T”; duplo “T” sem mísulas; duplo “T” com mísulas.	17
Figura 2 – Pistas de protensão aderente.....	23
Figura 3 – Representação esquemática de viga pré-fabricada contemplando cabo de cordoalhas aderentes em corte longitudinal.....	27
Figura 4 – Representação esquemática de viga pré-fabricada contemplando monocordoalhas engraxadas (Pós-tração – sem aderência) em corte longitudinal	29
Figura 5 – Esquema de uma pista de protensão típica.....	30
Figura 6 – Seções transversais tipicamente utilizadas na confecção de elementos pré-fabricados com armadura aderente.	31
Figura 7 – Desenvolvimento da força de ancoragem	43
Figura 8 – Distribuição das tensões em bloco centrado	47
Figura 9 – Operação de estiramento das armaduras protendidas	53
Figura 10 – Transferência da protensão	54
Figura 11 – Carga de serviço.....	55
Figura 12 – Convenção de sinais e deformações na seção transversal.....	56
Figura 13 – Dados da seção ideal com n camadas de armadura protendida e m camadas de armadura passiva.....	58
Figura 14 – Carga de Ruptura.....	59
Figura 15 – Equilíbrio de forças para seção retangular	60
Figura 16 – Equilíbrio de forças para seção tipo “T”	63
Figura 17 – Resistência no estado multiaxial de tensões	72
Figura 18 – Diagrama tensão-deformação idealizado	76
Figura 19 – Diagrama tensão-deformação para carregamentos a compressão para concreto de alto desempenho de acordo com boletim 42 da fib.....	78
Figura 20 – Diagrama de tensão-deformação bilinear de tração para concreto	79
Figura 21 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.....	82
Figura 22 – Diagrama tensão-deformação característico e de cálculo dos aços protendidos	83
Figura 23 – Diagrama de tensão-deformação para cordoalhas de 7 fios e relaxação do aço protendido	84

Figura 24 – Relaxação do aço	85
Figura 25 – Fluência do aço	86
Figura 26 – Fluxograma esquemático para dados de entrada.....	90
Figura 27 - Roteiro de cálculo para pré-dimensionamento em serviço (ELS).....	91
Figura 28 – Verificação na Estado Limite Último (ELU).....	92
Figura 29 – Layout geral do <i>software PRÉ-CALC</i>	93
Figura 30 – Atalhos e barra de ferramentas do <i>software PRÉ-CALC</i>	94
Figura 31 – Aba para escolha do nível de protensão.....	95
Figura 32 – Aba para escolha da seção transversal	96
Figura 33 – Aba para carregamentos e vão livre da viga	97
Figura 34 – Aba com parâmetros do concreto.....	98
Figura 35 – Aba com parâmetros do aço protendido e passivo.....	99
Figura 36 – Exemplo do memorial de cálculo extraído em PDF do <i>software</i> auxiliar	100
Figura 37 – Viga exemplar pré-fabricada contemplando armadura protendida aderente	103
Figura 38 – Viga extraída através do <i>software</i> auxiliar.....	120
Figura 39 – Envoltória de segurança para viga V1 do anexo.....	121
Figura 40 – Envoltórias de segurança para vigas V2 a V7 do anexo.	122
Figura 41 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica.	125
Figura 42 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica.	127
Figura 43 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica.	129
Figura 44 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica para concretos C25 e C90.....	132
Figura 45 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica para concretos C25 e C45.....	133
Figura 46 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica para concretos C60 e C90.....	134
Figura 47 – Gráfico de deslocamentos na seção central das vigas simplesmente apoiadas.	135
Figura 48 – Estimativa em reais para confecção de vigas protendidas pré-tracionadas.	137

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Objetivos específicos e ações metodológicas	21
Tabela 2 – Tabela referente a exigência e durabilidade da estrutura relacionada a fissuração e à proteção da armadura.....	32
Tabela 3 – Classe de agressividade ambiental.....	34
Tabela 4 – Espaçamentos mínimos em casos de pré-tração.....	42
Tabela 5 – Valores do coeficiente γ_{f2}	48
Tabela 6 – Combinações para Estado Limite de Serviço (ELS)	49
Tabela 7 – Combinações para Estado Limite Último (ELU)	50
Tabela 8 – Combinações para Estado Limite Último (ELU)	52
Tabela 9 – Classe e resistência do concreto	69
Tabela 10 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (Considerando o uso de granito como agregado graúdo).....	74
Tabela 11 – Módulo de Elasticidade e deformações limites para concreto classe I (MC-2010).....	77
Tabela 12 – Módulo de Elasticidade e deformações limites para concreto classe II (MC-2010).....	78
Tabela 13 – Valores característicos superiores da deformação específica de retração e do coeficiente de fluência	80
Tabela 14 – Valores de Ψ_{1000} em porcentagem	85
Tabela 15 – Resumo para relaxação de aço de acordo com NBR 7482:2008 e NBR 7483:2008.....	86
Tabela 16 – Resumo de propriedades geométrica para seções ideais	110
Tabela 17 – Tabela de vigas ensaiadas para diferentes taxas de armaduras e resistências do concreto	142
Tabela 18 – Tabela contemplando custos unitários para produção de vigas com diferentes taxas geométricas de protensão e f_{ck}	144

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAA	Classe de agressividade ambiental
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
CP	Concreto protendido
A_p	Área transversal do cabo resultante
A_c	Área da seção transversal do concreto
b_f	Largura da mesa de uma viga
b_w	Largura da alma de uma viga
d	Altura útil
e	Excentricidades da armadura ativa
E_{ci}	Módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangencial inicial do concreto, referindo-se sempre ao módulo cordal
E_{cs}	Módulo de deformação secante do concreto
$E_{ci}(t_0)$	Módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto no instante t_0
E_{ci28}	Módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto aos 28 dias
E_p	Módulo de elasticidade do aço de armadura ativa
E_s	Módulo de elasticidade do aço de armadura passiva
I_c	Momento central de inércia na seção de concreto
k	Núcleo central de inércia
x	Posição da linha neutra
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto
f_{ct}	Resistência do concreto à tração direta
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração direta do concreto
$f_{ct,fl}$	Resistência do concreto à tração na flexão
$f_{ct,SP}$	Resistência do concreto à tração indireta
f_y	Resistência ao escoamento do aço de armadura passiva
f_{pt}	Resistência à tração do aço de armadura ativa
f_{py}	Resistência ao escoamento do aço de armadura ativa

t_0	Idade do concreto a ser carregado, na pré-tração geralmente aos 7 dias
ε_{c2}	Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
ε_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
α_p	Relação entre E_p e E_{ci}
σ_c	Tensão no concreto
$\sigma_c(t_0)$	Tensão inicial no concreto ao nível da armadura decorrente da protensão e das cargas permanentes (e quase permanentes) introduzidas na data t_0
σ_{pi}	Tensão na armadura ativa imediatamente após a aplicação da protensão
$\Delta\sigma_p$	Varição devida à perda de protensão
$\sigma_p(t_0)$	Tensão no aço de protensão após as perdas imediatas
$\chi(t, t_0)$	Coefficiente de fluência do aço
$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$	Retração no instante t , descontada a retração ocorrida até o instante t_0
$\psi(t, t_0)$	Relaxação do aço no instante t para protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0
ρ_p	Taxa geométrica da armadura de protensão
$\phi(t, t_0)$	Coefficiente de fluência do concreto
$\phi_p(t, t_0)$	Coefficiente de fluência do aço de protensão

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. JUSTIFICATIVA	18
1.2. OBJETIVOS GERAIS	19
1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
1.4. METODOLOGIA	19
2. VIGAS PRÉ-FABRICADAS COM PROTENSÃO ADERENTE	23
2.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	24
2.1.1. Elementos Pré-Fabricados Protendidos	24
2.1.2. Tipos de Protensão	26
2.1.2.1. Pós-Tração com armadura aderente	26
2.1.2.2. Pós-Tração com armadura sem aderência.....	28
2.1.2.3. Pré-Tração	29
2.1.3. Classificação Dos Níveis de Protensão Segundo NBR 6118:2014	31
2.1.4. Perdas de Protensão na Pré-Tração em Vigas Pré-Fabricadas	34
2.1.4.1. Perdas imediatas	35
2.1.4.2. Perdas progressivas	38
2.1.5. Espaçamentos e Ancoragens das Armaduras em Pré-Tração	41
2.1.6. Zona de Introdução Da Força de Protensão em Pré-tração	45
2.1.7. Definição para Estado Limite de Serviço (ELS)	47
2.1.8. Definição para Estado Limite Último (ELU)	51
2.1.9. Verificação em Vazio para Vigas Pré-Fabricadas Protendidas	53
2.1.9.1. Verificação simplificada segundo NBR 6118:2014.....	54
2.1.10. Verificação em Estado Limite de Serviço (ELS) – Flexão Simples	54
2.1.10.1. Força de protensão e caracterização geométrica da seção transversal	55
2.1.11. Verificação em Estado Limite Último (ELU)	59
2.1.11.1. Flexão – Posição da linha neutra e equilíbrio de forças	60
2.1.11.2. Força Cortante	65
2.2. COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS	69
2.2.1. Concreto (Classes I e II)	69
2.2.1.1. Massa específica.....	70
2.2.1.2. Coeficiente de dilatação térmica	70
2.2.1.3. Resistência à compressão	70
2.2.1.4. Resistência à tração	71
2.2.1.5. Resistência no estado multiaxial de tensões.....	72
2.2.1.6. Módulo de elasticidade.....	73
2.2.1.7. Coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal	75

2.2.1.8.	Diagrama tensão-deformação (compressão)	76
2.2.1.9.	Diagrama tensão-deformação (tração)	79
2.2.1.10.	Retração e Fluência	79
2.2.2.	Aço passivo (CA-50 e CA-60).....	81
2.2.2.1.	Categoria	81
2.2.2.2.	Tipo de superfície aderente	81
2.2.2.3.	Massa específica.....	81
2.2.2.4.	Coeficiente de dilatação térmica	81
2.2.2.5.	Módulo de elasticidade.....	81
2.2.2.6.	Diagrama tensão-deformação e resistência ao escoamento e à tração	81
2.2.2.7.	Características de ductilidade.....	82
2.2.3.	Armadura protendida (Fios, Barras e Cordoalhas).....	82
2.2.3.1.	Massa específica.....	82
2.2.3.2.	Coeficiente de dilatação térmica	82
2.2.3.3.	Módulo de elasticidade.....	83
2.2.3.4.	Diagrama tensão-deformação.....	83
2.2.3.5.	Característica de ductilidade	84
2.2.3.6.	Resistência à fadiga	84
2.2.3.7.	Relaxação do aço.....	84
3.	METODOLOGIA PARA DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL	88
4.	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	93
4.1.	ESTRUTURA GERAL DO PROGRAMA.....	93
4.2.	INTERFACE DO <i>SOFTWARE PRÉ-CALC</i>	95
4.2.1.	Escolha do Nível de Protensão	95
4.2.2.	Introdução Da Seção Transversal.....	96
4.2.3.	Dados de Carregamentos e Vão Livre.....	97
4.2.4.	Propriedades dos Materiais (Concreto, aço passivo e aço protendido).....	98
4.2.5.	Memorial de Cálculo.....	100
4.3.	DELIMITAÇÃO DO <i>SOFTWARE</i>	101
5.	ESTUDO DE CASOS	103
5.1.	EXEMPLO PARA SEÇÃO RETANGULAR	103
6.	ANÁLISES PARAMÉTRICA UTILIZANDO O PROGRAMA PRÉ-CALC	123
7.	CONCLUSÕES.....	139
8.	ANEXOS.....	142
9.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	147

1. INTRODUÇÃO

Em consequência do avanço da tecnologia e a busca incessante por inovações no setor da construção civil, indústrias de elementos pré-fabricados com armaduras protendidas alcançaram destaque, apresentando vantagens relacionados a prazos e controles mais rigorosos de qualidade. Trata-se da racionalização do processo da construção civil.

Por apresentar a velocidade construtiva como sua principal característica, os elementos pré-fabricados são frequentemente preparados em moldes previamente estabelecidos com a cura acelerada do concreto em ambiente controlado. Dentre os vários benefícios fornecidos pela modernização e industrialização das construções, pode-se destacar: menores tempos de execução, redução dos desperdícios dos materiais, menores custos em canteiros e a padronização dos processos construtivos.

Sendo assim, os processos de produção para elementos pré-fabricados podem ser classificados por meio das seguintes etapas: escolha da matéria prima, setores de montagens e modelagens, zonas de acabamentos, transportes e pátios de armazenamento. Estas etapas visam minimizar atividades que não agregam valores no processo construtivo tais como, o manuseio inadequado e o desperdício de matéria prima.

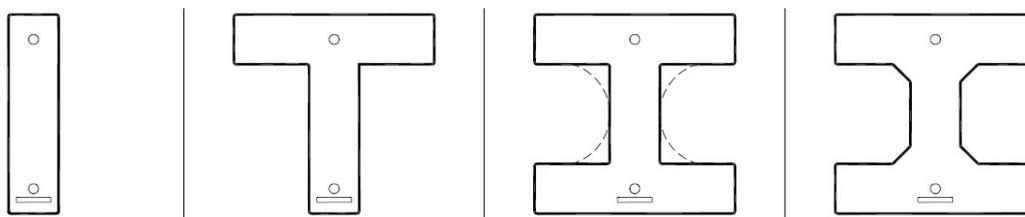
Khairul (2017) menciona que a eficiência e dinâmica do concreto pré-fabricado só poderá ser alcançada com a simultânea coordenação das várias partes relevantes do processo construtivo, tais como cliente, arquitetos, engenheiros, contratados e subcontratados, fornecedores e consultores, bem como o fluxo físico de materiais, serviços e produtos.

A fim de sanar problemas decorrentes da durabilidade e capacidade de carga dos elementos estruturais, a utilização da protensão em peças pré-fabricadas tem sido uma prática cada vez mais comum no Brasil. Segundo a Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto (ABCIC, 2015), essa concepção estrutural tornou-se grande atrativo para empresas que atuam no setor, com 59,5% das peças produzidas por sistemas de protensão superando os 40,5% em estruturas de concreto armado.

Com a presença de armaduras protendidas no interior de vigas pré-moldadas, vãos com mais de 20 metros podem ser facilmente vencidos seguido das seguintes características: seções mais esbeltas, menores consumos de aço e concreto, melhores comportamentos das flechas finais, redução ou eliminação nas tensões de tração provocadas por diferentes carregamentos, melhores condições de durabilidade (uma vez

que se faz um controle mais rigoroso referente a aberturas de fissuras), dentre outras. Este avanço tecnológico tornou-se fator determinante para melhoria da mão-de-obra e aumento do controle produtivo. Mediante as particularidades do sistema pré-fabricado de vigas protendidas, pode-se observar através da Figura 1 as seguintes seções transversais: retangular, “T”, duplo “T” sem mísulas e duplo “T” com mísulas.

Figura 1 - Seções transversais usualmente utilizadas na confecção de vigas pré-fabricadas protendidas com armadura aderente. Da esquerda para direita: retangular; “T”; duplo “T” sem mísulas; duplo “T” com mísulas.



Fonte: Do autor (2020)

Collins e Mitchell (1997) definem concreto protendido como o tipo de concreto armado na qual o aço é tensionado contra o concreto cuja finalidade é equilibrar as forças resultantes das tensões entre os materiais constituintes, de modo a melhorar a resposta do concreto frente a carregamentos externos.

De acordo com Buchaim (2007), destaca-se que em regiões onde haveria tração no concreto ocasionadas por carregamentos externos, podem resultar de ações combinadas da protensão, das cargas e deformações impostas conforme o caso: compressão, tração limitada a resistência à tração do concreto ou abertura de fissuras controladas.

Em consequência das vantagens que vigas pré-moldadas protendidas apresentam e por causa da complexidade dos cálculos repetitivos e iterativos que esta técnica apresenta, engenheiros estruturais recorrem cada vez mais a *softwares* auxiliares para análise estrutural. Particularidades presentes no dimensionamento de peças protendidas, tais como, características geométricas da seção transversais e perdas de protensão tornam os cálculos inviáveis se efetuados a mão, ocasionando maiores demanda de tempo e em consequência comprometendo toda automação industrial.

Deste modo, se faz necessária a utilização de um *software* habilitado a realizar as devidas verificações no processo de dimensionamento de elementos protendidos, a saber, a fase inicial de montagem e em que a viga assume sua seção final, sob os devidos

esforços internos de flexão e força cortante na sua fase de serviço, onde emprega-se diferentes características do concreto e aço.

É relevante destacar que em virtude do avanço tecnológico alinhado às técnicas computacionais sofisticadas, grande número de usuários passou a ter acesso ilimitado a modelos estruturais. Borthwick (2013) observa que a dependência sem conhecimento e não informada do *software* de análise é prejudicial em termos de segurança, custos e melhores práticas. Por fim, eventuais equívocos no entendimento dos resultados obtidos através dos programas, poderão acarretar em falhas com consequências desastrosas, que vão desde perdas econômicas e danos ambientais à perda de vidas.

Portanto, evidencia-se a importância do entendimento completo das técnicas utilizadas para confecção de vigas pré-fabricadas protendidas com armaduras retas aderentes por profissionais capacitados, de modo a atender os novos desafios impostos pela construção civil.

1.1. JUSTIFICATIVA

Profissionais da construção civil recorrem cada vez mais a programas computacionais em consequência da automação das edificações. Esta prática tem por finalidade atender a demanda acelerada em canteiros de obra. O concreto pré-fabricado em conjunto com a técnica da protensão desempenha papel fundamental para que a etapa construtiva se manifeste de maneira rápida, onde maiores vãos acarretam menor número de pilares e conseqüentemente menor tempo para desenvolvimento das fundações.

Sendo assim, grande parte dos problemas propostos pela engenharia são estabelecidos com auxílios de modelagens computacionais. Sistemas nos quais poderão ser sanados questionamentos pertinentes às mais diversas situações e desafios propostos pelo setor.

Com isso, torna-se relevante o entendimento técnico científico a respeito dos processos construtivos na confecção de vigas pré-fabricadas protendidas, tais como, análise dos materiais constituintes, estados limites de utilização, condições ambientais a que a estrutura estará sujeita e metodologias para dimensionamento de estruturas quando submetidas a momentos fletores e forças cortantes. Estes, em conjunto aos *softwares* de modelagens quando cientificamente apropriados, se convertem resultados automáticos para almejar estruturas mais econômicas e seguras.

1.2. OBJETIVOS GERAIS

Desenvolver um *software* auxiliar para dimensionamento e verificação de vigas pré-fabricadas protendidas com armaduras reta aderentes submetidas a momentos fletores e forças cortantes.

1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Pretende-se neste trabalho, atingir os seguintes objetivos específicos:

- a) Analisar os parâmetros que interferem no pré-dimensionamento, no dimensionamento e na verificação das vigas protendidas com armadura reta aderente;
- b) Avaliar o comportamento dos materiais constituintes na confecção de vigas pré-moldadas protendidas;
- c) Estudar casos práticos a fim de validar o programa com base em prescrições normativas nacionais e internacionais bem como na literatura já consagrada no assunto;
- d) Elaborar um manual para utilização do programa desenvolvido;
- e) Realizar análises paramétricas com base nos resultados obtidos pelo *software* desenvolvido.

1.4. METODOLOGIA

Para se ter pré-dimensionamento e dimensionamento mais cuidadosos de vigas pré-fabricadas e protendidas com armadura reta aderente, é necessário o seu estudo com modelos que expressem, da melhor maneira possível, o exato comportamento do elemento nas diferentes etapas de verificações. Estas análises serão colocadas em questão, a fim de se chegar a conclusões seguras para que sejam posteriormente convertidas em um *software computacional* auxiliar. Deste modo, a melhor maneira de alcançar tais conclusões, é colocá-las a prova de métodos analíticos já consagrados no presente tema.

Revisão bibliográfica: Serão realizados estudos teóricos com base em artigos, teses e livros já publicados sobre elementos pré-fabricados protendidos em pistas de protensão contemplando armadura reta aderente quando solicitados à momentos fletores e forças cortantes, a fim de se obter maiores informações e aplicar o conhecimento adquirido no presente trabalho.

Análise dos parâmetros que interferem no dimensionamento de elementos protendidos: Primeiramente serão apresentados os tipos de protensão classificando-os de acordo com seu modo de produção, seguido dos parâmetros que interferem no cálculo de estruturas pré-fabricadas e protendidas com armadura aderente, como por exemplo, comprimento da peça, vinculação, seção transversal, combinações das ações para diferentes estados limites – Serviço e Último, etapas construtivas, limitações quanto aos níveis de protensão, perdas de protensão imediatas e progressivas, arranjo de armadura, entre outros fatores englobados na análise de peças pré-fabricadas protendidas.

Estudo e comportamento dos materiais: Relata-se primeiramente o comportamento do concreto elástico não-linear para diferentes classes de resistência quando submetido a compressão, tração e tração na flexão em conjunto com suas devidas propriedades físicas. Em seguida, estudou-se as características do aço passivo (CA-50 e CA-60) utilizado em estruturas de concreto armado bem como as características dos aços de protensão, definindo propriedades específicas como, por exemplo, a relaxação e fluência e suas reais interferências no dimensionamento estrutural.

Análise de caso: Um exemplo de viga protendida pré-fabricada com seção transversal retangular será demonstrado neste item, a fim de ilustrar a metodologia empregada na lógica computacional, submetendo às diferentes ações de carregamentos, vão teórico, materiais utilizados, limitação quanto a abertura de fissuras dentre outras propriedades.

Criação do software: a análise de elementos protendidos pré-fabricados necessitará da criação de um programa computacional para realizar as diversas iterações computacionais, facilitando e agilizando o processo de cálculo quando analisadas perdas de protensão imediata e progressiva. Este programa terá primeiramente uma linguagem computacional tipo *Pascal* sendo posteriormente convertida em linguagem *C-Sharp (C#)*, de modo que seja desenvolvido a interface do programa com auxílio do *software Visual Studio da Microsoft*.

Análise dos resultados obtidos: Para o item em questão, serão analisados os resultados obtidos através do *software* auxiliar com métodos analíticos já consagrados para dimensionamento de peças protendidas, confrontando os resultados e extraíndo suas vantagens e limitações referentes a utilização programa desenvolvido.

Elaboração do tutorial: Ao final, será desenvolvido um manual de utilização, mostrando ao usuário as informações e considerações relevantes para a utilização segura do programa.

Análise paramétrica: De posse dos resultados obtidos através do *software*, diferentes casos serão analisados a fim de buscar diretrizes e orientações frente às perdas de protensão, flechas finais em condições de serviço (ELS), além de buscar tendências do custo para produção de vigas e lajes a partir de diferentes categorias do concreto.

Conclusão: Ainda com base nos resultados obtidos, será possível auxiliar engenheiros estruturais na elaboração de projetos de peças protendidas, garantindo que informações suficientes sejam evidenciadas de modo a atender a segurança, durabilidade e economia em projetos estruturais.

Pode-se verificar mediante a Tabela 1 organização esquemática referente aos procedimentos metodológicos em relação aos objetivos específicos.

Tabela 1 – Objetivos específicos e ações metodológicas

OBJETIVOS GERAIS	Desenvolver um <i>software</i> auxiliar para dimensionamentos e verificações de vigas e lajes pré-fabricadas protendidas com armaduras reta aderente submetidas a esforços de flexão e forças cortantes.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	AÇÕES METODOLÓGICAS
Analisar parâmetros que interferem no pré-dimensionamento, dimensionamento e verificação para vigas e lajes protendidas com armadura reta aderente.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Classificar os tipos de existentes de protensão de acordo com seu modo de produção; <ul style="list-style-type: none"> -NBR 6118: 2014; -MC90; MC2010; 2. Investigar combinações das ações para diferentes estados limites – Serviço e Último (ELS e ELU); 3. Analisar etapas construtivas; 4. Caracterizar os níveis de protensão de acordo com a classe de agressividade ambiental; 5. Investigar perdas de protensão, imediatas e progressivas;

<p>Avaliar o comportamento dos materiais constituintes na confecção de vigas pré-moldadas protendidas, tais como, concreto, aço passivo e aço ativo.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Relatar o comportamento do concreto elástico para diferentes classes de resistência quando submetido a compressão, tração e tração na flexão; 2. Caracterizar o aço passivo (CA-50 e CA-60) utilizado em estruturas de concreto armado; 3. Descrever as características dos aços de protensão (CP-190 e CP-210).
<p>Estudar casos práticos e validar o programa com base em prescrições normativas nacionais e internacionais bem como literatura já consagrada no assunto;</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Demonstrar exemplos de vigas protendidas pré-fabricadas com armadura aderente, considerando diferentes seções transversais, atuação de carregamentos, vãos teóricos, materiais utilizados e limitações quanto a abertura de fissura.
<p>Elaborar <i>software</i> auxiliar para cálculo de vigas pré-fabricadas protendidas;</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Formatar a lógica computacional; 2. Descrever manual de utilização do programa desenvolvido; 3. Demonstrar informações pertinentes às delimitações do programa; 4. Apresentar o <i>layout</i> do programa para que o usuário tenha ciência dos atalhos existentes;
<p>Realizar uma análise paramétrica dos resultados obtidos através do <i>software</i> desenvolvido;</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Avaliar o comportamento de vigas e lajes simplesmente apoiadas quando submetidas a diferentes propriedades geométricas;

Fonte: Do autor (2020)

2. VIGAS PRÉ-FABRICADAS COM PROTENSÃO ADERENTE

Apresentando vantagens se confrontadas aos sistemas convencionais de construções, as vigas pré-fabricadas com protensão aderente ganham destaque no mercado nacional. Com edificações cada vez mais desafiadoras, sua prática tem se tornado principal instrumento para atender as ousadias arquitetônicas bem como aos curtos prazos impostos durante etapa de construção. Através da elevada tecnologia e maximização da padronização dos elementos, o concreto pré-fabricado é caracterizado por relativo baixo consumo de homens-hora. Desta forma, quaisquer intervenções manuais elevam seu custo final. O processo de industrialização da construção civil acarreta em investimentos prévios de equipamentos, instalações e tecnologia com a finalidade de maximizar a produção e melhorar a qualidade da peça.

Segundo Khairul (2017), o concreto pré-fabricado é um sistema de construção onde o concreto é lançado em formas previamente estabelecidas, curado em ambiente controlado, transportado e montado. Seus componentes são confeccionados em laboratórios utilizando elevada tecnologia, de modo a atingir qualidade e durabilidade do produto. Ainda de acordo com o autor, este processo de automação da construção civil só ocorrerá com perfeita harmonia dos diferentes fatores tais como, cliente, arquitetos engenheiros, matéria prima dentre outros.

A Figura 2 mostra o processo de protensão em pistas na produção de elementos pré-fabricados.

Figura 2 – Pistas de protensão aderente.



Fonte: website Máquina de Aprovação (2020)

No entanto, o processo de industrialização do concreto armado não consegue evitar problemas decorrentes de ações externas e concepções estruturais. Para isso recorre-se a prática do concreto protendido, o qual oferece vantagens referentes a velocidade construtiva e qualidade do produto. Também possibilita vencer grandes vãos se comparado a estruturas convencionais. Deste modo, vigas protendidas passaram a admitir maiores liberdades de layout, menores alturas com maiores vãos (vigas mais esbeltas), melhores controles de tensões de tração no concreto, entre outras características que serão demonstrados ao longo deste trabalho.

2.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Procura-se relatar neste item as principais características das vigas de concreto pré-fabricadas com armadura aderente (em pistas de protensão), definindo: modo de produção, estados limites, tipos de protensão existente, classificação dos níveis de protensão, perdas de protensão, ancoragem de armadura ativa, zona de introdução das forças de protensão e verificações necessárias para garantir a segurança do elemento estrutural.

2.1.1. Elementos Pré-Fabricados Protendidos

A pré-fabricação é caracterizada por um processo em que a obra, ou parte dela, é moldada fora do local de utilização. Esta característica permite alcançar a racionalização do uso dos materiais juntamente a maiores controles de qualidade, uma vez que vigas pré-fabricadas são concebidas com elevada tecnologia e automação. Edificações compostas por peças pré-fabricadas se diferenciam das estruturas convencionais por apresentarem etapas transitórias, tais como: desforma, armazenamento, transporte e montagem. Indústrias de pré-fabricados, têm buscado produzir diferentes elementos estruturais, por exemplo, vigas, pilares, lajes, estacas e até mesmo blocos de fundação.

Desta maneira, este sistema construtivo ganha destaque em obras de infraestruturas e industriais, onde se almeja maior redução no tempo destinado a execução. Com objetivo de otimizar as demandas das estruturas pré-fabricadas, recorre-se à prática do concreto protendido, cujas características complementam questões referentes à confiabilidade e durabilidade estrutural.

Dentre os elementos pré-fabricados nos quais o uso da protensão é frequente, pode-se destacar vigas, lajes (especialmente as alveolares), alguns tipos de painéis e

telhas. Utiliza-se ainda em elementos de fundações, tais como estacas pré-fabricadas. As vigas protendidas possuem amplas diversidades de seções transversais (I, retangulares ou tê invertido e outras). Permite-se assim versatilidades arquitetônicas com possibilidade de vencer maiores vãos, satisfazendo aos requisitos exigidos por esforços de flexão e força cortante, (Elliot e Jolly, 2013).

Desenvolvido pelo engenheiro francês Eugène Freyssinet no início do século XX, a protensão apresenta como principal característica comprimir regiões onde haveria tensões de tração quando submetidas a um carregamento externo. Portanto, pode-se dizer que tanto para vigas convencionais em concreto armado quanto para vigas concebidas em concreto protendido, o aço é posicionado em locais onde ocorrerão tensões de tração quando submetidas a carregamentos externos. Além do engenheiro Freyssinet, destaca-se o belga Gustave Magnel como outro grande pioneiro do concreto protendido. Foi ele quem propôs inicialmente técnicas para definição das forças de protensão além de excentricidades dos cabos para uma determinada seção.

Segundo Collins e Mitchell (1997), a diferença do concreto protendido está na aplicação de aços de alta resistência que são previamente tracionados antes da aplicação de cargas externas. Este estiramento das armaduras protendidas comprime o concreto circundante, dando-lhe a capacidade de resistir a maiores cargas em serviço sem haver fissuras.

Pfeil (1991) caracteriza o comportamento do concreto protendido como um artifício de introduzir no elemento estrutural um estado prévio de tensões de compressão, melhorando sua resistência ou seu comportamento sob efeitos de diferentes ações externas. Deste modo, pode-se destacar as seguintes características para vigas pré-fabricadas protendidas com armaduras aderentes:

- a) Maior esbeltez: caracterizada pela relação entre o vão livre e altura da seção transversal (*vão do elemento/h*), geralmente compreendida entre 20 a 40;
- b) Melhor controle ou inexistência de fissuração: oferecendo significativas vantagens para análise de estanqueidade em casos de reservatórios;
- c) Melhor controle contra a corrosão das armaduras: uma vez que o controle da fissuração aumenta a durabilidade estrutural;
- d) Maior resistência a fadiga do aço: quando submetida a solicitações oscilatórias advinda pela carga variável (vigas de pontes rolantes, pontes, pisos de garagens etc.);

- e) Melhores controles de deformação e flechas imediatas e diferidas no tempo: caracterizada pela fluência ocorrida no concreto quando submetida a tensões permanentes;
- f) Melhores condições para alojamento das armaduras longitudinais: uma vez que o consumo total de aço pode reduzir em até 77% se comparado a elementos em concreto armado;
- g) Menores consumos de estribos: devido a força de compressão axial gerada pela protensão, mecanismos complementares existentes no concreto aumentam sua resistência contra colapso;
- h) Economia estrutural: estruturas mais leves, menores cargas nos pilares, redução no número de fundações, desforma mais rápida e aumento da produtividade;

Em contrapartida, a produção de vigas pré-fabricadas em concreto protendido apresentam particularidades que podem elevar seu custo final, qualidade do produto e durabilidade da edificação.

Buchaim (2007) destaca a importância de se compreender de maneira clara o funcionamento de estrutural de peças pré-fabricadas protendidas (especialmente quando estão submetidas a estados limites de serviços - ELS). Atentar-se também contra os riscos de vibração que vigas esbeltas poderão proporcionar, mãos de obra mais especializadas se comparado ao sistema tradicional em concreto armado e o domínio das técnicas de protensão.

2.1.2. Tipos de Protensão

Para entendimento das técnicas construtivas de vigas pré-fabricadas protendidas, elucidada-se neste item os diferentes tipos de protensão existentes. Confronta-se também vantagens, desvantagens e suas diferentes aplicabilidades, a se dizer: vigas com armaduras pós-tracionadas com aderência, pós-tracionadas sem aderência e pré-tracionadas com aderência.

2.1.2.1. Pós-Tração com armadura aderente

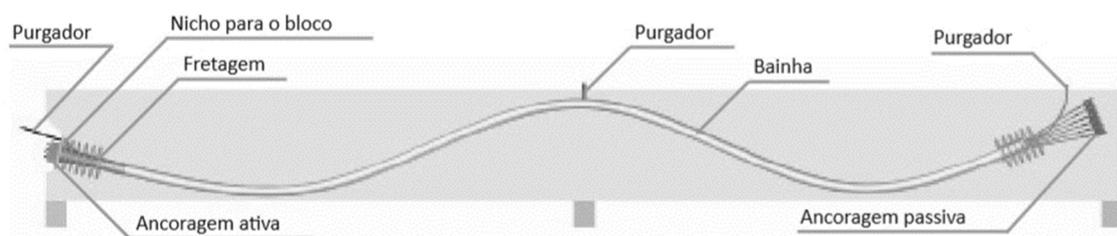
O procedimento é caracterizado quando o pré-alongamento da armadura protendida é feito por macacos hidráulicos após a cura do concreto. Parte do elemento estrutural atua como apoio que se contrapõe ao encurtamento e linearização do aço

protendido em seu interior. Com a retirada dos macacos hidráulicos previamente fixados na extremidade da peça, a força de protensão é transmitida através dos dispositivos de ancoragem e mediante a aderência causada pela inserção da calda de cimento no interior da bainha metálica.

Rogowsky e Marti (1996) destacam que o pós-tensionamento das armaduras é realizada de uma forma diferenciada, na qual o concreto é solicitado após apresentar resistências estabelecidas em projeto. Com armaduras presentes no interior de bainhas corrugadas metálicas, o tensionamento ocorre com auxílio de macacos hidráulicos, que por sua vez transmite forças para armaduras que geralmente estão fixadas em dispositivos específicos de ancoragem. Os autores também salientam que, com a inserção da nata de cimento no interior da bainha metálica corrugada, ocorre a compatibilização das tensões e deformações entre o aço de protensão e o concreto. Desta maneira, qualquer solicitação no concreto advindas de carregamentos externos será transmitida para armadura protendida e vice-versa.

A Figura 3 a seguir representa de maneira esquemática os principais componentes presentes na confecção de vigas pós-tracionadas contemplando armadura aderente.

Figura 3 – Representação esquemática de viga pré-fabricada contemplando cabo de cordoalhas aderentes em corte longitudinal



Fonte: Rudloff Industrial Ltda. (2020)

Conforme Figura 3, é possível destacar os seguintes dispositivos:

- a) Nicho para o bloco: região adaptada para receber dispositivos necessário nas extremidades do aço protendido, tais como, purgador, ancoragens e armaduras de fretagens.
- b) Bainha: local que receberá cordoalhas protendidas. Tem por finalidade permitir a livre movimentação das cordoalhas durante a operação da protensão. Responsável também em alojar a nata de cimento, que em conjunto

com a rugosidade existente da bainha, transmitirá uma parcela da força de protensão por aderência ao concreto que o circunda.

- c) Purgadores: Responsável pela retirada de eventual ar presente no interior da bainha metálica. Sua função colabora contra o fenômeno da corrosão das armaduras ativas quando expostas ao ar e umidade;
- d) Fretagem: armadura complementar contra colapso por fendilhamento da região de ancoragem, na qual será melhor detalhado na sequência do trabalho.
- e) Ancoragens ativas e passivas: dispositivos fixados nas extremidades da viga no intuito de transmitir a força das armaduras para a viga de concreto.

2.1.2.2. Pós-Tração com armadura sem aderência

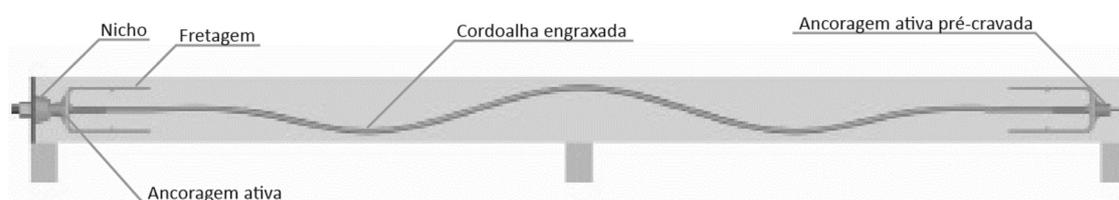
Trata-se de um caso particular de vigas pós-tracionadas com aderência (item 2.1.2.1). No entanto, a aderência entre as cordoalhas presente no interior da bainha, é minimizada pela presença de graxa. O emprego deste sistema tem se tornado comum para projetos de lajes moldadas no local. Recorre-se ao uso das monocordoalhas engraxadas em situações que o aço opera de forma independente do concreto que o confina. Esta concepção estrutural requer rigoroso controle durante a execução, uma vez que, por não apresentar aderência entre os dois materiais (aço e concreto) a perda da força de protensão ocorre em toda a extensão da viga. Além disso, quando vigas submetidas as solicitações últimas (ELU) comumente ocorre a ruptura por esmagamento do concreto, caracterizando a ruptura frágil, uma vez que a cordoalha não aderente não entra em escoamento.

De acordo com Schokker et al. (2002), a pós-tração sem aderência para lajes e vigas moldadas no local proporciona alternativa econômica se confrontado aos sistemas tradicionais em concreto armado e significativa redução da espessura final destes elementos. Utiliza-se neste caso técnicas específicas de cálculo, como por exemplo, método de carregamentos equivalentes, onde o traçado escolhido para o aço de protensão gera forças contrárias aos carregamentos gravitacionais.

Rogowsky e Marti (1996) ainda destacam que para elementos contemplando protensão não aderente, a força aplicada nas armaduras é transmitida apenas nas extremidades através dos dispositivos de ancoragens, de modo a permitir os livres deslocamentos nos demais pontos ao longo do seu comprimento. Essa liberdade do deslocamento do aço no interior do concreto faz com que não haja transferência das forças de protensão por aderência entre os materiais constituintes, a saber aço e concreto.

Por fim, pode-se dizer que o pós-tensionamento sem aderência das armaduras acarretam as seguintes forças no interior do elemento estrutural: forças de ancoragem, pequenas forças de atrito (entre a bainha plástica e cordoalhas engraxadas) e forças de desvio (devido as curvas existentes no traçado das armaduras) no concreto, na qual alveja-se obter vantagens no equilíbrio de carregamentos externos, e assim controlar as deflexões com a redução de fissuras. Sendo assim, pode-se retratar através da Figura 4 as seguintes características para vigas pós-tracionadas contemplando armaduras não aderentes:

Figura 4 – Representação esquemática de viga pré-fabricada contemplando monocordoalhas engraxadas (Pós-tração – sem aderência) em corte longitudinal



Fonte: Rudloff Industrial Ltda. (2020)

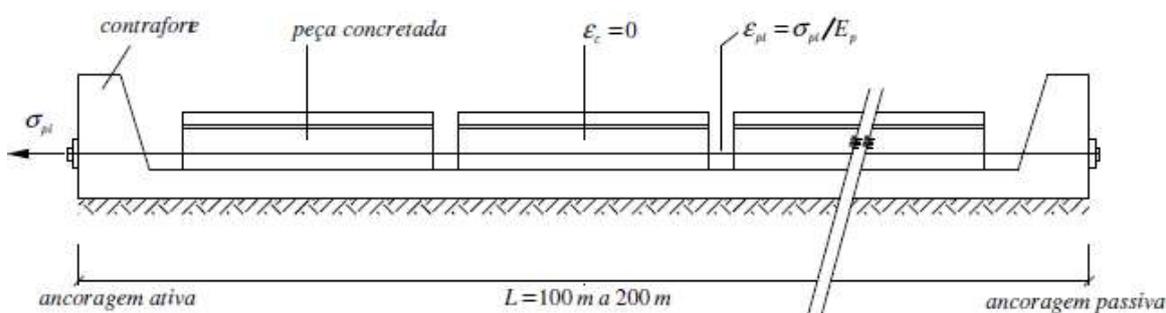
Destaca-se assim a presença de graxa no interior da bainha plástica para concepções sem aderência como principal diferença entre os métodos pós-tracionados, onde nesta se permite o livre movimento do aço presente no interior do concreto.

2.1.2.3. Pré-Tração

Em contrapartida das demais soluções do concreto protendido, esta técnica se caracteriza pela presença de apoios externos e independentes. Desta maneira, o aço é previamente tensionado em pistas ou mesas contemplando contrafortes externos para posteriormente receber o concreto com propriedades específicas. Após sua cura e alcançada a resistência do concreto determinada em projeto, ocorrem os cortes das armaduras fixadas nas ancoragens externas, transferindo de maneira direta as forças de protensão ao concreto que envolve as armaduras. Esta transferência se faz por meio da aderência existente entre o concreto e o aço rugoso. Em sistemas pré-tracionados, as forças de protensão partem de zero (valor nulo) nas extremidades da viga até alcançar sua máxima força. Os comprimentos de transferências das forças estão em função do arranjo das armaduras bem como tipos de aços e diâmetros nominais das bitolas adotadas. (vide item 2.1.5).

Buchaim (2007) destaca que a confecção de vigas e lajes pré-fabricadas ocorrem em pistas de protensão, cujos tamanhos podem alcançar 200 metros de extensão. Essas características têm por finalidade concretar grandes quantidades de elementos em uma única vez, seguido de um tratamento específico de cura a vapor. Viabiliza-se assim que o concreto adquira rapidamente resistência suficiente para receber a força de protensão. Tal procedimento alveja liberar a pista para uma nova utilização e também diminuir o tempo de relaxação sob o estiramento constante das armaduras protendidas. A seguir, é reproduzido na Figura 5 o procedimento da pré-tração em pistas de protensão:

Figura 5 – Esquema de uma pista de protensão típica



Fonte: Buchaim R. (2014)

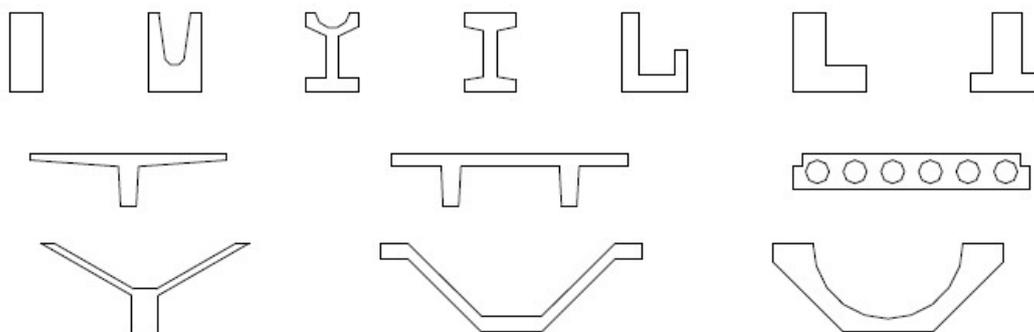
Veríssimo e César Jr. (1998) mencionam que elementos pré-moldados com armaduras protendidas aderentes estão diretamente associados a concreto de alta resistência, na qual pode-se apontar os seguintes benefícios:

- a) Concretos dispendo de elevadas resistências características (f_{ck}) atingem rapidamente resistências suficientes para suportar a força de protensão logo nos primeiros dias. Carece então de pouco tempo de cura agilizando o processo de produção na fábrica.
- b) Concretos apresentando altas resistências características (f_{ck}) sofrem pequenas interferência quando submetido aos fenômenos de retração, ocasionando menores deformações e como consequência menores fissuras se comparado a concretos de baixos valores.

Já Collins e Mitchell (1997) observam que a pré-tração em longas pistas de protensão favorece o processo de produção. No entanto, deve-se utilizar seções transversais previamente determinadas de modo otimizar sua segmentação. A Figura 6

evidencia as principais seções transversais na produção de vigas pré-fabricadas protendidas com armadura aderente.

Figura 6 – Seções transversais tipicamente utilizadas na confecção de elementos pré-fabricados com armadura aderente.



Fonte: Buchaim R. (2014)

Devido as situações transitórias nas quais elementos pré-fabricados protendidos estão submetidos, entendem-se a importância da previsão dos diferentes esforços ocasionados durante a etapa de construção. Tais solicitações se fazem mediante as seguintes fases: movimentações, desforma, manuseio, transporte, armazenamento e montagem. Em especial, atenta-se para unidades que são confeccionados em concretos com baixas idades (El Debs, 2000).

Elucida-se por meio do que foi exposto anteriormente, que subcategorias alusivas ao ambiente de construção, delimitações quanto a tensões e aberturas de fissuras, estão vinculados a diferentes sistemas e níveis de protensão existentes, a saber, parcial, limitada e completa, nas quais serão apresentados adiante (item 2.1.3).

Sendo assim, salienta-se que o presente trabalho tem por finalidade analisar peças pré-fabricadas e protendidas contemplando armadura aderente. Portanto, vigas e lajes apresentando características de pós-tração serão desconsideradas para elaboração do *software* auxiliar proposto como objetivo específico deste trabalho.

2.1.3. Classificação Dos Níveis de Protensão Segundo NBR 6118:2014

Para classificação dos níveis de protensão, recorre-se às práticas normativas nacionais, em especial, à NBR 6118:2014. Em seu item 13.4.2 a norma brasileira para projetos de estruturas de concreto, expõe três diferentes modalidades de protensão, sendo: nível 1 (protensão parcial), nível 2 (protensão limitada) e nível 3 (protensão completa). Para isso, condiciona-se a escolha da protensão com base na classificação da

agressividade ambiental (C.A.A.) e proteção da armadura contra corrosão conforme exposto na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2 – Tabela referente a exigência e durabilidade da estrutura relacionada a fissuração e à proteção da armadura

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigência relativa à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	-
Concreto armado	CAA I	ELS-W \leq 0,4 mm	Combinações frequentes
	CAA II e CAA III	ELS-W \leq 0,3 mm	
	CAA IV	ELS-W \leq 0,2 mm	
Concreto protendido nível 1 (Protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-Tração com CAA I e II	ELS-W \leq 0,2 mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (Protensão Limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinações frequentes
		ELS-D	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (Protensão Completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D	Combinações frequentes

Fonte: NBR 6118:2014, Tabela 13.4

Para os três níveis de protensão, diferentes combinações de carregamentos para estados limites deverão ser atendidas. Permite-se resumir as seguintes considerações apontadas na NBR 6118:2014:

- a) Protensão parcial (nível 1) deverá satisfazer para *Combinações Frequentes (CF)* de ações, a limitação da abertura de fissuras a valores inferiores a 0,2 mm. Por esse motivo, define-se os ambientes cujos valores estejam compreendidos nas classes I e I/II, sendo para casos onde há vigas pré-traçadas e pós-tração respectivamente.
- b) Protensão limitada (nível 2), condiciona-se duas combinações em serviço, sendo, *Combinações Quase Permanentes (CQP)* e *Frequentes (CF)*. Para a *CQP*, impõe-se o limite de serviço na descompressão (ELS-D) da estrutura. Quando *CF*, limita-se a formação de fissuras (ELS-F), na qual permite-se pequenas tensões de tração quando considerado uma pequena probabilidade de fissuração do concreto.

Vale ressaltar que tensões de tração permitida para *Combinações Frequentes (CF)* em casos de protensão limitada, ocorrem brevemente após atuação de carregamentos variáveis. Já para combinações *Quase Permanentes (CQP)* deve-se garantir a permanente compressão ao longo da seção transversal em toda vida útil da edificação.

Buchaim (2014) destaca que protensão limitada ocorre com maior frequência na prática de projeto estrutural se comparado ao nível parcial de protensão. Deste modo, o autor ainda destaca as seguintes vantagens:

1. Tensões de tração inferiores ou no máximo iguais à resistência de tração permitida pelo concreto na data analisada;
 2. Aumento da durabilidade estrutural contra corrosão, por não permitir abertura de fissura em nenhuma das combinações (quase permanentes e frequentes);
 3. Melhor controle de flecha sob fenômeno da fluência.
- c) Protensão completa (nível 3), reserva-se a classes ambientais mais agressivas, como regiões litorâneas, reservatórios, cisternas entre outros. Assim como as condições impostas em casos de protensão limitada, deve-se atender a duas diferentes combinações de ações, a saber: *Combinações Frequentes (CF)* e *Combinações Raras (CR)*. Para ações *Frequentes* devem atender o início da descompressão do concreto, na qual a máxima tensão de tração na fibra mais desfavorável tem valor nulo. Para combinações *raras*, respeita-se o limite de formação de fissura, cuja máxima tensão de tração na fibra mais desfavorável tem valor inferior à resistência permitida do concreto na data analisada.

Se confrontado com os níveis de protensão parcial e limitada, o nível 3 (protensão completa) é a que proporciona melhores condições na proteção contra a corrosão das armaduras, realçando as seguintes vantagens:

1. Para elementos pré-fabricados sem armaduras suplementares, atenta-se para regiões de juntas construtivas, uma vez que estas juntas deverão estar sempre comprimidas em condições mais desfavoráveis;
2. A estanqueidade dos reservatórios deve ser garantida em presença de líquidos em seu interior, de modo a manter a seção de concreto inteiramente comprimida sobre diferentes combinações de ações.

3. Contensões atirantadas, onde deve-se manter elementos comprimidos mesmo sob ações externas axiais de tração, evitando fissuras e consequentemente aumento da durabilidade dos tirantes contra corrosão.

Portanto, a NBR 6118:2014 enfatiza que a aplicação dos diferentes níveis de protensão (níveis 1, 2 e 3), deve respeitar às diferentes classes ambientais na qual a estrutura estará submetida. Verifica-se também os limites impostos para tensões de tração e compressão que eventualmente poderão surgir nas seções transversais mediante a carregamentos externos. Desta forma, a norma expõe de maneira resumida em seu item 6.4, as seguintes classes de agressividade ambiental (C.A.A.) conforme Tabela 3:

Tabela 3 – Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural / Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana ^(a,b)	Pequeno
III	Forte	Marinha ^(a)	Grande
IV	Muito Forte	Industrial ^(a,b)	Elevado
		Industrial ^(a,c) / Respingos de maré	
a	Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas, e área de serviço de apartamento residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).		
b	Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.		
c	Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.		

Fonte: NBR 6118:2014

Recorre-se aos itens 2.1.7 e 2.1.8 deste documento para a prática das combinações em estados limites de serviço (ELS) e estado limite último (ELU), respectivamente.

2.1.4. Perdas de Protensão na Pré-Tração em Vigas Pré-Fabricadas

Estuda-se neste tópico parâmetros que interferem nas forças a que as armaduras protendidas estão submetidas. Em especial, estuda-se fatores que afetam as forças para

cálculo de vigas pré-tracionadas com armadura aderente, objeto principal para desenvolvimento do *software* proposto neste trabalho.

Apesar de serem consideradas forças permanentes, as tensões resultantes presentes no aço de protensão sofrem variações decorridas ao longo do tempo, desde o momento em que a armadura é liberada dos contrafortes externos (t_0) a um tempo infinito (t_∞). As quedas de protensão são principalmente classificadas em dois principais grupos, sendo: perdas imediatas e progressivas.

2.1.4.1. Perdas imediatas

Define-se como perdas imediatas as que decorrem da transferência direta das forças presentes nas armaduras para o concreto que o circunda. A aderência existente entre o aço e o concreto colabora no processo de transferência destas forças, acarretando na igualdade das deformações, em especial, o encurtamento do concreto, igual ao do aço.

Conforme mencionado em itens anteriores, a armadura previamente alongada em contrafortes independentes (externos), quando liberadas, tende a retornar ao comprimento inicial. No entanto, em presença da aderência entre os materiais, este encurtamento é parcialmente impedido.

De acordo com Sengupta e Menon (2013), as perdas imediatas ocorrem no ato da transferência da força de protensão para o concreto. O encurtamento elástico do concreto, aderência na interface armadura-concreto e deslizamento dos dispositivos de ancoragem (quando submetidas à pós-tração) acarretam na queda instantânea das tensões nas armaduras protendidas. Ainda, de acordo com os autores, a perda de tensão ocasionada pelo encurtamento elástico $\Delta\sigma_p$, pode ser expressa mediante a seguinte equação:

$$\Delta\sigma_p = E_p \Delta\varepsilon_p \quad (1)$$

Onde:

$\Delta\sigma_p$: queda de tensão na armadura;

$\Delta\varepsilon_p$: encurtamento elástico do aço;

E_p : Módulo de elasticidade do aço protendido.

Essa deformação elástica dos dois materiais e a tensão no concreto no nível da armadura é obtida pela relação de igualdade entre o aço e o concreto confinante. (SENGUPTA e MENON, 2013).

Atendendo as prescrições contidas na NBR 6118:2014, caracteriza-se como perda de protensão em elementos pré-tracionados o encurtamento do concreto quando calculados em regime elástico com deformação da seção homogeneizada. Atende-se também as propriedades do concreto pertinentes a data (t_0) correspondente a aplicação da força de protensão. Ainda em seu item 9.6.3.2, respeita-se para as seguintes considerações de perdas antes da liberação dos dispositivos de tração:

- a) Atrito em pontos onde há desvios da armadura poligonal, na qual apresentam perdas diferentes em função do tipo de aparelho empregado no desvio do aço protendido.
- b) Escorregamento ou encunhamento dos fios na ancoragem. A perda de protensão deve ser comunicada pelo fabricante, na qual depende do equipamento hidráulico responsável pela operação.
- c) Relaxação inicial das armaduras. Em função do tempo decorrido entre o alongamento inicial da armadura e liberação dos contrafortes externos.
- d) Retração inicial do concreto. Em função do tempo decorrido entre a concretagem para confecção da viga e liberação do aço dos contrafortes externos.

Pode-se utilizar a seguinte expressão para cálculo do encurtamento no concreto quando medidos no baricentro das armaduras:

$$\sigma_{cp} = -\frac{P_i}{A_i} - \frac{P_i e_p}{I_i} e_p = -\frac{P_i}{A_i} \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2}\right) \quad (2)$$

O encurtamento da armadura pode ser quantificado em razão da tensão no concreto medida ao nível do baricentro da armadura (σ_{cp}) pelo módulo de elasticidade do concreto (E_c) na data considerada $\left(\frac{\sigma_{cp}}{E_c}\right)$. Sendo assim, pode-se estimar a força resultante após o encurtamento do concreto através da seguinte igualdade:

$$P_i + E_p A_p \frac{\sigma_{cp}}{E_c} = P_i + E_p A_p \left[-\frac{P_i}{E_c A_i} \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2}\right) \right] = \quad (3)$$

$$P_i \left[1 - \alpha_p \rho_p \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2} \right) \right] = P_i [1 - \alpha_{11,i}] \cong P_i [1 - \alpha_{11,0}]$$

Onde:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} \quad (4)$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_i} \cong \frac{A_p}{A_0} \quad (5)$$

$$r_i^2 = \frac{I_i}{A_i} \cong \frac{I_0}{A_0} = r_0^2 \quad (6)$$

$$\alpha_{11,i} = \alpha_p \rho_p \left(1 + \frac{e_p^2}{r_i^2} \right) \quad \alpha_{11,0} = \alpha_p \rho_p \left(1 + \frac{e_p^2}{r_0^2} \right) \quad (7)$$

Observa-se então uma aproximação entre as características geométricas das seções transversais ideais ($i - i$) e da viga ($0 - 0$).

Define-se assim, os seguintes parâmetros para cálculo de encurtamento elástico linear do concreto em cálculo de vigas protendidas pré-fabricadas com armadura aderente:

σ_{cp} : tensão inicial no concreto devido à protensão, medida ao nível do baricentro da armadura;

E_c : módulo de elasticidade do concreto no instante da liberação da armadura de protensão (t_0);

P_i : força na pista, aplicada na armadura pelo equipamento de protensão;

$P_i \alpha_{11,i} \cong P_i \alpha_{11,0}$: queda imediata da força de protensão devido ao encurtamento elástico do concreto. Este encurtamento se faz através da aderência existente entre os dois materiais;

A_0 : área da seção transversal de concreto sem arranjo de armaduras protendidas;

e_p : excentricidade da armadura resultante em relação ao baricentro da seção transversal de concreto ideal ($i - i$), eventualmente aproximada para seção da peça (i.e., sem armadura) ($0 - 0$);

2.1.4.2. Perdas progressivas

A natureza intrínseca dos materiais torna-se fator determinante para quantificar as quedas de tensões no aço medidas ao longo do tempo. Fenômenos de retração e fluência do concreto em conjunto com a relaxação do aço de protensão, causam geralmente, o encurtamento da viga, que por sua vez ocasiona em alívio de tensões nos aços protendidos. Permite-se dizer que o fenômeno da retração ocorre principalmente ao equilíbrio higrotérmico do concreto com a perda de umidade para o ambiente.

Apesar de também apresentar influências relacionadas a umidade do ambiente em que o elemento se encontra, o fenômeno da fluência se destaca pelo encurtamento elástico do concreto quando submetido a cargas de longa duração, acarretando no alívio de tensão nas fibras dos elementos. Ambos fenômenos são usualmente medidas a tempo infinito (t_∞).

Segundo prescrições normativas, a saber NBR 6118:2014 em seus itens 9.6.3.4.2 a 9.6.3.4.5, estipulam-se processos de cálculo simplificados e aproximados para os fenômenos de retração, fluência e relaxação do aço. Em conformidade com as leis constitutiva do concreto e considerando fenômenos da retração e fluência, tem-se:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{cs}(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{ci,28}} \right] + \Delta\sigma_c(t, t_0) \left[\frac{1}{E_{cs}(t_0)} + \chi(t_0) \frac{\phi(t, t_0)}{E_{ci,28}} \right] + \varepsilon_{c,sh}(t) + \varepsilon_{c,\Delta T} \quad (8)$$

Onde:

$\varepsilon_c(t)$: Deformação total do concreto ocorrida na data t ;

$\sigma_c(t_0)$: tensão inicialmente aplicada no concreto na data t_0 ;

$\phi(t, t_0)$: Coeficiente de fluência do concreto na data t carregado à idade t_0 ;

$E_{cs}(t_0)$: Módulo secante de elasticidade do concreto na data t_0 ;

$E_{ci,28}$: Módulo tangente de elasticidade do concreto aos 28 dias;

$\Delta\sigma_c(t, t_0)$: Variação da tensão no concreto devido a fluência ocorrida lentamente no intervalo de tempo t a t_0 dias;

$\varepsilon_{c,sh}(t)$: Deformação de retração do concreto na data t ;

$\varepsilon_{c,\Delta T}(t)$: Deformação do concreto originada por um acréscimo uniforme de temperatura ΔT , igual a $\alpha_{\Delta T}\Delta T$, sendo o coeficiente de dilatação térmica igual a $\alpha_{\Delta T} = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$;

$\chi(t_0)$: Coeficiente de envelhecimento do concreto em t_0 dias, obtido mediante a seguinte expressão:

$$\chi(t_0) = \frac{t_0^{1/3}}{1 + t_0^{1/3}} \quad (9)$$

Devido a elevada velocidade construtiva para confecção de elementos pré-fabricados, usualmente emprega-se o valor de t_0 igual a 1 dia mediante a cura a vapor. No entanto, o valor deverá ser confirmado e verificado pela empresa responsável pela produção do elemento.

Salienta-se que, segundo o *Model Code* (MC-90), em seu item 5.8.4.3, os valores dos expoentes considerados para cálculo do envelhecimento do concreto são iguais à 1/2 ao invés de 1/3 considerado pela NBR 6118:2014. Ainda em conformidade com mesmo item, destaca-se que para coeficiente de envelhecimento do concreto o valor fica estabelecido em $\chi = 0,8$, contraponto o valor de $\chi = 0,5$ proposto pela norma brasileira. Vale lembrar ainda que os valores propostos pelo *Model Code* (MC-90), o cálculo do envelhecimento do concreto deverá estar compreendido entre 10 e 30 dias.

Mais tarde em estudo realizado por Guo T. et al. (2017), confirmaram-se a efetividade dos valores de envelhecimento do concreto propostos pelo MC-90, com significativa abrangência na aplicação dos valores referente ao envelhecimento do concreto, fluência e relaxação do aço.

O cálculo dos fenômenos da fluência e retração do concreto, a norma brasileira NBR 6118:2014 permite utilizar valores aproximados com auxílio da Tabela 8.2 em seu item 8.2.11, na qual poderá orientar o cálculo de retração e fluência. De maneira análoga proposta para o concreto, toma-se para aços protendidos a seguinte lei constitutiva:

$$\varepsilon_p(t) = \sigma_p(t_0) \left[\frac{1}{E_p} + \frac{\phi_p(t, t_0)}{E_p} \right] + \Delta\sigma_p(t, t_0) \left[\frac{1}{E_p} + \frac{\phi_p(t, t_0)}{E_p} \right] + \varepsilon_{p,\Delta T} \quad (10)$$

Sendo:

$\varepsilon_p(t)$: Deformação total do aço protendido ocorrida na data t ;

$\sigma_p(t_0)$: tensão inicialmente aplicada no aço protendido na data t_0 ;

$\phi_p(t, t_0)$: Coeficiente de fluência do aço de protensão na data t carregado à idade t_0 ;

E_p : Módulo de elasticidade do aço protendido, geralmente considerado 200 GPa;

$\Delta\sigma_p$: Variação da tensão no aço protendido, no intervalo de t a t_0 dias;

Buchaim (2007) deduziu a seguinte expressão para a determinação destas perdas de protensão na pré-tração com armaduras aderentes, originadas pela retração e fluência do concreto combinadas com a relaxação do aço de protensão:

$$\Delta P_{sh+c+r} = A_p \frac{E_p \varepsilon_{c,sh}(t) + \alpha_p \sigma_c(t_0) \phi(t, t_0) - \sigma_p(t_0) \phi_p(t, t_0)}{1 + \phi_p(t, t_0) + \alpha_p \rho_p [1 + (\frac{z_{cp}}{r_c})^2] [\frac{E_{ci,28}}{E_{cs}(t_0)} + \chi \phi(t, t_0)]} \quad (11)$$

Sendo:

t_0 : Idade do concreto a ser carregado, na pré-tração geralmente aos 7 dias (1 dia de cura a vapor);

$\sigma_c(t_0)$: Tensão inicial no concreto ao nível da armadura decorrente da protensão e das cargas permanentes (e quase permanentes) introduzidas na data t_0 ;

$\sigma_p(t_0)$: Tensão no aço de protensão após as perdas imediatas;

$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci,28}}$: Relação entre o módulo de elasticidade do aço protendido e o módulo de elasticidade tangente do concreto aos 28 dias;

$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$: Relação entre a área de aço de protensão e área líquida de concreto, denominado, taxa geométrica da armadura;

$r_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$: Raio de giração da seção líquida de concreto;

z_{cp} : Distância do centro de gravidade da seção de concreto a armadura protendida;

$\chi(t, t_0) = \frac{t_0^{1/3}}{1+t_0^{1/3}}$: Coeficiente de envelhecimento do concreto;

$\phi(t, t_0)$: Coeficiente de fluência do concreto;

$\varepsilon_{c,sh}(t)$: Valor característico superior da deformação específica de retração. Os valores $\phi(t, t_0)$ e $\varepsilon_{c,sh}(t)$ podem ser retirados na Tabela 8.2 da NBR6118: 2014;

$\phi_p(t, t_0)$: Coeficiente de fluência do aço de protensão onde $\psi(t_\infty, t_0) = 2,5 \psi_{1000}(\%)$, $\phi_p(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - \psi(t_\infty, t_0)] = \psi_{1000} \left(\frac{(t_\infty - t_0)}{41,67} \right)^{0,15}$, com t em dias. Ver Tabela 8.4 referentes a coeficiente de fluência do aço de protensão na NBR 6118:2014.

Monitorar o comportamento da estrutura a longo prazo é de grande importância para a prevenção de danos e melhoria do dimensionamento, em especial o das estruturas protendidas. Perdas imediatas e principalmente perdas progressivas afetam consideravelmente o comportamento de deflexões de vigas em situações de serviço. No entanto, além dos fenômenos de retração e fluência do concreto como a relaxação em aços de protensão, outros fatores podem influenciar na queda de tensão do aço, tais como: equipamentos de protensão, tempo de cura do concreto, carregamentos externos, umidade do ambiente dentre outros. (GUO T. et al. 2017).

Pfeil (1984) observa que o tempo para estabilização das perdas de protensão está compreendido entre 20 a 30 anos. Além disso, o autor orienta ainda que estas perdas conduzem a valores da ordem de 20% a 30% da protensão inicial instalada em uma seção:

$$P_\infty = (0,7 \text{ a } 0,80) P_0$$

$$\sigma_{p\infty} = (0,7 \text{ a } 0,80) \sigma_{p0}$$

Sendo:

P_∞ : força de protensão inicial instalada em uma seção da peça, no tempo $t = t_0$, já considerada as perdas por atrito e encunhamento ($P_0 = A_p \sigma_{p0}$);

P_∞ : força de protensão após estabilização de todas as perdas, no tempo $t = t_\infty$, ($P_\infty = A_p \sigma_{p\infty}$).

Vale destacar que o intervalo estimado da perda de protensão proposto pelo autor, incluem perdas por atrito, fenômeno que não ocorre em casos pré-traçados.

2.1.5. Espaçamentos e Ancoragens das Armaduras em Pré-Tração

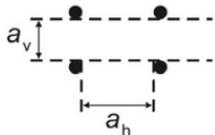
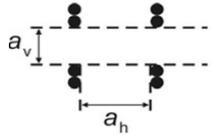
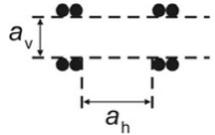
Para este tópico, toma-se como referência diretrizes mencionadas no item 18.6.2 da norma NBR 6118:2014. Por consequência, nota-se questões pertinentes aos arranjos das armaduras protendidas na seção transversal de vigas, bem como comprimentos de transferência das forças de protensão das armaduras ao concreto.

Segundo *Model Code 2010* (MC-2010) em seu item 7.13, define que a durabilidade da estrutura decorre de um bom arranjo e detalhamento das armaduras, sejam ativas ou passivas. Para isso, as dimensões dos elementos estruturais devem ser devidamente escolhidas levando em consideração a quantidade de aço presente no interior do concreto. Os posicionamentos e as composições das armaduras deverão permitir a perfeita moldagem e compactação do concreto.

Em seu item 7.13.2.3, o *Model Code* (MC-2010) declara que os mínimos espaçamentos entre barras devem atingir a espaçamentos iguais ou maiores que o máximo diâmetro do agregado. Caso contrário, pelo menos 20 mm de espaçamento entre barras deve ser respeitado para a garantia da boa fluidez do concreto.

No entanto, para confecção do *software* auxiliar, toma-se os valores indicados na Tabela 4 proposto pela norma brasileira NBR 6118:2014:

Tabela 4 – Espaçamentos mínimos em casos de pré-tração

Disposição dos Fios ou cordoalhas	Espaço livre	
	a_h – Horizontal	a_v – Vertical
	$\begin{cases} \geq 2 \phi \\ \geq 1,2 d_{max} \\ \geq 2 \text{ cm} \end{cases}$	$\begin{cases} \geq 2 \phi \\ \geq 1,2 d_{max} \\ \geq 2 \text{ cm} \end{cases}$
	$\begin{cases} \geq 3 \phi \\ \geq 1,2 d_{max} \\ \geq 2,5 \text{ cm} \end{cases}$	$\begin{cases} \geq 3 \phi \\ \geq 1,2 d_{max} \\ \geq 2 \text{ cm} \end{cases}$
	$\begin{cases} \geq 3 \phi \\ \geq 1,2 d_{max} \\ \geq 3 \text{ cm} \end{cases}$	$\begin{cases} \geq 3 \phi \\ \geq 1,2 d_{max} \\ \geq 3 \text{ cm} \end{cases}$

Fonte: Adaptada (NBR 6118:2014)

Onde:

ϕ : diâmetro do fio ou cordoalha;

d_{max} : dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Para atender cálculos referentes aos comprimentos de ancoragens básicos, comprimentos de transferências e comprimento de ancoragens necessários, recorre-se ao item 9.4.5 da mesma norma, nas quais serão brevemente mencionadas a seguir:

- a) Cálculo do comprimento de ancoragem básico: comprimento necessário para transferir a força máxima na armadura protendida ao concreto. Deste modo, respeita-se a seguinte condição:

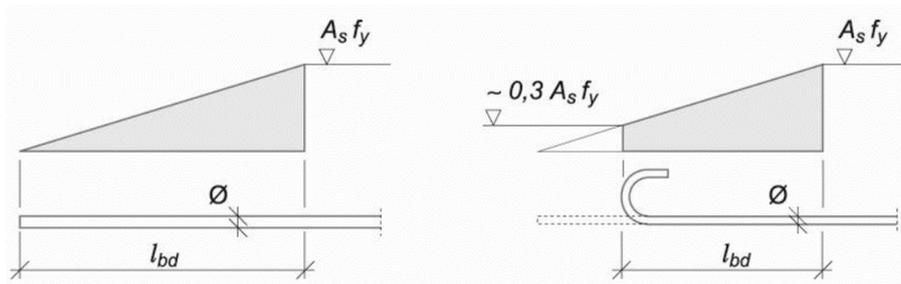
$$\text{Para fios isolados} - l_{bp} = \frac{\phi f_{pyd}}{4 f_{bpd}} \quad (12)$$

É importante salientar que o *Model Code* (MC-2010) em seu item 7.13.2.5, trata valores de ancoragem básico semelhantes aos valores impostos pela norma brasileira, no entanto, condiciona esse comprimento a valores maiores ou iguais a 25ϕ . De modo a atender a condição:

$$l_{bd,net} = \frac{\phi_s f_{yd}}{4 f_{bd}} \geq 25 \phi \quad (13)$$

Em ambos os casos normativos, a variação da força de ancoragem pode ser representada através da Figura 7 indicada abaixo:

Figura 7 – Desenvolvimento da força de ancoragem



Fonte: *Model Code* 2010

Já para cordoalhas de três ou sete fios, a NBR 6118:2014 recomenda a seguinte condição:

$$l_{bp} = \frac{7\phi f_{pyd}}{36 f_{bpd}} \quad (14)$$

Sendo f_{bpd} a resistência de cálculo entre a armadura ativa e o concreto, obtidos a partir da seguinte equação apresentada no item 9.3.2.2 da norma brasileira:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} \eta_{p2} f_{ctd} \quad (15)$$

Sendo:

f_{ctd} : resistência de cálculo à tração do concreto;

η_{p1} : 1,0 para fios lisos;

η_{p1} : 1,2 para cordoalhas de três e sete fios;

η_{p1} : 1,4 para fios dentados;

η_{p2} : 1,0 para situações de boa aderência;

η_{p2} : 0,7 para situações de má aderência;

A fim de assegurar a solidariedade entre os materiais, Fusco (1994) chama atenção com o propósito de, no lugar de f_{pyd} para cálculo de ancoragem básico, utiliza-se valores iguais a $1,05 f_{pyk}$.

- b) Cálculo do comprimento de transferência: comprimento necessário para transferir por aderência a totalidade da força de protensão ao concreto. Considera-se as seguintes situações:

$$\text{Para fios dentados ou lisos} - l_{bpt} = 0,7 l_{bp} \frac{\sigma_{pi}}{f_{pyd}} \quad (16)$$

$$\text{Para cordoalhas de três ou sete fios} - l_{bpt} = 0,5 l_{bp} \frac{\sigma_{pi}}{f_{pyd}} \quad (17)$$

Vale ressaltar que estes valores dependem diretamente da maneira em que o dispositivo de tração é liberado. Quando submetido aos cortes de maneira gradual, ou seja, corte através de maçaricos, considera-se valor conforme mencionado anteriormente. Caso contrário, quando o mecanismo de corte ocorre de maneira brusca, ou seja, mediante ao corte de serras, a NBR 6118:2014 recomenda o acréscimo de 25% do comprimento previamente estabelecido.

- c) Comprimento de ancoragem necessário: comprimento mínimo para que a totalidade da força de protensão seja transferida para o concreto. Sendo assim, utiliza-se a seguinte expressão:

$$l_{bpd} = l_{bpt} + l_{bp} \frac{f_{pyd} - \sigma_{p\infty}}{f_{pyd}} \quad (18)$$

Em que:

$\sigma_{p\infty}$: é a tensão na armadura após a totalidade das perdas imediatas e progressivas.

Para que ocorra a uniformização das tensões como distribuição linear ao longo da altura da seção transversal, passagem entre zona D e B, a NBR 6118:2014 em seu item 9.6.2.3 determina seu valor dado pela seguinte expressão:

$$l_p = \sqrt{h^2 + (0,6 l_{bpt})^2} \quad (19)$$

Salienta-se que para uniformização das tensões, o *Model Code* (MC-90) em seu item 6.9.11.6, considera condições semelhantes ao proposto pela norma brasileira.

2.1.6. Zona de Introdução Da Força de Protensão em Pré-tração

Na sequência, busca-se compreender o comportamento das tensões na seção transversal em zonas de distúrbio ocasionadas pela introdução das forças de protensão em peças pré-traçadas. Para as denominadas “zonas D (dispersão)”, as tensões de distúrbio não se propagam linearmente e seu estudo recorre aos métodos de escoras e tirantes por apresentarem metodologias simples e versátil para este tipo de solicitação.

A zona D é estabelecida com base no princípio de Saint-Venant, na qual uma força aplicada em uma pequena área da seção transversal na qual sua dispersão no interior da peça gera uma perturbação das tensões cujo comprimento de regularização é aproximadamente igual à altura ou largura da seção, uma vez que a perturbação ocorre em um modelo tridimensional. Quando alcançado esta distância, permite-se dizer que as tensões se distribuem de maneira linear no interior do elemento estrutural.

Segundo Rogowsky e Marti (1996), diferem-se a zona D em duas principais regiões, sendo, zona local situada imediatamente após o dispositivo de ancoragem (quando houver) de altura e extensão semelhantes à do bloco de ancoragem e zona global de dimensões iguais a altura ou largura da peça. Os autores ainda destacam que as zonas locais apresentam as máximas forças de protensão, acarretando em elevadas tensões de compressão em um concreto cuja resistência geralmente apresenta-se inferior ao previsto para os 28 dias.

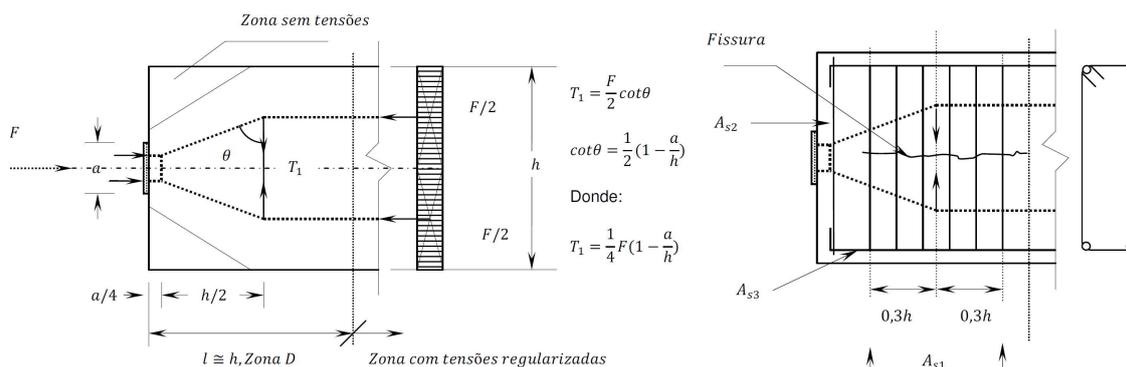
Para garantir a segurança contra o esmagamento e fendilhamento do concreto, deve-se observar os seguintes princípios básicos para dimensionamento de armaduras:

- a) Identificar o melhor modelo de escoras e tirantes para compreender o fluxo principal de forças para o dimensionamento, cujo detalhamento de armaduras deve atender ao modelo idealizado.
- b) Alojamento das armaduras de modo a resistir às principais forças de tração. Para o dimensionamento em estado limite último, as armaduras poderão apresentar tensões próximas de f_{yd} . Em contrapartida, quando deseja-se posicionar as armaduras para atender aos estados limites de serviço, isto é, para melhorar o controle da fissuração, deve-se limitar as tensões atuantes na faixa de 200 a 250 MPa. Em ambos os processos de dimensionamento, comumente despreza-se a resistência à tração do para absorção de forças principais de tração.
- c) Quando verificado as tensões de compressão das escoras e nós da treliça idealizada, estas deverão ser exclusivamente resistidas pelo concreto. Para um melhor desempenho da resistência à compressão do concreto, comumente utiliza-se armadura de confinamento conforme item 8.2.6 da NBR 6118:2014, onde observa-se o concreto em seu estado multiaxial de tensões.
- d) Deve-se observar as diferentes etapas de construção e a história do carregamento a fim de se obter as situações preponderantes de resistência do concreto atuando no estado limite último e de serviço no controle da fissuração. Considera-se o valor $0,95 A_p f_{ptk}$ determinante para ELU, isto é, a máxima força aplicável no cabo, ao passo que as verificações em serviços deverão atender as forças resultantes após sua completa ancoragem. De modo geral, utiliza-se as condições de serviço para dimensionamento da zona global. Em contrapartida, recorre-se às condições em ELU para dimensionamento da zona local.

Para dimensionamento da zona global, isto é, zona após a força de protensão ancorar em sua totalidade, atende-se o ângulo de dispersão usualmente utilizado entre 30° a 45° . Segundo NBR 6118:2014, este ângulo poderá ser adotado como sendo $\beta = 33,69^\circ$, ou seja, $\tan\beta = 2/3$. No entanto, quando verificado o ângulo θ formado entre a diagonal comprimida e o tirante principal, nota-se o complemento do ângulo β , ou seja, compreendido entre 60° a 45° .

A Figura 8 elucidada o comportamento das tensões quando o elemento é submetido a uma carga pontual centrada.

Figura 8 – Distribuição das tensões em bloco centrado



Fonte: Rogowsky e Marti (1996), adaptado Buchaim

Segundo Fusco (1995), recomenda-se que forças de protensão devam ser consideradas como feixe único de tensões concentrados quando analisadas seções transversais localizadas nas extremidades da peça estrutural. Como alternativa para redução e maiores controles destes efeitos, o autor propõe de forma simplificada que o comprimento da zona de regularização de tensões seja igual à maior dimensão da seção transversal da peça no plano considerado.

2.1.7. Definição para Estado Limite de Serviço (ELS)

Para atender diferentes níveis de protensão previamente mencionados no item 2.1.3 deste documento, aborda-se neste capítulo a caracterização dos diferentes estados limites de serviço (ELS), levando em consideração códigos normativos nacionais e internacionais, sendo NBR 6118:2014 e MC-2010 respectivamente.

Do ponto de vista do normativo MC-2010, define-se em seu item 3.3.1.1 que estados limites de serviço buscam não só atender questões pertinentes ao uso normal de novos componentes estruturais, mas também situações onde as funções destes elementos estruturais deixam de atender as exigências mínimas, a saber:

- a) Deformações ou deflexões inaceitáveis que prejudicam a funcionalidade de estruturas ou seus conteúdos que podem causar danos a estruturas. Estas não conformidades podem gerar desconfortos visuais nas pessoas, afetam a aparência do elemento e alteram o funcionamento de eventuais equipamentos (condições impostas pelo uso da edificação).
- b) Vibrações excessivas que limitam a eficácia funcional das estruturas, nas quais podem afetar componentes não estruturais, conforto do usuário ou

funcionamento do equipamento. Embora as amplitudes das vibrações possam ser caracterizadas através da sua magnitude.

- c) Danos localizados, como por exemplo, rachaduras ou ligações que não afetam a segurança estrutural, mas podem afetar a eficiente ou aparência dos elementos de vedação e fechamento.

A norma brasileira, NBR 6118:2014, em seu item 10.4 destaca a importância da estrutura atender as seguintes condições: conforto do usuário, durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas. Sejam estas questões em relação aos usuários, sejam em relação aos equipamentos suportados pelas estruturas. Evidenciam-se ainda três estados limites de serviço (ELS) que estruturas protendidas necessitam atender, cada qual atendendo a uma combinação de carregamentos:

- a) *Estado Limite de Descompressão* (ELS-D): quando uma viga bi-apoiada está submetida a carregamento transversal de sentido gravitacional, a fibra inferior da seção transversal deve apresentar tensões nulas. Para casos de tirantes, deve-se considerar como tensões nulas em toda a seção transversal do elemento;
- b) *Estado Limite de Formação de Fissura* (ELS-F): quando a tensão normal em uma peça atuando a flexão atinge a resistência do concreto à tração. Para situações de tirantes, atende-se à resistência do concreto a tração direta;
- c) *Estado Limite de Abertura de Fissura* (ELS-W): quando a viga se apresenta no estágio II, despreza-se as tensões de tração na seção transversal abaixo da Linha Neutra e a região comprimida atua em regime linear. Acrescenta-se que estas aberturas deverão ser controladas e limitadas a $w_k \leq 0,2 \text{ mm}$, ou indiretamente pela tensão na armadura passivas (σ_s), ou nas armaduras ativas aderente ($\Delta\sigma_p$);

Sendo assim, para se atender as diferentes situações propostas para os estados limites de serviço (ELS), recorre-se a prática indicada na Tabela 5 proposta na NBR 6118:2014 em seu item 11.7.1, com a seguinte reprodução:

Tabela 5 – Valores do coeficiente γ_{f2}

Ações		γ_{f2}		
		Ψ_0	$\Psi_1^{1)}$	Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo,	0,5	0,4	0,3

	nem de elevadas concentrações de pessoas. ²⁾			
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas. ³⁾	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
¹⁾ para valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga. Ver seção 23. ²⁾ edifícios residenciais ³⁾ edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: NBR 6118:2014

Conforme a Tabela 5, pode-se obter diferentes valores para os parâmetros ψ_1 e ψ_2 , sendo, combinações frequentes e quase permanentes respectivamente. Em casos de protensão completa, ou seja, combinações raras (nível 3 de protensão), considera-se fator $\gamma_{f2} = 1$, de forma que a intensidade do carregamento tenha seu valor integral. Portanto, para que sejam efetuados os cálculos pertinentes as combinações em serviço, aplica-se o emprego da Tabela 6 a seguir:

Tabela 6 – Combinações para Estado Limite de Serviço (ELS)

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} F_{qj,k}$

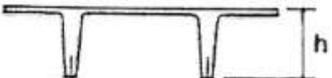
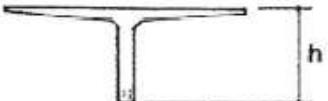
Combinções raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores frequentes $\Psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} F_{qj,k}$
<p>Sendo:</p> <p>$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;</p> <p>$F_{q1,k}$ é o valor característico das ações variáveis principais diretas;</p> <p>Ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;</p> <p>Ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS;</p>		

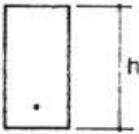
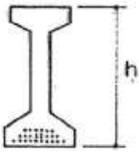
Fonte: NBR 6118:2014

Para os demais estados limites de serviço, em especial referente aos deslocamentos tais como, flechas e variação de flecha, encurtamento axial, rotações de apoio, vibrações excessivas, deve-se seguir o prescrito no mesmo código normativo. Observa-se também que segundo NBR 6118:2014, estes limites de deslocamentos estão expostos na Tabela 13.3 desta norma.

Para fins de pré-dimensionamento em serviço (ELS), Collins e Michel (1997) recomendam os seguintes parâmetros de esbeltez para peças pré-tracionadas relatados na Tabela 7:

Tabela 7 – Combinações para Estado Limite Último (ELU)

Tipo de elemento	Carregamento acidental (kN/m^2)	Vão/altura (l/h)
	<i>< Peso Próprio</i>	40
	2.4 4.8	40 – 50 32 – 42
	2.4 4.8	20 – 30 18 – 28
	2.4 4.8	23 – 32 19 – 20

	<i>< Peso Próprio</i>	20
	<i>< Peso Próprio</i>	30
	<i>Cargas de pontes e viadutos</i>	18

Fonte: Adaptado de Collins e Mitchell (1989)

2.1.8. Definição para Estado Limite Último (ELU)

Segundo item 3.3.1.2, o MC-2010 constata que estados limites últimos são medidas associadas aos vários modos de colapso ou estágio próximo as ruínas estruturais. Ainda de acordo com o mesmo código normativo, caracteriza-se como principais características para estados limites últimos:

- a) Garantia de segurança da vida do usuário;
- b) Quando a estrutura está à beira de perder sua funcionalidade, embora retenha capacidade de carga, resistência residual e rigidez suficientes para proteger vidas durante o período de reparos imediatos;
- c) Quando se torna fundamental a aplicação de reforço estrutural;
- d) Em casos em que a demolição é preferível.

Quando estruturas estão submetidas a carregamentos que levará ao colapso, a NBR 6118:2014 orienta atender as seguintes situações para vigas pré-tracionadas:

- a) ELU na flexão: responsável pela garantia da segurança confirmando a resistência dos banzos tracionados e comprimidos em toda extensão da peça;
- b) ELU para força cortante: quando deve-se verificar a segurança estrutural contra esmagamento do concreto da alma e dos flanges. Quando necessário, dimensiona-se estribos com espaçamentos adequados de modo a interligar os banzos bem como alma e flange;

- c) ELU para período de construção: responsável por garantir a segurança da edificação contra grandes forças horizontais (empuxo de solo), etapas de montagem e fabricação da peça estrutural.

De maneira análoga ao exposto para condições de serviço (ELS), deve-se atender combinações específicas para cada caso de carregamento, agora em estado limite último (ELU). Sendo assim, recorre-se a Tabela 8 para combinações de ações segundo código normativo brasileiro:

Tabela 8 – Combinações para Estado Limite Último (ELU)

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto ¹⁾	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \Psi_{oj} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \Psi_{oe} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto pretendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{km\acute{a}x}$ e P_{kmin} para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na seção 9
	Perda de equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,min}$ <i>onde:</i> $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \Psi_{oj} Q_{jk}$
Especiais ou de construção ²⁾		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \Psi_{oj} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \Psi_{oe} F_{eqk}$
Excepcionais ²⁾		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \Psi_{oj} F_{qjk} + \gamma_{eq} \Psi_{oe} F_{eqk}$

Fonte: NBR 6118:2014

A confiabilidade dos projetos que garantem satisfatórios níveis de segurança é derivada de uma tarefa complicada e desafiadora.

Para abranger bons níveis, deve-se atender a duas principais abordagens: a primeira, embasada no julgamento de engenharia em relação a observações de falhas já ocorridas, enquanto a segunda, fundamenta-se na teoria para práticas futuras. (SEYED G., NOWAK, A., 2017)

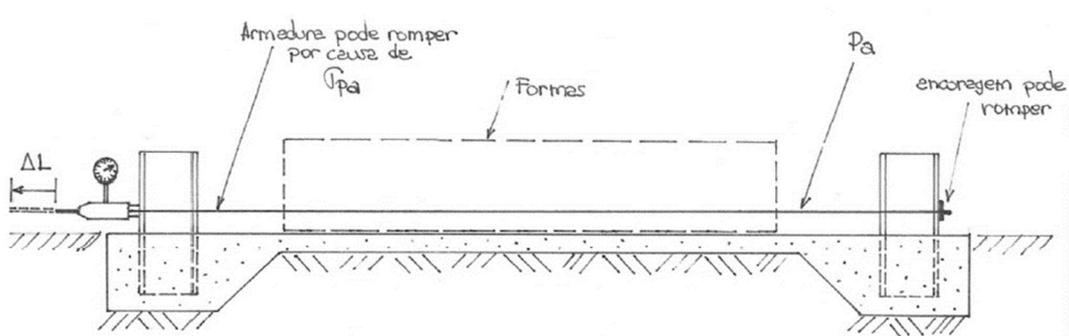
2.1.9. Verificação em Vazio para Vigas Pré-Fabricadas Protendidas

Por serem concebidas em pistas de protensão, vigas pré-fabricadas necessitam de verificações complementares, sendo necessária sua validação em períodos de execução. Por apresentar concreto “jovem” nos primeiros dias combinado com sua máxima força de protensão, a viga pode apresentar ruína já nas primeiras horas após sua confecção.

Desta maneira, Collins e Michel (1997), destacam as seguintes considerações para elementos pré-tracionados:

- a) Etapa da protensão em que são medidos os alongamentos (Δl) e a pressão manométrica correspondente a força de protensão, para duplo controle da operação. Já aqui tem-se a possibilidade de ruína das armaduras protendidas devido a tensões iniciais (σ_{pa}) e rompimento da respectiva ancoragem dos contrafortes externos conforme Figura 9.

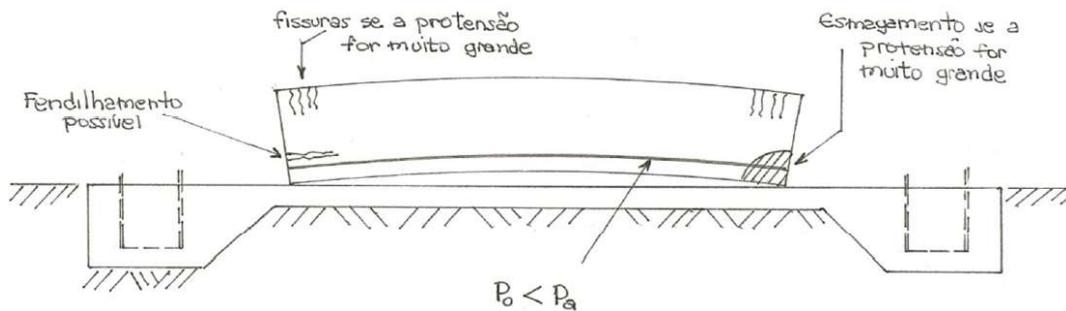
Figura 9 – Operação de estiramento das armaduras protendidas



Fonte: Adaptado de Collins e Mitchell (1989)

- b) Prosseguindo, verifica-se a transferência da força de protensão à peça de concreto por aderência nas extremidades de acordo com Figura 10. Há nesta fase, os seguintes riscos:
 1. Fendilhamento do concreto longitudinal do concreto (Zona-D);
 2. Esmagamento do concreto nas fibras inferiores. Note-se nesta etapa que os concretos apresentam baixas resistências à compressão;
 3. Fissuração na borda superior de seções próximas às extremidades. Em consequência do alívio do peso próprio;

Figura 10 – Transferência da protensão



Fonte: Adaptado de Collins e Mitchell (1989)

2.1.9.1. Verificação simplificada segundo NBR 6118:2014

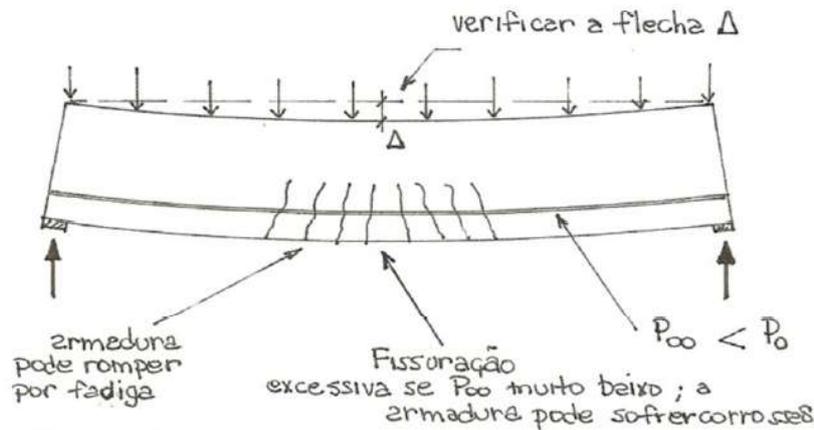
Atendendo ao item 17.2.4.3.2 mencionado no código brasileiro, permite-se verificar no estágio I a segurança em relação ao estado limite último no ato da protensão, ou seja, quando o concreto apresenta comportamento elástico linear ausente de fissuração. Desta maneira, destaca-se as seguintes condições:

- Máxima tensão de compressão na seção de concreto com as devidas ponderações ($\gamma_p = 1,1$ e $\gamma_f = 1,0$), não pode ultrapassar 70% da resistência característica do concreto (f_{ckj}) na data considerada;
- Máxima tensão de tração do concreto não pode ultrapassar em 20% da resistência à tração média do concreto f_{ctm} . Valor no qual relaciona-se ao determinado na resistência a compressão f_{ckj} .
- Em casos de tração na seção transversal, deve-se prever armaduras passivas calculadas no estágio II. Para aproximação de cálculo, as forças consideradas nestas armaduras deverão atender as resultantes das tensões de tração no concreto cujo comportamento se faz no estágio I. Em consequência, delimita-se o acréscimo de tensões nas armaduras em aproximadamente 150 MPa para fios ou barras lisas e 250 MPa para barras nervuradas.

2.1.10. Verificação em Estado Limite de Serviço (ELS) – Flexão Simples

Já com a viga pré-tracionada solicitada em condições de serviço, isto é, com todas as perdas de protensão (imediatas e progressivas), Collins e Mitchell (1989) recomendam as verificações ilustradas na Figura 11.

Figura 11 – Carga de serviço



Fonte: Adaptado de Collins e Mitchell (1989)

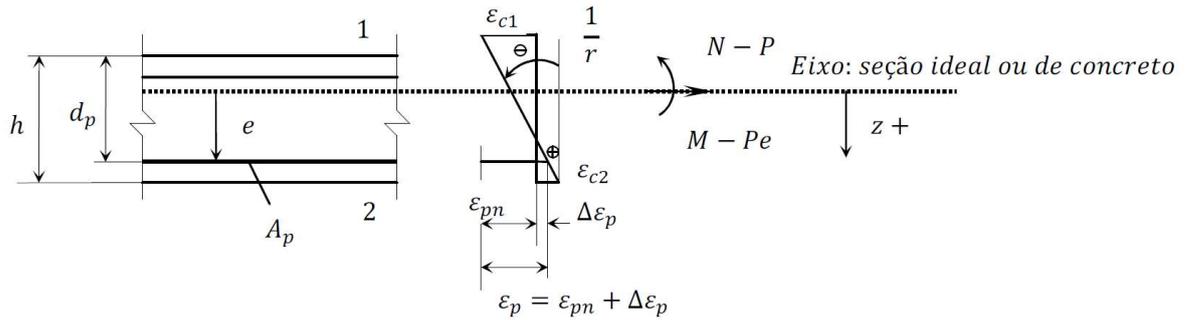
Conforme Figura 11, observam-se as seguintes situações para estruturas atuando em serviço (ELS):

- Fissuração excessiva no caso de ocorrer uma protensão inadequada. O emprego de baixas forças de protensão acarretam na transferência de tensões de tração indesejadas ao concreto ($P_{\infty} < P_0$);
- Fadiga do aço de protensão para peças de carga móvel. Aumentam consideravelmente a perda de protensão quando a peça está submetida a ciclos repetidos de tensão e deformação, que por consequência, permite a abertura de fissuras como já mencionados no item 1;
- Flecha e variação excessiva da flecha;
- Vibração excessiva do elemento estrutural. Uma vez provocada fissuração, o elemento estrutural sofre perda de rigidez em sua seção transversal, permitindo maiores oscilações verticais.

2.1.10.1. Força de protensão e caracterização geométrica da seção transversal

Para confecção do *software* auxiliar, adotou-se a convenção de sinais proposta por Buchaim (2014). Através desta convenção, é possível calcular as forças de protensão a fim de atender as solicitações em serviço (ELS). Tais condições estão ilustradas em maiores detalhes na Figura 12:

Figura 12 – Convenção de sinais e deformações na seção transversal.



Fonte: Buchaim (2014)

Portanto, destaca-se através da Figura 12 que a força normal e a resultante do momento fletor (N, M), são originadas quando o elemento estrutural está submetido a carregamentos externos, que por sua vez se soma algebricamente à força de protensão.

Para fins de programação, considera-se que as deformações presentes nos materiais (aço e concreto) atendem à distribuição linear na seção transversal independentemente do estágio do carregamento que o elemento está submetido. Deste modo, assume-se a condição de aderência perfeita entre o aço e concreto para cálculo de perdas progressivas, supondo assim que as seções são separadas e o eixo de referência passará ser o da seção líquida de concreto (i.e., seção da peça descontados os vazios das armaduras de protensão.). Ressalta-se que os vazios ocasionados pelas armaduras protendidas estão diretamente condicionados ao arranjo e bitola estabelecida.

No entanto, para confecção da lógica computacional do *software* considera-se as protensões limitadas e completas (níveis 2 e 3 respectivamente) atuando no estágio I e estágio II quando se deseja nível parcial de protensão. Deste modo, os três níveis de protensão atendem a condição imposta pela lei de Hooke, onde a tensão atuante no concreto é obtida através da equação:

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c = \frac{(N - P)}{A_i} + \frac{(M - Pe)}{I_i} z_{ip} \quad (20)$$

A partir do cálculo do módulo de resistência (W), pode-se encontrar as tensões nas fibras mais afastadas da seção transversal cujo valor é obtido a partir da seguinte expressão:

$$W_{i1} = \frac{I_i}{z_1} < 0 \text{ e } W_{i2} = \frac{I_i}{z_2} > 0 \quad (21)$$

De posse dos módulos de resistência superior e inferior (W_{i1} e W_{i2}), encontram-se as tensões nas fibras mais afastadas mediante as seguintes equações:

$$\sigma_{c1} = \frac{(N - P)}{A_i} + \frac{(M - Pe)}{W_{i1}} \quad (22)$$

$$\sigma_{c2} = \frac{(N - P)}{A_i} + \frac{(M - Pe)}{W_{i2}} \quad (23)$$

Quando se deseja calcular as tensões ao nível do baricentro das armaduras protendidas, recorre-se as respectivas excentricidades superior e inferior como sendo $e = z_{ip}$. Logo, resulta-se na seguinte expressão:

$$\sigma_{cp} = \frac{(N - P)}{A_i} + \frac{(M - Pe)}{I_i} e \quad (24)$$

Nota-se que, as expressões 25 a 29 fazem uso das características da seção transversal ideal. Desde modo, a Figura 13 relata as convenções de sinais adotadas para o cálculo das propriedades geométricas ideais da seção transversal:

1) Área da seção ideal:

$$A_i = A_0 + (\alpha_s - 1) \left(\sum_{k=1}^n A_{pk} + \sum_{j=1}^m A_{sj} \right) \quad (25)$$

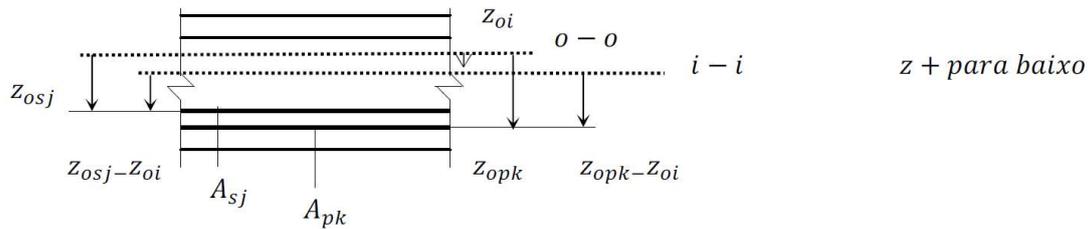
2) Distância entre o centro de gravidade (cg) das seções ideais:

$$z_{oi} = (\alpha_s - 1) \left(\sum_{k=1}^n A_{pk} z_{0pk} + \sum_{j=1}^m A_{sj} z_{0sj} \right) / A_i \quad (26)$$

3) Momento de inércia ideal:

$$I_i = I_0 + (\alpha_s - 1) \left[\sum_{k=1}^n A_{pk} z_{0pk} (z_{0pk} - z_{oi}) + \sum_{j=1}^m A_{sj} z_{0sj} (z_{0sj} - z_{oi}) \right] \quad (27)$$

Figura 13 – Dados da seção ideal com n camadas de armadura protendida e m camadas de armadura passiva.



Fonte: Buchaim (2014)

Ainda de acordo com Buchaim (2014), é possível evitar a ocorrência de tensões de tração na fibra mais afastada da seção de concreto logo após a liberação da protensão na pista, limitando estas tensões a valores inferiores à resistência de tração do concreto na flexão. Deste modo, o “teto” da protensão pode ser obtido pelo lado direito da inequação:

$$P_0 \leq \frac{M_{min} - W_{01}f_{ct,fl,j}}{e - k_2} \quad (28)$$

É possível observar através da equação 28, a importância dos respectivos sinais negativo e positivo ($W_{01} < 0$ e $W_{02} > 0$) para os módulos de resistência.

De maneira análoga ao denominado “teto” da protensão, calcula-se seu “piso” através do segundo membro da inequação abaixo quando submetido as condições de serviço (ELS).

$$P_\infty \geq \frac{M_{max} - W_{02}f_{ct,fl}}{e + k_1} \quad (29)$$

Sendo assim, para cálculo do “teto” da protensão, deve-se analisar a seção transversal próxima à extremidade do elemento estrutural, uma vez que, o valor do momento devido ao peso próprio da peça atua contra a segurança. Neste caso, pode-se considerar o valor do momento fletor igual a zero em caso de vigas isostáticas bi-poiadas. Buchaim (2014) destaca ainda que nesta etapa de verificação das forças e tensões iniciais (tempo inicial t_0) se tem a máxima força de protensão em conjunto com a mínima resistência a tração do concreto na flexão ($f_{ct,fl}$).

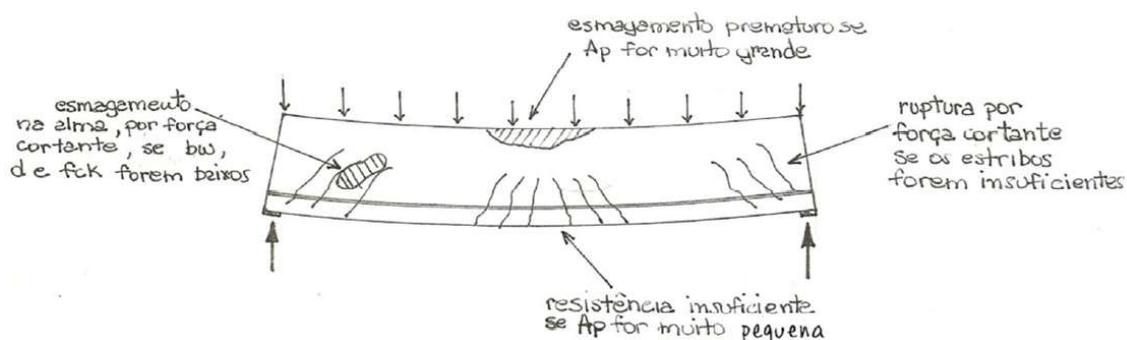
Em contrapartida, quando se deseja calcular o valor da força de protensão no tempo infinito (t_∞), deve-se considerar obrigatoriamente valores de momentos fletores com suas devidas combinações em serviço (ELS). Neste caso, a seção transversal mais

desfavorável a ser analisada está situada no meio do vão estrutural, que por sua vez auxilia na determinação da força de protensão em serviço (P_{∞}), quando as perdas imediatas e progressivas já tenham ocorridas.

2.1.11. Verificação em Estado Limite Último (ELU)

Collins e Mitchell (1989) expõem os seguintes cuidados na verificação da carga máxima na ruptura em peças pré-fabricadas com armadura aderente:

Figura 14 – Carga de Ruptura



Fonte: Adaptado de Collins e Mitchell (1989)

A Figura 14, representa de maneira esquemática o estado limite último (ELU) para peças protendidas com armadura reta aderente. Evidencia-se assim a necessidade das verificações pertinentes ao esmagamento do concreto do banzo comprimido, uma vez que as máximas ações externas poderão ocasionar tensões de compressão acima da resistência do concreto f_{ck} , quando analisada na região central a partir dos 28 dias. Ainda na seção central, visualiza-se excessivas aberturas de fissuras, nas quais são delimitadas em $w_k \leq 0,2 \text{ mm}$, conforme exposto em 2.1.7 deste documento.

Em contrapartida, verifica-se nas extremidades da peça o esmagamento da alma e ruptura por excessiva força cortante. Estas não conformidades ocorrem geralmente em vigas que apresentam pequenas larguras (b_w), baixas resistências do concreto (f_{ck}) e presença mínima ou ausência total de armaduras transversais (estribos). É importante salientar que para estado limite último na flexão (ELU-Flexão), deve-se calcular armaduras passivas adicional em casos que a armadura protendida longitudinal não atenda as condições mínimas de segurança necessárias.

Como o devido trabalho destina-se a peças protendidas pré-fabricadas com armaduras aderentes retas, não será objetivo mencionar todas as eventuais patologias que poderão ocorrer para os demais tipos de protensões.

2.1.11.1. Flexão – Posição da linha neutra e equilíbrio de forças

Quando a peça pré-fabricada protendida está submetida as condições últimas (ELU), considera-se o escoamento das armaduras protendidas quando respeitadas as condições da profundidade da linha neutra (LN), x/d , conforme a NBR 6118:2014, em seu item 14.6.4.3.

A validação da viga contra ruína se faz quando as armaduras protendidas são suficientes para resistirem aos esforços de momento fletor e força cortante. Caso contrário, quando as armaduras protendidas não forem suficientes para atender aos esforços ocasionados por ações no estado limite último (ELU), deve-se posicionar armaduras passivas (frouxas) para que as forças resistentes nos banzos, bem como nas diagonais, sejam iguais ou superiores às forças solicitantes.

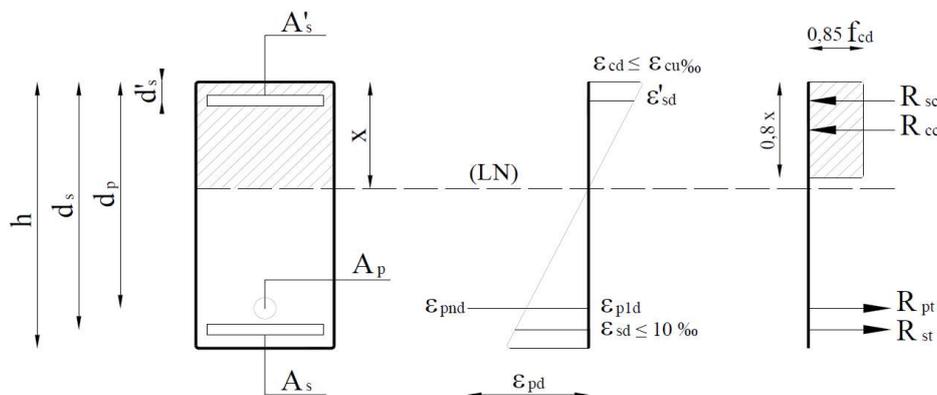
Para o cálculo das armaduras passivas adicionais (quando necessário), deve-se recorrer aos mesmos princípios adotados no dimensionamento de peças em concreto armado, isto é, verifica-se a posição da linha neutra para atender as condições de ductilidade e deformações máximas permitidas dos materiais.

Sendo assim, com objetivo de exemplificar a análise em vigas protendidas pré-fabricadas com armadura aderente, toma-se as seguintes condições quando submetidas a esforços de flexão:

- Presença de armaduras passivas inferiores (A_s);
- Armaduras passivas superiores (A'_s);
- Armadura protendida inferior (A_p);
- Concreto com resistências menores ou iguais a 50 MPa .

Tem-se:

Figura 15 – Equilíbrio de forças para seção retangular



Fonte: Do autor (2020)

Através do equilíbrio de forças demonstrado na Figura 15, chega-se nas seguintes equações:

$$R_{cc} + R_{sc} = R_{pt} + R_{st} \quad (30)$$

$$R_{cc} = \sigma_{cd} A'_c = 0,85 f_{cd} b_w (0,8x) \quad (31)$$

$$R_{sc} = \sigma'_{sd} A'_s \quad (32)$$

$$R_{pt} = f_{pyd} A_p \quad (33)$$

$$R_{st} = f_{yd} A_s \quad (34)$$

Onde σ_{pd} é tensão na armadura de protensão (A_p).

Considerando que a armadura passiva inferior (A_s) e superior (A'_s) possam estar em escoamento, temos:

$$\sigma'_{sd} = E_s \varepsilon'_s \leq f'_{yd} = \frac{f'_{yk}}{\gamma'_s} \quad (35)$$

$$\sigma_{sd} = f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (36)$$

$$R_{sc} = f'_{yd} A'_s \quad (37)$$

$$R_{st} = f_{yd} A_s \quad (38)$$

$$0,85 f_{cd} b_w 0,8x + f'_{yd} A'_s = f_{pyd} A_p + f_{yd} A_s \quad (39)$$

O equilíbrio é encontrado quando o somatório de forças horizontais tomando um lado da igualdade a resultante de forças advindas do bloco de compressão no concreto (R_{cc}) acrescentado a força resultante no aço passivo superior (R_{sc}), no outro lado da igualdade a resultante da força da armadura passiva inferior (R_{st}) com força de protensão (R_{pt}), isola-se a posição da linha neutra “ x ”, obtendo a seguinte expressão:

$$x = \frac{f_{pyd}A_P + f_{yd}A_S - \left\{ \begin{array}{l} f'_{yd} \\ \text{ou} \\ E_s \varepsilon'_{sd} \end{array} \right\} A'_S}{0,85f_{cd}0,8b_w} \quad (40)$$

Através de um algoritmo computacional, permite-se variar a posição da linha neutra de maneira iterativa partindo de zero (início da seção transversal) até o fim do limite do domínio 3. Este procedimento consiste em construir no ELU a relação entre momento resistente de cálculo (M_{rd}) e momento solicitante de cálculo (M_{sd}) a partir da variação da posição da linha neutra.

Deste modo, se faz de maneira análoga ao concreto armado a compatibilidade das deformações nos materiais: concreto, aço passivo e aço ativo, onde se tem:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{p1d}} = \frac{x}{(d_p - x)} \quad \frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{sd}} = \frac{x}{(d_s - x)} \quad \frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon'_{sd}} = \frac{x}{(x - d')} \quad (41)$$

Sendo ε_{p1d} a deformação ocorrida na armadura protendida. Se, $\varepsilon'_{sd} = \varepsilon_{cd} \frac{x-d'}{d} \geq \varepsilon_{yd}$, então a armadura superior se apresenta no patamar de escoamento ($\sigma'_{sd} = f_{yd}$), do contrário atendendo a lei de Hooke resulta-se na tensão $\sigma'_{sd} = E_s \varepsilon'_{sd}$.

Por fim, chega-se no momento fletor resistente para seção transversal analisada através da compatibilidade das deformações dos materiais e posição da linha neutra (LN). Quando o equilíbrio de momentos se faz em torno da resultante de compressão do concreto (R_{cc}), chega-se na seguinte equação:

$$M_{rd} = f_{pyd}A_P(d_p - 0,4x) + f_{yd}A_S(d_s - 0,4x) + \left\{ \begin{array}{l} f'_{yd} \\ \text{ou} \\ E_s \varepsilon'_{sd} \end{array} \right\} A'_S(0,4x - d') \quad (42)$$

A condição de equilíbrio e segurança da seção é satisfeita quando o momento resistente da seção transversal (M_{rd}) for superior ao momento solicitante de cálculo (M_{sd}) ($M_{rd} \geq M_{sd}$).

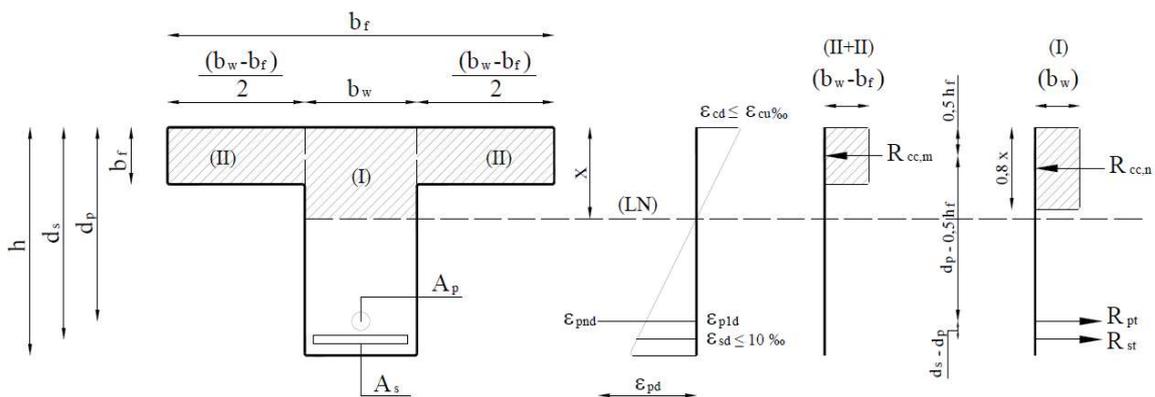
Caso contrário, quando o momento resistente de cálculo (M_{rd}) for inferior ao momento solicitante de cálculo (M_{sd}) ($M_{sr} < M_{sd}$), adiciona-se armaduras passivas levando em consideração a resistência do aço escolhido. Este equilíbrio se faz de maneira

similar ao cálculo para vigas convencionais em concreto armado considerando suas particularidades frente aos limites de escoamento das armaduras superiores e inferiores.

É importante destacar que de acordo com a NBR 6118:2014, a ductilidade da viga submetida a esforços últimos de flexão (ELU-Flexão) é dada quando a altura da linha neutra (LN) se mantém em $x \leq 0,45d$ para concretos de classe até 50 MPa. Já para classes de resistências superiores a 50 MPa, respeita-se a condição $x \leq 0,35d$. Vale lembrar que, quando os limites da linha neutra são extrapolados, isto é, excedendo o limite de ductilidade, posiciona-se armaduras superiores com a tensão de escoamento (f'_{yd}).

De maneira semelhante ao exposto para vigas com seção retangular, elucida-se o método para equilíbrio de forças em seção transversais tipo “T” e duplo “T” indicado através da Figura 16. Deste modo, toma-se como referência a seção retangular onde se considerou concreto com resistência característica igual ou menor que 50 MPa submetida a esforços de flexão. Tem-se:

Figura 16 – Equilíbrio de forças para seção tipo “T”



Fonte: Do autor (2020)

O cálculo deve respeitar as mesmas condições impostas quando efetuado dimensionamento em concreto armado convencional. Sendo assim, o comportamento considerado para seção transversal “T” possui característica semelhante a seção retangular cuja largura é b_f . Para casos onde a altura da linha neutra (x) for menor ou igual a 1,25, vezes altura da mesa ($0,8x \leq h_f$), calcula-se a área de aço como viga retangular. Deste modo, as armaduras deverão atender as expressões referentes as vigas de seção transversal retangular (ver Figura 15).

Quando a condição não for satisfeita, ou seja, ($0,8x \geq h_f$), conclui-se que a linha neutra (LN) está posicionada na nervura ($0,8x \leq h_f$), de modo que se faz necessário um

novo equacionamento de equilíbrio da seção transversal tipo “T”. Portanto, temos as seguintes condições:

$R_{cc,m}$: Resultante das tensões de compressão na mesa (região II);

$R_{cc,n}$: Resultante das tensões de compressão na nervura (região I);

$$R_{cc,m} + R_{cc,n} = R_{pt} + R_{st} \quad (43)$$

$$R_{cc,m} = 0,85f_{cd}(b_f - b_w)h_f \quad (44)$$

$$R_{cc,n} = 0,85f_{cd}b_w(0,8x) \quad (45)$$

$$R_{pt} = \sigma_{pd}A_p \quad (46)$$

$$R_{st} = \sigma_{sd}A_s \quad (47)$$

Da mesma maneira que se analisou para a seção retangular, realizando o equilíbrio de forças horizontais, toma-se em um lado da igualdade resultantes pertencentes ao bloco de compressão do concreto (região I e II), sendo o outro, resultantes das forças existentes na armadura passivas (A_s) e ativa (A_p).

Deste modo, admitindo de que as armaduras passivas (A_s) e ativa (A_p) estejam em escoamento na seção transversal. Temos:

$$0,85f_{cd}(b_f - b_w)h_f + 0,85f_{cd}b_w(0,8x) = f_{pyd}A_p + f_{yd}A_s \quad (48)$$

$$x = \frac{f_{pyd}A_p + f_{yd}A_s - 0,85f_{cd}(b_f - b_w)h_f}{0,85f_{cd}b_w0,8} \quad (49)$$

A partir da posição da linha neutra (x), observados os limites de $\frac{x}{d} \leq 0,45$ ou $0,35$, pode-se determinar através do equilíbrio de momentos fletores, o momento resistente da seção transversal, logo:

$$M_{rd} = 0,85f_{cd}(b_f - b_w)h_f(0,4x - 0,5h_f) + f_{pyd}A_p(d_p - 0,4x) + f_{yd}A_s(d_s - 0,4x) \quad (50)$$

De maneira análoga a análise vigas retangulares, valida-se as condições de segurança quando momento resistente de cálculo (M_{rd}) para seção “Tê” for maior ou

igual ao momento solicitante de cálculo (M_{sd}). Caso contrário, se o momento resistente de cálculo (M_{rd}) for menor se comparado com o solicitante de cálculo, (M_{sd}), a condição de segurança para a seção transversal não está satisfeita. Portanto, posiciona-se novas armaduras passivas (A_s) para garantir o equilíbrio da seção devido as solicitações últimas.

É importante salientar que, para situações onde a resistência do concreto esteja compreendida entre as classes C50 e C90, as mesmas condições de equilíbrio deverão ser atendidas, portanto, leva-se em consideração suas respectivas deformações últimas (ϵ_{cu}) e forças resultantes das tensões na região comprimida da seção.

2.1.11.2. Força Cortante

Para a elaboração do *software* proposto no presente trabalho, recorre-se ao item 17.4 da NBR 6118:2014 – Elementos lineares armados ou protendidos submetidos a força cortante atuando em Estado Limite Último (ELU). Segundo prescrições normativas, destaca-se que as considerações aqui mencionadas não se aplicam para elementos de volume, lajes, vigas paredes e consolos curtos.

Segundo a norma brasileira, existem dois principais métodos de dimensionamento à força cortante, denominados Modelo de Cálculo I e Modelo de Cálculo II. Ambos os modelos fazem analogias com treliças idealizadas de banzos paralelos e associados a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural.

Segundo a NBR 6118:2014, deve-se calcular a capacidade de carga do elemento estrutural em uma dada seção transversal. Com a presença de carregamentos externos, verifica-se qual é a força cortante para a mesma seção transversal, de modo a atender simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (51)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (52)$$

Sendo:

V_{sd} : força cortante solicitante de cálculo na seção analisada;

V_{Rd2} : força cortante resistente de cálculo, relativo às ruínas das diagonais comprimidas de concreto. Diferentes ângulos são considerados para as diagonais comprimidas e são limitadas através dos Modelos de Cálculo I e II.

$V_{Rd} = V_c + V_{sw}$: força cortante resistente de cálculo relativo às ruínas por tração das diagonais da treliça idealizada, onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça (parcela referente a resistência à tração do concreto e efeito de pino das armaduras longitudinais) e V_{sw} a parcela resistida pelas armaduras transversais de acordo com os modelos de cálculos propostos I e II, segundo itens 17.4.2.2 e 17.4.2.3 da NBR 6118:2014, respectivamente.

Para o Modelo de Cálculo I, o código nacional impõe a seguinte situação: escoras de compressão estão inclinadas em 45° com relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante e independente de V_{sd} .

Assim, a resistência à compressão das diagonais do concreto pode ser obtida através da seguinte equação:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \quad (53)$$

α_{v2} dado em megapascal (MPa) e calculado como sendo:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (54)$$

Por fim, verifica-se a área de aço necessária mediante ao seguinte equacionamento:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (55)$$

Onde:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha);$$

$V_c = 0$: para elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$: para flexão pura e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_c = V_{c0} + \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}} \right) \leq 2 V_{c0}: \text{ para flexo-compressão};$$

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d$$

Quando analisado o Modelo de Cálculo II, a NBR 6118:2014 admite diagonais comprimidas inclinadas com ângulos compreendidos entre 30° e 45°. Desta forma, é possível admitir que a parcela complementar do concreto V_c sofra redução com o aumento da força cortante atuante V_{sd} . Portanto, tem-se a seguinte equação para resistência das diagonais comprimidas do concreto:

$$V_{Rd2} = 0,54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \operatorname{sen}^2 \theta (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad (56)$$

Para este modelo, o parâmetro α_{v2} permanece inalterado com relação as considerações do Modelo de Cálculo anterior (Modelo de Cálculo I). No que segue, calcula-se as armaduras de maneira semelhante ao proposto no Modelo de Cálculo I, determinadas através da expressão 55.

É importante destacar que a variação das diagonais comprimidas de acordo com o ângulo compreendido entre 30° e 45° altera o valor de V_{sw} , readequando as equações para equilíbrio estático da treliça interna idealizada. Sendo assim, considera-se:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \operatorname{sen} \alpha;$$

$V_c = 0$: para elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c1}$: para flexão pura e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = V_{c1} + \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}} \right) < 2 V_{c1}$: para flexo-compressão com:

$$V_{c1} = V_{c0} \text{ quando } V_{sd} \leq V_{c0}$$

$V_{c1} = 0$ quando $V_{sd} = V_{Rd2}$, interpolando-se linearmente para valores intermediários.

Para ambos modelos de cálculo propostos, destacam-se as seguintes notações:

b_w : a menor largura da seção transversal compreendida ao longo da altura útil.

d : a altura útil da seção transversal, sendo, portanto, a distância da borda comprimida ao centro de gravidade das armaduras de tração.

s : o espaçamento entre armaduras transversais A_{sw} .

f_{ywd} : a tensão de escoamento da armadura transversal passiva.

α : o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

M_0 : o valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção tracionada por $M_{d,máx}$, provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{Sd} , sendo essa tensão calculada com valores de γ_f e γ_p iguais a 1,0 e 0,9 respectivamente. Os momentos correspondentes a essas forças normais não podem ser considerados no cálculo dessa tensão, pois são considerados em M_{Sd} e devem ser considerados apenas os momentos isostáticos de protensão.

$M_{Sd,máx}$: o momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise, que pode ser tomado como o de maior valor no semitramo considerado. Para este cálculo, não se consideram os momentos isostáticos de protensão, apenas os hiperestáticos.

É importante destacar também que a fim de buscar segurança contra ruínas, a NBR 6118:2014 estipula valores mínimos das armaduras independentemente de suas solicitações atuantes bem como Modelo de Cálculo escolhido, sendo, portanto, sua taxa geométrica calculada a partir da seguinte equação:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s \sen \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{yw k}} \quad (57)$$

A_{sw} : área da seção transversal dos estribos;

s : o espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

α : a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

b_w : a largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção, respeitada a restrição indicada no item 17.4.1.1.2 da NBR 6118:2014;

$f_{yw k}$: resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal;

$f_{ct,m}$: resistência à tração média do concreto dado pelo item 8.2.5 da mesma norma vigente;

Para as demais informações complementares, tais como, redução da força cortante próximas aos apoios, decalagem do diagrama para posicionamento de eventuais grampos nas extremidades do elemento estrutural, recorre-se ao item 17.4 da norma brasileira de concreto armado.

2.2. COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS

Aborda-se neste tópico parâmetros que interferem no comportamento dos materiais de vigas pré-fabricadas com armadura protendida aderente. Desta maneira, a prática normativa nacionais e internacionais (NBR 6118:2014 e MC2010, respectivamente), torna-se ferramenta principal para representar de maneira adequada as diferentes ponderações no dimensionamento do elemento estrutural.

Além disso, para questões pertinentes aos comportamentos do aço estrutural protendido, recorre-se a prática indicadas nas seguintes normas brasileiras: NBR 7482:2008 e 7483:2008, na qual trazem referências para cordoalhas e fios de aço, respectivamente.

2.2.1. Concreto (Classes I e II)

Segundo a norma brasileira NBR 8953:2003 (concreto para fins estruturais), diferentes resistências de concreto são classificadas em dois principais grupos, a saber: Grupo I, na qual varia entre C20 a C50. Para concreto cuja resistência esteja compreendida entre C55 a C100, caracteriza-se Grupo II. Todavia, o presente trabalho tem por objetivo verificar através de um *software* o cálculo automático de vigas pré-fabricadas protendidas, da qual sua resistência deve ser superior a C25. Ainda de acordo com a NBR 8953:2003, pode-se representar as diferentes categorias conforme Tabela 9 a seguir:

Tabela 9 – Classe e resistência do concreto

Classes de resistência do grupo I		Classes de resistência do grupo II	
Classe de Resistência Grupo I	Resistência características a compressão (MPa)	Classe de resistência Grupo II	Resistência características a compressão (MPa)
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: Reprodução (NBR 8953:2003)

Concreto cuja resistência à compressão é de 15 MPa, a NBR 6118:2014 em seu item 8.2.1 delimita sua utilização para elementos não estruturais ou para obras provisórias. Já para o concreto com resistência de 20 MPa, sua utilização restringe-se apenas para peças em concreto armado, dispensando sua aplicação em elementos estruturais contemplando armaduras ativas. Sendo assim, aborda-se no *software* concretos cujas resistências se dão a partir de 25 MPa, prescrições mínimas exigidas para cálculo de vigas protendidas com armadura aderente.

2.2.1.1. Massa específica

A NBR 6118:2014 determina que em casos na qual não se conhece a massa específica real, adota-se como massa específica o valor de 2400 kg/m³ para concretos simples e 2500 kg/m³ para concreto armado. Em contrapartida, o MC2010 fornece valores para três diferentes situações, a saber: concreto com agregado leve (800 a 2000 kg/m³), concreto com agregado comum (2000 a 2600 kg/m³) e concreto pesado (≥ 2600 kg/m³).

2.2.1.2. Coeficiente de dilatação térmica

Para efeito de análise estrutural, o comportamento do concreto sob ações de variações térmicas terá o coeficiente de dilatação igual à 10⁻⁵/oC segundo prescrição brasileira. No entanto, a MC2010 em seu item 5.1.10.3 aborda diferentes condições de expansão térmica. Quando utilizado concreto de peso comum toma-se valor de dilatação térmica igual a $\alpha_T = 10 \times 10^{-6} K^{-1}$. Já para concreto composto por agregado leve considera-se valor de expansão térmica igual a $\alpha_T = 8 \times 10^{-6} K^{-1}$.

2.2.1.3. Resistência à compressão

Quando não se dispôr de indícios sobre a idade do concreto, a norma NBR 6118:2014 aconselha considerar como resistência característica especificada aquela que ocorre aos 28 dias (f_{ck28}). Para idades equivalentes inferiores aos 28 dias, tem-se a resistência média do concreto f_{cmj} , a qual corresponde a resistência característica f_{ckj} especificada aos j dias de idade e conforme a NBR 12655:2015.

Por apresentarem elevada velocidade de confecção, o cálculo da resistência característica em concreto com idades inferiores a 28 dias (f_{ckj}), torna-se essencial para confecção de peças pré-fabricadas, uma vez que, sua retirada prematura da pista colabora

com o aumento de produtividade destes elementos. Observa-se também que, no processo industrial a resistência do concreto referente aos dias que se deseja desformar, geralmente inferiores a idade de 28 dias, deverá ser determinada e confirmada pela empresa responsável.

2.2.1.4. Resistência à tração

Assim como MC2010, a NBR 618:2014 aconselha questões referente a resistência a tração indireta ($f_{ct,SP}$) e a resistência a flexão ($f_{ct,fl}$) nas quais deve-se obtê-las através de ensaios específicos. Todavia, a norma brasileira relata que quando a tração se dá de forma direta (f_{ct}), sua resistência poderá ser admitida como sendo $0,9 f_{ct,SP}$ (Resistência à tração indireta, quando o corpo de prova é submetido a compressão diametral) ou então $0,7 f_{ct,fl}$ (Resistência à tração na flexão quando elemento estrutural é submetido a momentos fletores)

Em casos de ausência dos ensaios as resistências características poderão ser determinadas utilizando as expressões abaixo:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (58)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m} \quad (59)$$

Ainda na ausência de dados experimentais, condições impostas pela NBR 6118:2014 bem como MC2010, aconselham-se as seguintes expressões para tomada de valores resistentes médios quando solicitado à tração ($f_{ct,m}$) em *MPa*:

- a) Concreto de classe até C50 – NBR 6118:2014 e MC2010:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (60)$$

- b) Concreto de classe compreendida entre C50 a C90 – NBR 6118:2014:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad (61)$$

- c) Concreto de classe compreendida entre C50 a C120 – MC2010:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,1(f_{ck} + \Delta f)) \quad (62)$$

Onde:

$f_{ct,m}$ e f_{ck} estão na unidade megapascal. Sendo f_{ctj} maior ou igual a 7 MPa e $\Delta f = 8 \text{ MPa}$. As expressões mencionadas anteriormente também podem ser utilizadas para concretos com idades diferentes de 28 dias.

Para desenvolvimento do *software* proposto no trabalho, busca-se obter resultados mais precisos no qual utiliza-se a resistência à tração do concreto na flexão conforme o item 2.1.3.3.1 do *Model Code* (MC-90), dada pela seguinte expressão:

$$f_{ct,fl} = f_{ct} \frac{1 + 1,5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}}{1,5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}} \quad (63)$$

Sendo:

$f_{ct,fl}$: resistência à tração na flexão em megapascal;

f_{ct} : resistência à tração direta;

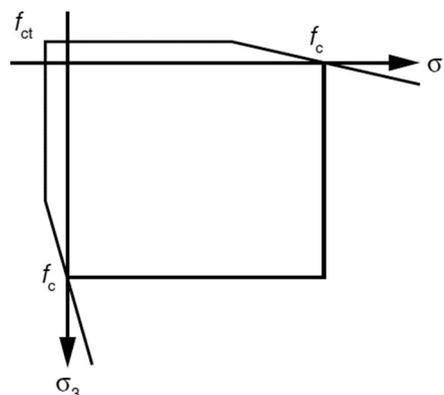
h : altura da seção transversal em milímetros.

Para maiores informações, aconselha-se pesquisa no item 5.1.5.1 contido no MC2010, na qual refere-se a equação anterior com abordagem semelhante ao proposto no MC-90.

2.2.1.5. Resistência no estado multiaxial de tensões

De acordo com a norma brasileira, concretos submetidos a estados duplos ou triplo de tensões principais indicadas por $\sigma_3 \geq \sigma_2 \geq \sigma_1$ e $\sigma_0 > 0$ na compressão, deve-se respeitar: $\sigma_1 \geq -f_{ctk}$ e $\sigma_3 \leq f_{ck} + 4 \sigma_1$, considerando as tensões de compressão positivas e de tração negativas, como demonstra o diagrama da Figura 17:

Figura 17 – Resistência no estado multiaxial de tensões



Fonte: NBR 6118:2014

Em contrapartida com a norma brasileira, o *Model Code* 2010 trata situações pertinente ao estado multiaxial de tensões com critério de falha, levando em consideração a classe do concreto. Desta maneira, aconselha-se assim a leitura de seu item 5.2.6 para melhor compreensão.

2.2.1.6. Módulo de elasticidade

Em conformidade com a NBR 6118:2014, o módulo de elasticidade tangencial (na origem da lei tensão-deformação do concreto em compressão (E_{ci})) poderá ser obtido com os ensaios descritos na NBR 8522:2008. Este modelo destina-se a concreto com 28 dias de idade. No entanto, quando não dispor de ensaios específicos, a norma brasileira recomenda as seguintes equações para o cálculo do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}):

- a) Para concreto de classes até C50:

$$E_{ci} = \alpha_e 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (64)$$

- b) Para concreto cuja classe esteja compreendida entre C55 e C90:

$$E_{ci} = 21,5 \times 10^3 \alpha_e \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (65)$$

Sendo:

α_e : 1,2; 1,0; 0,9; 0,7 para basalto-diabásio; granito-gnaise; calcário e arenito respectivamente. Valores para o módulo de elasticidade E_{ci} bem como resistência característica à compressão do concreto f_{ck} expresso em *MPa*.

Para cálculo do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) atendendo a prescrição imposta pelo MC2010 menciona a seguinte equação em seu item 5.1.7.2:

$$E_{ci} = E_{c0} \alpha_E \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10} \right)^{1/3} \quad (66)$$

Onde:

E_{ci} : módulo de elasticidade em *MPa* para concreto de idade igual a 28 dias;

$E_{c0} = 21,5 \times 10^3$ *MPa*;

α_e : característica do agregado indicado na Tabela 5.1-6;

$\Delta f = 8$ *MPa*;

Para determinação do módulo de deformação secante (E_{cs}), à falta de ensaios específicos, recorre-se a prática das seguintes situações normativas NBR 6118:2014 e MC2010:

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (67)$$

No entanto, quando deseja-se calcular o parâmetro α_i através da norma brasileira, utiliza-se a seguinte expressão:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \left(\frac{f_{ck}}{80} \right) \leq 1,0 \quad (68)$$

Para cálculo de α_i atendendo recomendações do MC2010, utiliza-se a seguinte equação:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \left(\frac{f_{cm}}{88} \right) \leq 1,0 \quad (69)$$

Para efeito de cálculo no projeto estrutural, pode-se usar os valores arredondados na Tabela 8.1 da NBR 6118:2014, dada para $\alpha_e = 1$ (granito e gnaisse), que devem ser corrigidos para outros tipos de agregado graúdo.

Tabela 10 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (Considerando o uso de granito como agregado graúdo)

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	D40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPA)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPA)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_j	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: NBR 6118:2014

Conforme Tabela 10, conclui-se que o comportamento elástico do concreto está diretamente ligado à faixa de resistência à compressão do concreto, em especial, à natureza dos agregados graúdos. De maneira análoga, MC2010 relata em sua Tabela 5.1-7 diversos módulos de elasticidades iniciais (E_{ci}) e elasticidades secantes (E_{cs}) para diferentes classes de concreto.

Em análise do comportamento da seção transversal da peça estrutural e atendendo prescrições da norma NBR 6118:2014, considera-se o módulo de elasticidade único para

a seção determinada, seja para tração ou compressão, igual ao módulo de elasticidade secante (E_{cs}).

Para estudos globais da estrutura, utiliza-se o módulo tangente secante (E_{cs}). Já para cálculo onde o elemento estrutural que esteja sob ação de armaduras ativas contabilizando perdas efetivas da protensão, de acordo com a norma 6118:2014, pode ser utilizado o módulo de deformação inicial (E_{ci}).

Sendo assim, de acordo com a norma brasileira aplica-se a seguinte equação para cálculo do módulo de elasticidade quando se deseja concreto com idade inferior aos 28 dias:

- a) Deve-se substituir f_{ck} por f_{cj} ;
- b) Para concretos com f_{ck} de 20 MPa a 45 MPa:

$$E_{ci(t)} = \left[\frac{f_c(t)}{f_c} \right]^{0,5} \quad (70)$$

- c) Para concreto cuja classe esteja compreendida entre C50 e C90:

$$E_{ci(t)} = \left[\frac{f_c(t)}{f_c} \right]^{0,3} \quad (71)$$

Sendo:

$E_{ci(t)}$: módulo de elasticidade inicial compreendido entre a idade 7 a 28 dias;

$f_c(t)$: resistência a compressão do concreto na idade em que se pretende determinar o módulo de elasticidade em MPa.

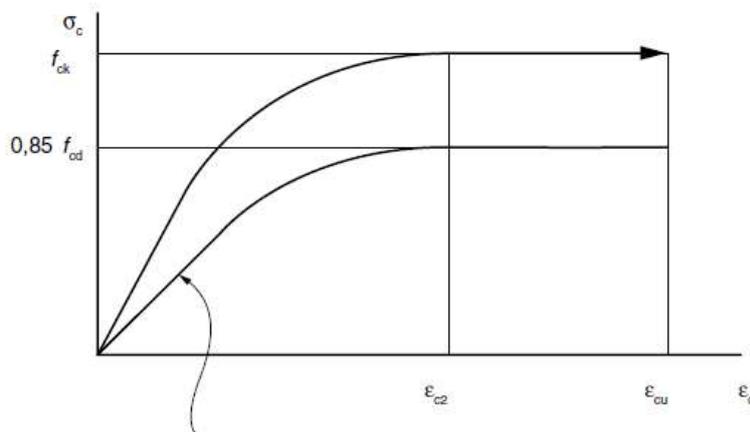
2.2.1.7. Coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal

Quando houver na seção transversal tensões normais de compressão menores que $0,5 f_c$ e de tração menores que f_{ct} , o coeficiente de Poisson do concreto poderá ser considerado igual a 0,2 sendo que, para o módulo de elasticidade transversal G_c pode ser tomado igual a $E_{cs}/2,4$, (NBR 6118:2014). De acordo com o *Model Code* 2010, menciona em seu item 5.1.7.3 que, tensões compreendidas entre $-0,6 f_{ck} \leq \sigma_c \leq 0,8 f_{ck}$ o coeficiente de Poisson do concreto varia entre 0,14 a 0,26. Quanto à sua importância para dimensionamento, em especial estado limite último (ELU), aconselha-se utilizar valor igual a 0,2.

2.2.1.8. Diagrama tensão-deformação (compressão)

A NBR 6118:2014 admiti uma relação linear entre tensões e deformações para tensões de compressões inferiores a $0,5 f_c$, sendo que, seu módulo de elasticidade será definido como o valor do módulo de elasticidade secante (E_{cs}). Ainda de acordo com a mesma norma, o comportamento do concreto quando submetido a solicitações ultimas (ELU), configura-se no seguinte diagrama tensão-deformação elucidado na Figura 18:

Figura 18 – Diagrama tensão-deformação idealizado



Fonte: NBR 6118:2014

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (72)$$

Sendo:

$n = 2$: para concretos com $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$;

Quando o concreto apresentar resistência superior a 50 MPa , calcula-se n através da equação:

$$n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (73)$$

Para cálculo pertinente a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar elástico (ϵ_{c2}) e deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (ϵ_{cu}), a NBR 6118:2014 define em seu item 8.2.10.1 diferentes limites conforme a classe de utilização do concreto, sendo:

a) Para concretos de classe até C50:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} \quad (74)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰} \quad (75)$$

b) Para concretos de classe compreendidas entre C50 e C90:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (76)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (77)$$

Sendo assim, para o valor da resistência de cálculo à compressão simples do concreto (f_{cd}), adota-se a seguinte expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (78)$$

Onde γ_c é o coeficiente de ponderação de resistência do concreto considerando variabilidade do material.

O *Model Code* 2010 relata em seu item 5.1.8.1, questões referentes aos limites de encurtamentos elástico e máximo na ruptura condicionado ao módulo de elasticidade, levando em consideração categorias que vão de C12 a C50 (categorias que apresentam valores na ruptura semelhantes ao exposto na norma brasileira, cuja deformação máxima permitida é de $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$) e concretos compreendidos entre C55 a C120, apresentando correlações diretas com o módulo de elasticidade inicial.

A seguir, Tabelas 11 e 12 contemplando deformações limites no encurtamento elástico e na ruptura de acordo com o MC-2010:

Tabela 11 – Modulo de Elasticidade e deformações limites para concreto classe I (MC-2010)

Concrete grade	C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
E_{c1} [GPa]	27,1	28,8	30,3	32	33,6	35	36,3	37,5	38,6
E_{c1} [GPa]	11,1	12,2	13,3	14,9	16,5	18,2	20	21,6	23,2
ε_{c1} [‰]	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,3	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6
$\varepsilon_{c,lim}$ [‰]	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,4
k	2,44	2,36	2,28	2,15	2,04	1,92	1,82	1,74	1,66

Fonte: *Fib Model Code* 2010

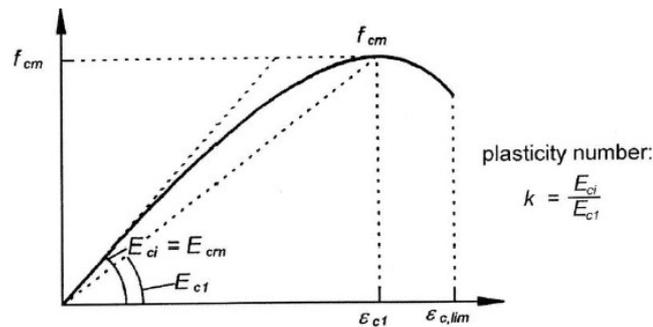
Tabela 12 – Módulo de Elasticidade e deformações limites para concreto classe II (MC-2010)

Concrete grade	C55	C60	C70	C80	C90	C100	C110	C120
E_{ci} [GPa]	39,7	40,7	42,6	44,4	46,0	47,5	48,9	50,3
E_{c1} [GPa]	24,7	26,2	28,9	31,4	33,8	36,0	39,3	42,7
ε_{c1} [‰]	-2,6	-2,7	-2,7	-2,8	-2,9	-3,0	-3,0	-3,0
$\varepsilon_{c,lim}$ [‰]	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	-3,0	-3,0	-3,0
k	1,61	1,55	1,47	1,41	1,36	1,32	1,24	1,18

Fonte: *Fib Model Code 2010*

Sendo k parâmetro de plasticidade, relação entre o módulo de elasticidade inicial E_{ci} pelo módulo de elasticidade no início do patamar elástico E_{c1} . A Figura 19 representa o comportamento do concreto segundo prescrição americana.

Figura 19 – Diagrama tensão-deformação para carregamentos a compressão para concreto de alto desempenho de acordo com boletim 42 da fib.



Fonte: *fib Model Code 2010*

Apesar de ser evidenciado o comportamento não linear do concreto segundo a NBR 6118:2014 e normas internacionais, tais como, *fib Model Code 2010*, o algoritmo computacional será baseado no comportamento simplificado proposto na norma brasileira, isto é, admitindo bloco de tensão retangular de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a:

- a) Para concretos de classe até C50:

$$\lambda = 0,8 \quad (79)$$

- b) Para concretos de classe compreendidas entre C50 e C90:

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \quad (80)$$

E quando as tensões são constantes atuante até a profundidade da linha neutra tem-se: $\alpha_c f_{cd}$, quando a largura da seção a partir da borda comprimida não diminuir ao longo da altura e $0,9 \alpha_c f_{cd}$, no caso contrário. Para os valores de α_c , define-se:

a) Para concretos de classe até C50:

$$\alpha_c = 0,85 \quad (81)$$

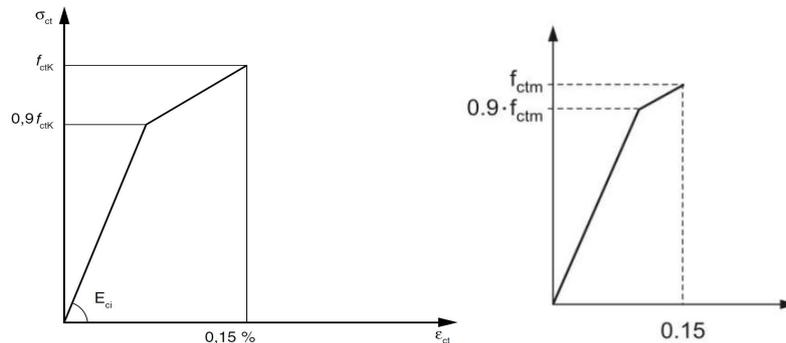
b) Para concretos de classe compreendidas entre C50 e C90:

$$\alpha_c = 0,85 \left[1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right] \quad (82)$$

2.2.1.9. Diagrama tensão-deformação (tração)

Para o comportamento à tração do concreto não fissurado, a NBR 6118:2014 permite adotar diagrama bi-linear de tração, comportamento no qual se assemelha ao exposto no *fib Model Code 2010*. A Figura 20 representa de maneira esquemática o comportamento do concreto à tração para ambos códigos normativos:

Figura 20 – Diagrama de tensão-deformação bilinear de tração para concreto



Fonte: NBR 6118:2014 / *fib Model Code 2010*

2.2.1.10. Retração e Fluência

Segundo a NBR 6118:2014 no seu tópico 8.2.11, permite-se estimar os valores característicos do coeficiente de fluência $\phi(t, t_0)$ quando considerando tempo superiores a tempo infinito. Estima-se também, valores de deformações específicas ocasionadas pelo fenômeno da retração $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$, no entanto, quando valores de tensões são inferiores a $0,5 f_c$, realiza-se uma interpolação linear entre as grandezas envolvidas. Quando houverem valores fora do intervalo proposto, adota-se o respectivo valor extremo.

Portanto, orienta-se os cálculos para fenômenos de retração e fluência com base nos valores ilustrados na Tabela 13:

Tabela 13 – Valores característicos superiores da deformação específica de retração e do coeficiente de fluência

Umidade média do ambiente (%)		40	55	75	90	
Espessura fictícia $2A_c/u$ cm		20 – 60	20 – 60	20 – 60	20 – 60	
$\phi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C20 a C45	t_0 Dias	5	4,6 3,8	3,9 3,3	2,8 2,4	2,0 1,9
		30	3,4 3,0	2,9 2,6	2,2 2,0	1,6 1,5
		60	2,9 2,7	2,5 2,3	1,9 1,8	1,4 1,4
$\phi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C50 a C90		5	2,7 2,4	2,4 2,1	1,9 1,8	1,6 1,5
		30	2,0 1,8	1,7 1,6	1,4 1,3	1,1 1,1
		60	1,7 1,6	1,5 1,4	1,2 1,2	1,0 1,0
$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0) 0/^{00}$		5	-0,53 -0,47	-0,48 -0,43	-0,36 -0,32	-0,18 -0,15
		30	-0,44 -0,45	-0,41 -0,41	-0,33 -0,31	-0,17 -0,15
		60	-0,39 -0,43	-0,36 -0,40	-0,30 -0,31	-0,17 -0,15

Fonte: NBR 6118:2014

É importante salientar que, os valores dos coeficientes de fluência $\phi(t_\infty, t_0)$ bem como valores para deformações específicas de retração $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ fornecidos pela Tabela 12, estão caracterizados em função da umidade do ambiente e da espessura fictícia $2A_c/u$, na qual A_c é a área da seção transversal do elemento e u é o perímetro da seção em contato com a atmosfera.

A norma brasileira observa ainda que tais valores se tornam válidos quando temperaturas do concreto estão compreendidas entre 10°C e 20°C, no entanto, amplia-se a concretos cujas temperaturas apresentam valores entre 0°C e 40°C. Estes valores estão estabelecidos com concreto plásticos e cimento Portland comum.

Já no emprego de aço para concreto armado, divide-se em duas principais categorias, a saber: aço para armaduras passivas e aço para armaduras ativas. Sendo assim, elucida-se a seguir as principais características dos aços estruturais, em especial aços de alta resistência utilizado em elementos pré-tracionados (fios e cordoalhas protendidas). Por fim, busca-se através do entendimento dos materiais, analisar vigas protendidas pré-fabricadas com armadura aderente, onde alveja-se evitar danos de quaisquer naturezas, e quando necessário, posicionar armaduras passivas (CA-50 e CA-60) para suprir eventual ausência de segurança.

2.2.2. Aço passivo (CA-50 e CA-60)

2.2.2.1. Categoria

Classifica-se os aços para estruturas de concreto armado de acordo com o exposto na NBR 7480, contemplando valores de escoamento nas seguintes categorias: CA-25, CA-50 e CA-60. Utiliza-se a mesma norma para definição do diâmetro transversal nominal do aço utilizado.

2.2.2.2. Tipo de superfície aderente

Destaca-se, de acordo com a NBR 6118:2014, três grupos que classificam a superfície de fios ou barras, a saber: lisos, entalhados ou providos de saliências, nas quais deverão atender o proposto na seção 9 e 23 da referida norma.

2.2.2.3. Massa específica

Permite-se adotar o valor da massa específica para aço passivo igual a 7850 kg/m³.

2.2.2.4. Coeficiente de dilatação térmica

Para intervalos de temperatura compreendidas entre - 20°C e 150°C, considerar-se 10⁻⁵/°C como o valor do coeficiente de dilatação.

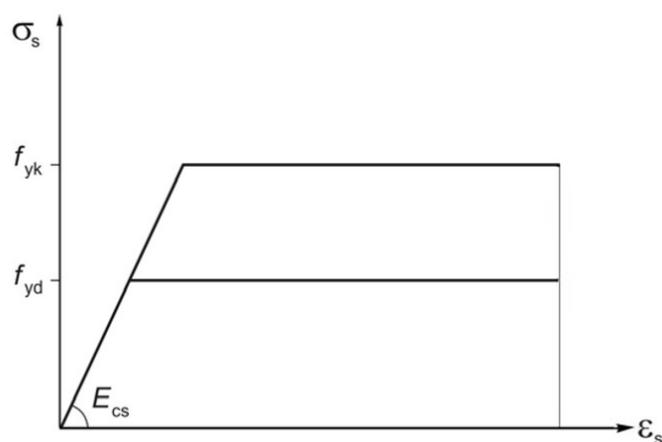
2.2.2.5. Módulo de elasticidade

Na ausência de ensaios, a NBR 6118:2014 permite adotar valor igual a 200 GPa para módulo de elasticidade para aços passivos.

2.2.2.6. Diagrama tensão-deformação e resistência ao escoamento e à tração

Ensaio específicos de tração deverão ser realizados para determinação do diagrama tensão-deformação ($\sigma\varepsilon$), resistência característica ao escoamento (f_{yk}) e resistência a tração (f_{stk}), bem como sua deformação na ruptura (ε_{uk}). Recorre-se a NBR 6892-1 para maiores informações do ensaio. Adota-se 0,2% de deformação permanente, tensões de escoamento em casos onde o aço não apresente patamar definido (f_{yk}). Para cálculo do estado limite de serviço e último, a NBR 6118:2014 elucida o seguinte diagrama da Figura 21:

Figura 21 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas



Fonte: NBR 6118:2014

Ainda de acordo com a norma brasileira, nota-se que o comportamento representado no gráfico da Figura 21 é válido apenas para temperaturas compreendidas entre - 20°C e 150°C.

2.2.2.7. Características de ductilidade

Segundo a norma brasileira em seu item 8.3.7, consideram-se aços das classes CA-25 e CA-50 representantes de alta ductilidade. Configura-se ductilidade normal para aços pertencentes a classe CA-60.

2.2.3. Armadura protendida (Fios, Barras e Cordoalhas)

Para a determinação dos valores relativos aos seguintes parâmetros: resistência característica a tração, diâmetro, área dos fios e das cordoalhas a serem adotados em projeto, é necessário consultar as normas NBR 7482:2008 e NBR 7483:2008.

2.2.3.1. Massa específica

Podemos tomar como massa específica do aço para armadura ativa como sendo a mesma do aço para armadura passiva. Portanto, adota-se 7850 kg/m³.

2.2.3.2. Coeficiente de dilatação térmica

Para intervalos de temperatura entre - 20°C e 100°C, considera-se o valor do coeficiente de dilatação igual a 10⁻⁵/°C.

2.2.3.3. Módulo de elasticidade

O valor do módulo de elasticidade para armaduras ativas deve ser obtido através de fornecedores e fabricantes deste material. Na falta de dados experimentais, considera-se o valor 200 GPa.

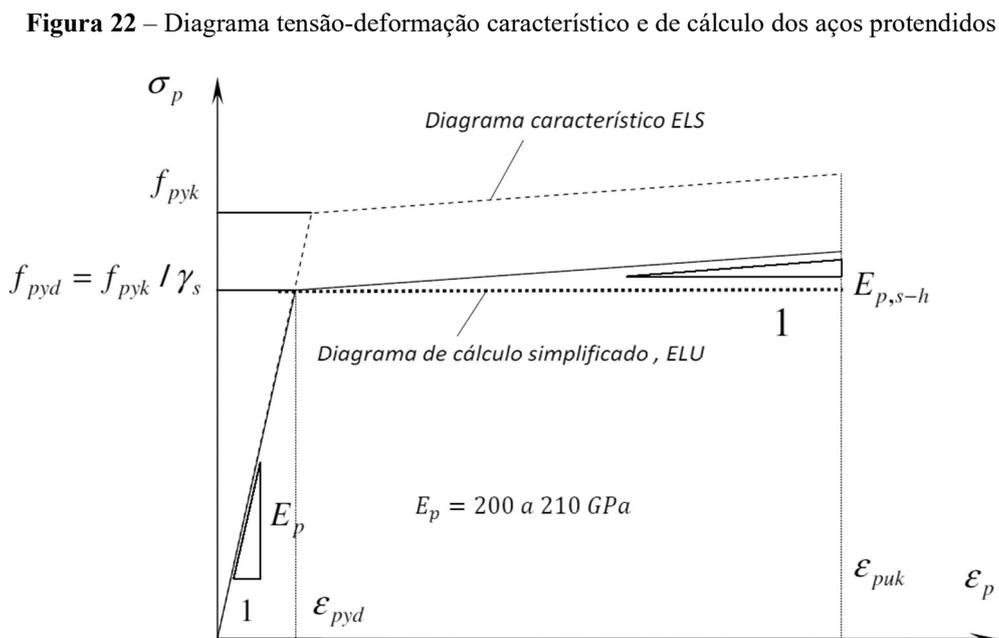
2.2.3.4. Diagrama tensão-deformação

Assim como o módulo de elasticidade, o diagrama tensão-deformação deverá ser fornecido pelo fabricante mediante a ensaios realizados segundo prescrição normativa NBR 6349:2008.

O valor de escoamento convencional f_{pyk} , bem como a resistência à tração e alongamento na ruptura das cordoalhas, f_{ptk} e ϵ_{uk} respectivamente, devem atender aos valores mínimos normativos mencionados na NBR 7483:2008 (cordoalhas de aço) e NBR 7482:2008 (fios de aço).

Segundo a NBR 6118:2014, o cálculo para estado limite de serviço (ELS) bem como estado limite último (ELU), para temperaturas compreendidas entre 20°C e 150°C, poderão atender o diagrama simplificado.

Com a finalidade de relatar o comportamento dos aços protendidos, Buchaim (2007) expõe o seguinte diagrama indicado na Figura 22:



Fonte: Buchaim (2007)

2.2.3.5. Característica de ductilidade

Fios e cordoalhas que apresentam alongamentos característicos na ruptura ϵ_{uk} superiores ao mínimo normativo (NBR 7482:2008 e NBR 7483:2008), poderão ser considerados como de ductilidade normal, sendo estes alongamentos determinados através de ensaios realizados segundo NBR 6004:1984.

2.2.3.6. Resistência à fadiga

Segundo o item 23.5.5 da NBR 6118: 2014, esta verificação é satisfeita se a máxima variação de tensão, $\Delta\sigma_{SS}$, calculada para combinações frequentes de cargas majoradas pelo coeficiente de segurança das cargas γ_f satisfaz a condição:

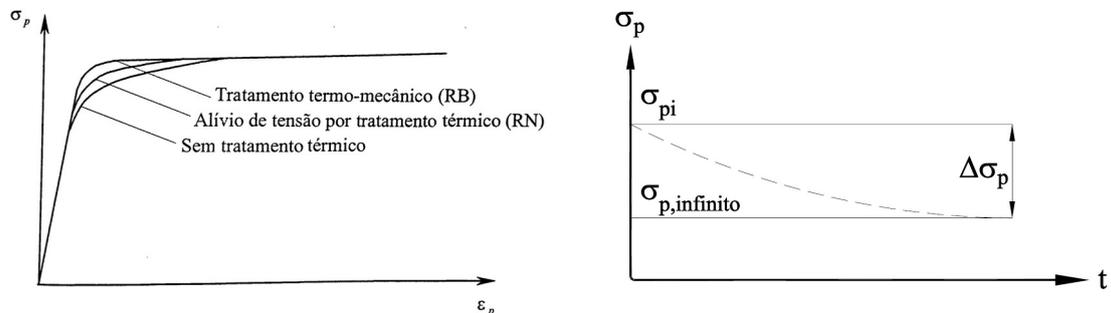
$$\gamma_f \Delta\sigma_{SS} \leq \Delta f_{sd,fad} \quad (83)$$

Onde valores de $\Delta f_{sd,fad}$ podem ser encontrados na Tabela 23.2 da NBR 6118: 2014. Para a fadiga do concreto à compressão, ver igualmente o item 23.5.4.1 desta mesma norma.

2.2.3.7. Relaxação do aço

O aço protendido também pode ser classificado mediante a sua relaxação, sendo subdivididos em dois grupos: aço de relaxação baixa (RB) e aço de relaxação normal (RN). A Figura 23 demonstra o comportamento do aço de alta resistência em um diagrama de tensão-deformação sob tratamentos térmico e termo-mecânico para cordoalhas de 7 fios:

Figura 23 – Diagrama de tensão-deformação para cordoalhas de 7 fios e relaxação do aço protendido



Fonte: Adaptado de Collins e Mitchell (1987) / Do autor (2020)

Após 1000 horas a 20°C (Ψ_{1000} – relaxação após 1000 horas), sob uma tensão variando entre $0,5 f_{ptk}$ e $0,8 f_{ptk}$, pode-se, através de ensaios, calcular o coeficiente de

relaxação para fios e cordoalhas segundo a NBR 7484:2009, atendendo limites máximos previamente determinados na NBR 7482:2008 e NBR 7483:2008. Estima-se a relaxação mediante a seguinte equação:

$$\Psi = \frac{\Delta\sigma_P}{\sigma_{Pi}} \quad (84)$$

Onde:

Ψ : coeficiente de relaxação do aço;

$\Delta\sigma_P$ e σ_{Pi} : variação da tensão e tensão inicial no aço respectivamente;

Desta maneira, otimizando a prática de projeto estrutural, determinam-se os valores de Ψ_{1000} de acordo com a Tabela 14 a seguir:

Tabela 14 – Valores de Ψ_{1000} em porcentagem

σ_{P0}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
$0,5 f_{ptk}$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$0,6 f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
$0,7 f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
$0,8 f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Fonte: Do autor, reprodução NBR 6118:2014

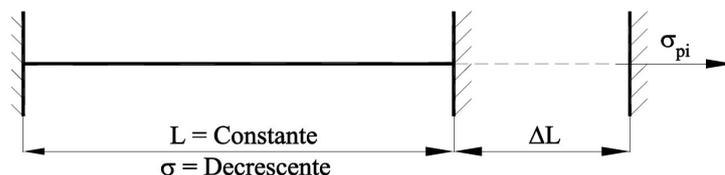
Onde:

RN: relaxação normal;

RB: relaxação baixa.

Portanto, o fenômeno da relaxação corresponde a diminuição da tensão aplicada no aço quando solicitada a uma força inicial, mantendo-se o comprimento ou deformação constante conforme Figura 24:

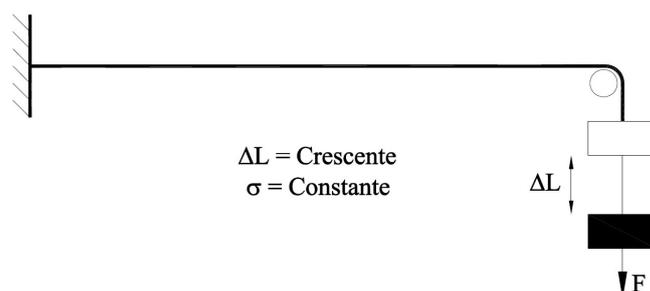
Figura 24 – Relaxação do aço



Fonte: Do autor (2020)

Diferentemente da relaxação, o fenômeno da fluência corresponde a permanência da tensão aplicada no aço, mediante a variação do comprimento ou deformação. A Figura 25 representa esquematicamente o fenômeno:

Figura 25 – Fluência do aço



Fonte: Do autor (2020)

Leonhardt (1983), destaca a relaxação do aço como fenômeno mais significativa para minimizar os efeitos de perda de protensão, sendo fabricados aço do tipo RB, isto é, baixa relaxação. Segundo NBR 7482:2008 e 7483:2008, pode-se classificar fios e cordoalhas conforme resistência simples em duas categorias, a saber: categoria CP – 145 a 175 (fios) e categoria CP – 190 a 210 (cordoalhas)

Define-se que os números 145 a 210 correspondem a resistência à ruptura mínima por tração indicadas na unidade quilograma força por milímetro quadrado, equivalentes a 1450 a 1750 MPa, 1900 MPa e 2100 MPa, levando em consideração que 1 kg/mm² equivale a 10 MPa.

A Tabela 15 relata as características geométricas e mecânicas dos fios e cordoalhas de sete fios.

Tabela 15 – Resumo para relaxação de aço de acordo com NBR 7482:2008 e NBR 7483:2008

	Diâmetro	Área	f_{ptk}	f_{pyk}/f_{ptk}	f_{pyk}/f_{ptk}	Alongamento mínimo após a ruptura em 10x diâmetro - $\epsilon_{10} = \epsilon_{puk}(\%)$
	ϕ (mm)	(mm ²)	(kN/mm ²)	(RN)	(RB)	
Fios (Cf. NBR 7482)	9	63,6	1,45 ou 1,50	0,85	0,90	6%
	8	50,3	1,50 ou 1,60			6% ou 5%
	7	38,5	1,60 ou 1,70			5%
	6	28,3	1,50 ou 1,75			6% ou 5%
	5	19,6				
	4	12,6				
Cordoalhas de 7 fios	9,5	56,2	1,90	0,85	0,90	$\epsilon_{puk} = 3,5\%$

	12,7	100,9				
	15,2	143,4				
Cordoalhas de 7 fios CP-210 (Cf. NBR 7483)	9,5	56,2	2,10	0,85	0,90	$\varepsilon_{puk} = 3,5\%$
	12,7	100,9				
	15,2	143,4				

Fonte: Adaptado Buchaim (2014)

3. METODOLOGIA PARA DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL

De acordo com o capítulo 2 deste trabalho, pode-se relatar inúmeras considerações pertinentes aos fundamentos teóricos para confecção de vigas pré-tracionadas, tais como, modo de produção, tipos de protensão, classificação dos níveis de protensão e suas devidas perdas. Elucidou-se também, diretrizes para o cálculo do comprimento de ancoragem das armaduras em vigas na pré-tração, zonas de introdução da força de protensão e definições para os dois estados limites, sendo, etapas em serviço (ELS) e quando submetidas as ações últimas (ELU).

Verificações em vazio, conforme exposto na NBR 6118:2014, atende a etapa de produção, destacando os devidos cuidados que se deve tomar. Além disso, buscou-se compreender o comportamento dos materiais que compõem os elementos pré-fabricados protendidos, evidenciando características específicas tais como módulo de elasticidades e resistências à tração e à compressão.

Com base na revisão bibliográfica, foi possível elaborar o *software* para auxiliar no cálculo automático de vigas pré-fabricadas protendidas contemplando armadura aderente. Para formatação do algoritmo, recorre-se a linguagem computacional *C# Sharp* e da ferramenta *Microsoft Visual Studio* para elaboração de uma interface gráfica de fácil manuseio do usuário.

Embora a revisão tenha apontado códigos internacionais, a saber, *fib Model Code 2010*, o programa proposto atenderá o *MC2010* apenas para o cálculo das resistências à tração na flexão, uma vez que apresentam resultados mais satisfatórios se comparados ao código nacional. Ademais, o programa se limitará a normas brasileiras, em especial, NBR 6118:2014 para fins de dimensionamento e comportamento do concreto e as normas NBR 7482:2008 e NBR 7483:2008 para catalogar parâmetros envolvendo características de fios e cordoalhas respectivamente. Evidencia-se na sequência as principais etapas do dimensionamento de vigas pré-fabricadas protendidas com armadura aderente. Primeiramente, abordam-se os procedimentos de inserção de dados, onde o usuário informará as condições desejadas no projeto estrutural, seguido de um pré-dimensionamento para estado limite de serviço. Por fim, de posse das armaduras pré-dimensionadas em serviço, verifica-se a resistência da peça estrutural no estado limite último.

Deve-se observar que a sequência lógica imposta atendendo ao estado limite de serviço (ELS), para posteriormente verificar as condições de segurança em estados limites

últimos (ELU), não tem caráter obrigatório. Sendo assim, relata-se que outros profissionais realizam primeiramente o cálculo das armaduras de forma a atender a segurança (ELU), seguida das demais verificações para condições em serviço (ELS).

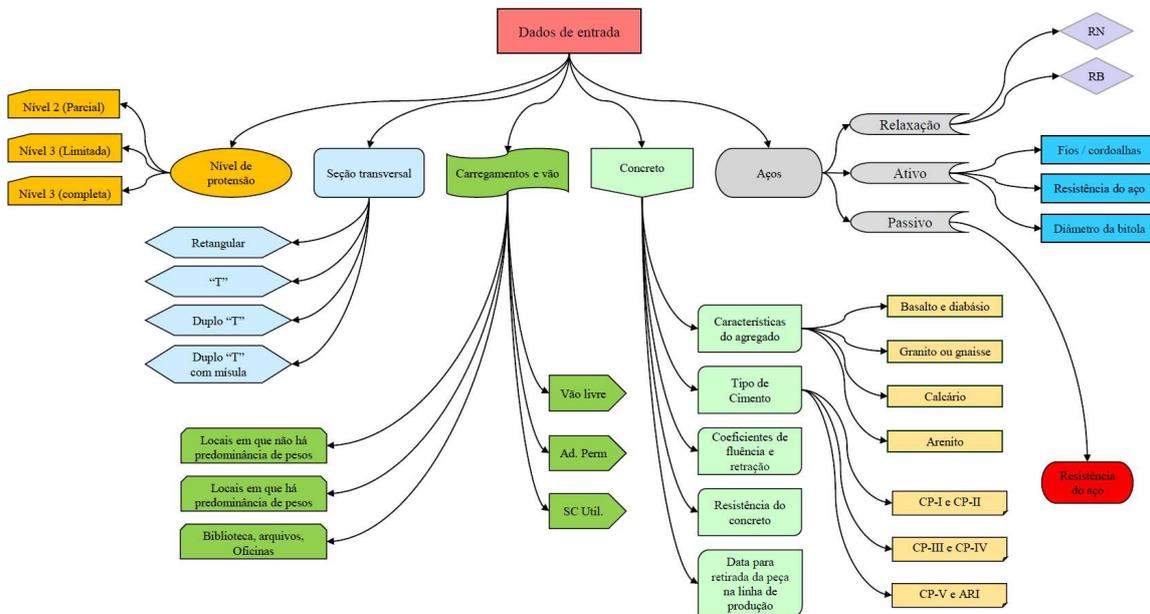
Dessa maneira, listam-se a seguir as seguintes etapas para desenvolvimento do *software* proposto:

1. Definição da classe de utilização da edificação. Informação relevante para efetuar os cálculos das combinações, sendo, Estado Limite de Serviço (ELS) e Estado Limite Último (ELU);
2. Tipo de cimento adotado. Utilizado para verificar as condições do concreto com idade inferior a 28 dias. Visto que, por apresentarem elevada velocidade de produção, indústrias recorrem a concretos que apresentam elevada resistência logo nos primeiros dias;
3. Característica do agregado no cálculo das propriedades do concreto, em especial, módulo de elasticidade inicial E_{ci} e secante E_{cs} . Parâmetros que controlam e minimizam questões relacionadas às perdas de protensão.
4. Escolha do nível de protensão. Fator associado a classe de agressividade ambiental (C.A.A.), podendo ser, protensão parcial, limitada ou completa;
5. Escolha do aço de protensão que será utilizado. Recorre-se ao posicionamento na seção transversal (arranjo), diâmetro dos fios ou cordoalhas, resistência do aço, características de relaxação (RN ou RB) dentre outros.
6. Entrada dos valores referente ao fenômeno da retração e fluência do concreto, definidos com base na Tabela 8.2 da NBR 6118:2014;
7. Escolha da resistência do aço passivo, classificada como: CA-25, CA-50 e CA-60. Aço responsável em garantir a segurança da estrutura à flexão e à força cortante.
8. Escolha da seção transversal. Cálculo das propriedades geométricas, tais como, área, momentos de inércias, centro de gravidade, módulo de resistência dentre outras. Propriedades que apresentam alterações de acordo com a área de aço calculada para a cada iteração no Modelo de Cálculo. Denominada seção transversal ideal da viga protendida.

9. Informações pertinentes a carregamentos, a saber: cargas adicionais permanentes (g_1) e acidentais (q_1). Destaca-se também condições de apoio limitando a peças bi-apoiadas seguido do vão livre desejado.

A Figura 26 representa fluxograma da etapa inicial referente a inserção dos dados de entrada.

Figura 26 – Fluxograma esquemático para dados de entrada



Fonte: Do autor (2020)

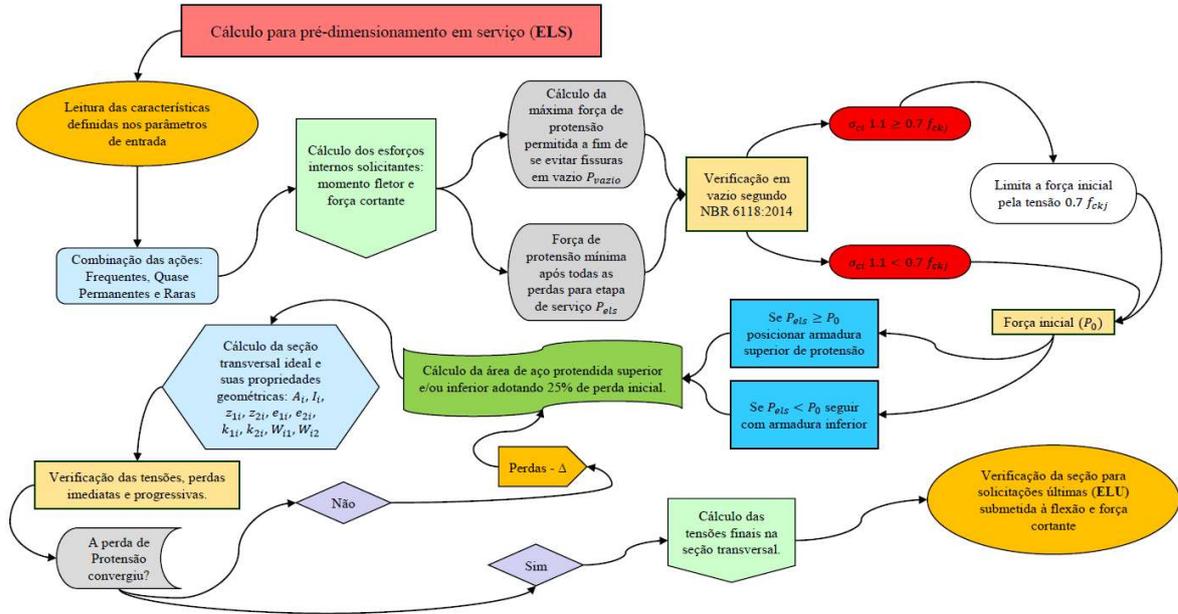
De posse dos parâmetros de entrada, permite-se calcular de maneira automática processos iterativos, tais como, perdas de protensão e arranjo de armaduras. Verifica-se então as condições para estados limites de serviço (ELS). Em primeiro momento, o programa realiza o procedimento de cálculo para resistências do concreto (f_{ckj}), módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) e secante (E_{cs}), combinações das ações e propriedade geométrica levando em consideração apenas a seção bruta de concreto.

Através do valor estimado inicial de perda de protensão (*default* 35%), chega-se a área de aço condizente com a seção bruta de concreto. Calcula-se então qual é a perda de protensão (agora inferior ao *default*) ocorrida para a área de aço calculada e sua influência na seção transversal, uma vez que a propriedade da seção transversal se altera na presença de diferentes arranjos de aços protendidos. Retoma-se o procedimento levando em consideração seções ideais e as reais perdas ocorridas para cada área de armadura calculada. Finaliza-se o procedimento quando a perda de protensão convergir

entre cada etapa de iteração, levando em consideração o decréscimo do valor inicial, propriedades ideais da seção transversal e a atual perda calculada.

A Figura 27 traz fluxograma esquemático do pré-dimensionamento quando o elemento está submetido às condições de serviço (ELS).

Figura 27 - Roteiro de cálculo para pré-dimensionamento em serviço (ELS)



Fonte: Do autor (2020)

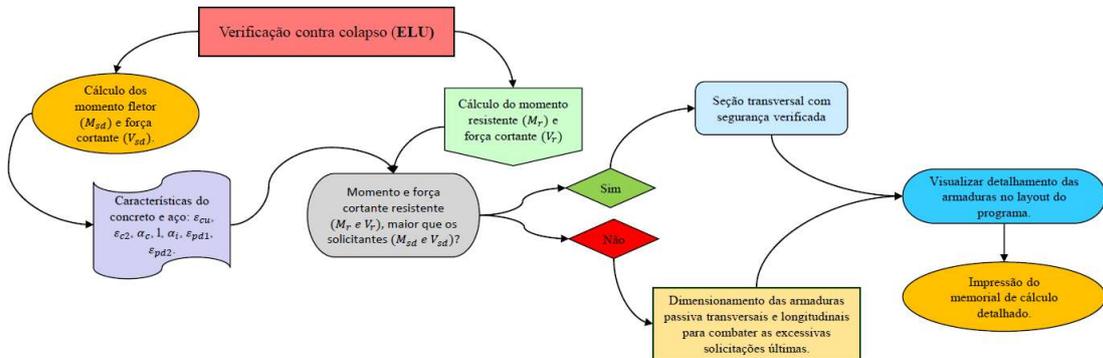
De acordo com Figura 27, destacam-se as seguintes etapas de pré-dimensionamento:

- Em caso onde as solicitações em ELS (P_{ELS}) for maior que a força de protensão na verificação em vazio ($P_{ELS} > P_{vazio}$), posiciona-se protensão superior. Controla-se assim eventuais tensões de tração na seção transversal no ponto mais desfavorável (próximo aos apoios).
- Quando não houver a convergência da perda de protensão de acordo com a área de aço protendida previamente calculada, o processo retorna a fase das perdas, dando um decremento automático no valor estabelecido como *default* ($Perda - \Delta$). Este processo se repete até que a perda de protensão se aproxime dos valores calculados na etapa anterior.

Por fim, verifica-se a segurança estrutural contra ruína para força cortante e momento fletor, onde o valor do momento resistente dado no primeiro procedimento de cálculo (ELS) deve ser superior ao momento solicitante para combinação de ações últimas

(ELU). Em casos que não se garanta a segurança da peça estrutural contra colapso por flexão, posiciona-se aço passivo de maneira automática, a fim de atender as devidas condições de resistência para a seção transversal.

Figura 28 – Verificação na Estado Limite Último (ELU)



Fonte: Do autor (2020)

Através da Figura 28, destaca-se que se faz a principal etapa da verificação ao comparar o momento resistente (M_r) com o momento solicitante de cálculo, ($M_d < M_r$).

Em casos onde o momento resistente (M_r) da seção transversal apresentar valores superiores ao momento solicitante (M_d), o elemento estrutural apresenta segurança suficiente contra colapso conforme destacado no item 8.2 deste documento. Caso contrário, deve-se posicionar armaduras passivas para suprir o excesso do momento solicitante, sendo estas armaduras dimensionadas de acordo com a posição da linha neutra na seção transversal do elemento estrutural.

4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Pegden (1990), define a implementação computacional como o processo de representar em modelo um sistema real e conduzir experimentos com base nos resultados obtidos. Desta maneira, sua aplicabilidade se faz em casos que não se pode realizar de maneira manual os devidos cálculos por apresentar elevado grau iterativo.

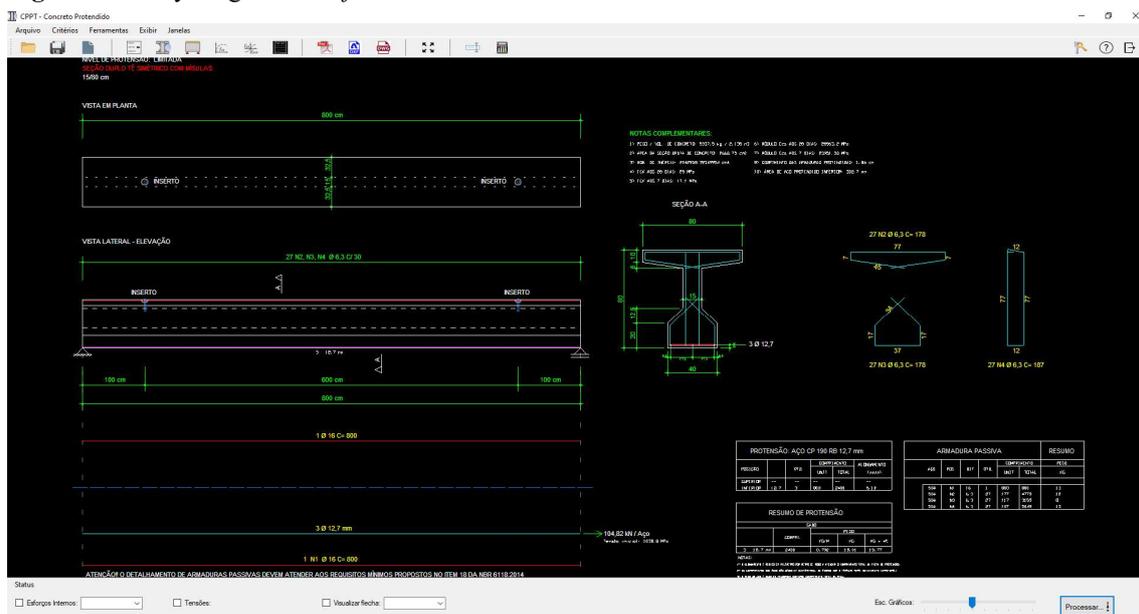
Demonstra-se no final do trabalho, o algoritmo computacional desenvolvido para dimensionamento automático de vigas pré-fabricada protendida. Sendo assim, define-se algoritmo como um grupo de operações organizadas a solucionar um determinado problema, de modo a atender uma série de regras ou instruções estabelecidas por meio de etapas, aproximando do resultado desejado.

4.1. ESTRUTURA GERAL DO PROGRAMA

Pode-se confirmar através da revisão bibliográfica realizada anteriormente, que o processo de cálculo para elementos protendidos pré-tracionados se faz de maneira iterativa. Estes processos se efetuado manualmente, exigirá do projetista estrutural grande demanda de tempo. Para sanar problemas decorrentes do tempo bem como a precisão dos cálculos de dimensionamento, recorre-se à prática computacional viabilizando a dinâmica da produção dos elementos pré-fabricados protendido em pistas.

A Figura 29 traz *layout* esquemático do programa desenvolvido com auxílio da ferramenta *Microsoft Visual Studio*:

Figura 29 – Layout geral do *software PRÉ-CALC*



Fonte: Do autor (2020)

É possível notar através da Figura 29, que o *layout* se apresenta de maneira clara e simplificada, onde permite-se através de atalhos selecionar o que se deseja extrair do programa. Após definição dos dados de entrada, recorre-se ao botão “*processar*”, localizado na parte inferior direita do programa. Com isso, todas as verificações mencionadas em itens anteriores deste documento, serão desenvolvidas através da linguagem *C-Sharp (C#)* implementada no programa. A lógica da programação será evidenciada em anexo no final deste trabalho.

Em segunda fase, se apresenta na janela principal em forma de desenho, todas as informações relevantes para confecção da viga pré-fabricada protendida, tais como, esforços solicitantes (momento fletor e força cortante), tensões atuantes, propriedades da seção transversal composta pelo arranjo de armadura pré-determinada, forças de protensão (inferior e/ou superior), posicionamento de armadura passiva longitudinal e transversal quando se fizer necessário na verificação do elemento em condições últimas (ELU) e por fim tabela resumo informando o peso do aço utilizado bem como o volume de concreto do elemento estrutural com respectivo peso para içamento. Desta maneira, o projetista estará apto a conferir os dados extraídos validando-os para a etapa de confecção do elemento estrutural.

Sendo assim, destaca-se através da Figura 30, diferentes atalhos contidos em uma barra de ferramentas localizados na parte superior do programa:

Figura 30 – Atalhos e barra de ferramentas do *software PRÉ-CALC*



Fonte: Do autor (2020)

Os botões disponíveis darão acesso a diferentes janelas para introdução e extração de dados referente ao dimensionamento estrutural, a saber em sequência: abrir arquivos já salvos, salvar dados atuais, novo dimensionamento, escolha do nível de protensão (parcial, limitada ou completa) e definição da seção transversal.

Informações referentes às ações e ao vão que o elemento estrutural estará submetido, dados condizentes do concreto e aço que compõem a viga, extração da tabela resumo de ferros, exportação do memorial de cálculo em formato pdf, exportação de desenhos em formato dxf e dwg, enquadrar janela atual, renomear elementos e calculadoras auxiliares. Para os demais itens da barra de ferramentas, tem-se chave de

acesso para validação da *key* utilizada pelo usuário, janela de dúvidas e sair do programa, respectivamente. Estes atalhos serão melhores detalhados na sequência.

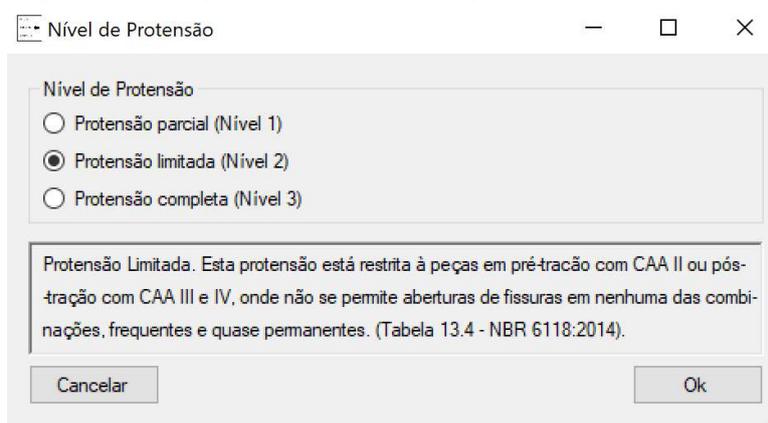
4.2. INTERFACE DO SOFTWARE PRÉ-CALC

A seguir, relatam-se os principais atalhos existentes no *software*. Desta forma, o usuário manipulará o programa com o devido conhecimento básico de protensão. É importante destacar a importância do conhecimento de protensão por parte do usuário, uma vez que rotinas internas não evidenciarão os inúmeros processos de cálculos existentes.

4.2.1. Escolha do Nível de Protensão

Ao clicar no quarto botão da barra de ferramentas conforme Figura 30 (☰), abre-se uma nova janela onde é possível escolher o nível de protensão que o usuário deseja para viga pré-fabricada protendida. Esta escolha está condicionada à classe de agressividade ambiental (C.A.A.) que o elemento estará submetido. Sendo assim, recorre-se ao item 13.4 da norma brasileira NBR 6118:2014 ou Tabela 2 deste trabalho. Visualiza-se a presente janela através Figura 31 a seguir:

Figura 31 – Aba para escolha do nível de protensão



Fonte: Do autor (2020)

Observa-se três opções do nível de protensão, sendo: parcial, limitada ou completa (níveis 1, 2 e 3 respectivamente). Escolhido o nível de protensão clicando em uma das três opções, o usuário deve confirmar ativando o botão “ok” presente na janela, que por sua vez se fecha retornando ao menu principal com as devidas condições previamente selecionadas para seguimento dos cálculos.

4.2.2. Introdução Da Seção Transversal

Assim como o atalho para escolha do nível de protensão (ver item 4.2.1), alveja-se aqui o quinto ícone da barra de ferramentas (🔧). Nele, é possível que o usuário selecione qual a seção transversal desejada para a viga protendida. Nota-se através da figura 30 que é possível selecionar cinco tipos de seção transversais, tais como, seção retangular, seção tipo “T”, seção tipo “T” com mísulas, seção duplo “T” e seção duplo “T” com mísulas.

O programa efetua automaticamente o cálculo das propriedades geométricas para a seção transversal, a saber: área da seção (A_0), momento de inércia (I_0), excentricidades das armaduras protendidas e passivas, módulos de resistência superior e inferior (W_{01} e W_{02}), raio de giração e distâncias nucleares (k_1 e k_2). Abaixo, Figura 32 representando a aba para definição da seção transversal da peça.

Figura 32 – Aba para escolha da seção transversal

Características da Seção Transversal

Seção Transversal

Retangular "Tê" "Tê" c/ Mís. Duplo "Tê" Duplo "Tê" c/ Mís.

h (mm): 600

bw (mm): 200

bfs (mm): 800

hfs (mm): 50

bfi (mm): 0

hfi (mm): 0

cp (mm): 20

ca (mm): 20

a (mm): 300

b (mm): 50

c (mm): 0

d (mm): 0

Importar seção transversal

Cadastrar seção transversal

Deseja posicionar protensão em dupla camada?

Não Sim

Altura total (h) em milímetro da seção transversal sem contabilizar eventual capeamento.

Cancelar Ok

Fonte: Do autor (2020)

Observa-se que os dados para definição da seção transversal estão condicionados aos parâmetros fixados em uma imagem esquemática localizada no centro da janela. Desta maneira, o usuário deve fornecer valores em milímetros condizentes com cada dimensão da seção escolhida. Quando a opção faz por seção retangular, parâmetros como

larguras e altura das mesas deixarão de existir, bloqueando o preenchimento do campo “ b_{fs} , b_{fi} ” e “ h_{fs} , h_{fi} ” respectivamente.

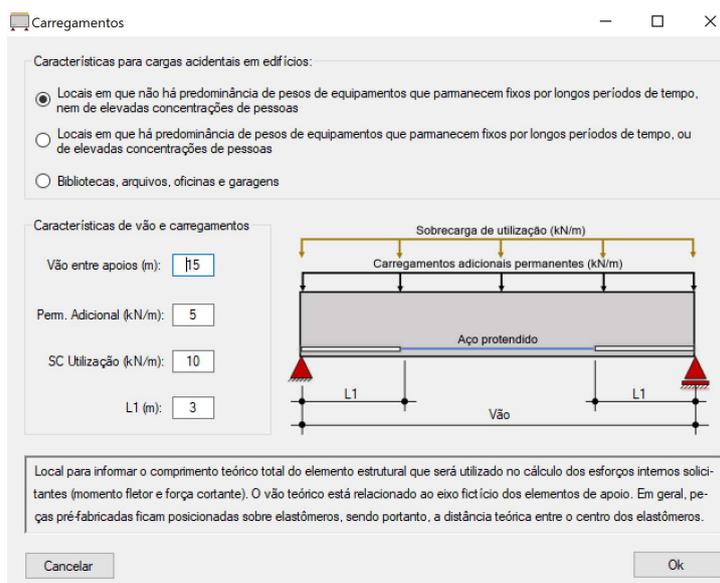
Por fim, recorre-se ao botão “ok” para retornar à janela principal do *software* com as características geométricas da seção escolhida.

4.2.3. Dados de Carregamentos e Vão Livre

Trata-se de uma janela auxiliar relacionada às características da edificação que a peça está submetida (☐). Essa etapa condiz com a Tabela 11.2 da NBR 6118:2014 ou Tabela 5 deste documento, a qual refere-se às condições de serviço (ELS-F, ELS-D e ELS-W). Tais combinações poderão ser realizadas por consulta à Tabela 6 deste trabalho. Para cada uma das três opções, definem-se os parâmetros ψ_0 , ψ_1 e ψ_2 , que por sua vez, pondera valores dos carregamentos acidentais que atuarão sobre o elemento estrutural.

Após definir a classe de utilização do edifício, o usuário deve entrar com os devidos carregamentos adicionais permanentes e variáveis que atuam sobre a peça. Destaca-se, no entanto, que para ações permanentes o programa contabiliza de maneira automática apenas o peso próprio do elemento estrutural de acordo com a seção transversal estabelecida. Já no caso dos carregamentos variáveis, toma-se como referência a norma NBR 6120:1980 (Cargas para cálculo de estruturas de edificações). A seguir, Figura 33 descreve as opções de utilização bem como locais para inserção dos carregamentos:

Figura 33 – Aba para carregamentos e vão livre da viga



Fonte: Do autor (2020)

Para o campo “vão entre apoios”, o usuário deve fornecer em metros a distância teórica dos apoios da viga, ou seja, seu vão. Deve-se também inserir ações de acordo com a área de influência que a seção transversal contabiliza, ou seja, para as parcelas de carregamento utiliza-se como unidade kiloNewton por metro linear (kN/m).

Quando as forças de protensão em seções transversais localizadas próximo às extremidades da viga forem indesejadas, deve-se informar o respectivo valor de “L1”.

4.2.4. Propriedades dos Materiais (Concreto, aço passivo e aço protendido)

Para definição do concreto (f_{ck}) e aço (f_{yk}), recorre-se ao sétimo e oitavo atalho da barra de ferramenta respectivamente. A escolha das características do agregado condiciona o parâmetro α_E exposto no item 8.2.8 da NBR 6118:2014. Salienta-se que a presente escolha em conjunto com o tipo de cimento adotado, implica no comportamento do concreto, em especial, na sua resistência e nos módulos de elasticidade. Estas características são necessárias nas verificações em vazio e também nas etapas de serviço da peça.

Segundo prescrições normativas, a NBR 6118:2014 traz em seu item 8.2.11 coeficientes de fluência e retração do concreto. Nos campos “fluência e retração”, o usuário deve consultar a Tabela 8.2 da referida norma a fim de determinar manualmente os valores dos coeficientes, levando em consideração a espessura fictícia da peça bem como a umidade média do ambiente. A seguir, Figura 34 contendo a caixa de diálogo do *software* com informações pertinentes ao concreto:

Figura 34 – Aba com parâmetros do concreto

A caixa de diálogo "Concreto" apresenta os seguintes campos e opções:

- Características do agregado:** Basalto e diabásio, Granito ou gnaiss, Calcário, Arenito.
- Tipo de Cimento:** Concreto de cimento CP-I e CP-II, Concreto de cimento CP-III e CP-IV, Concreto de cimento CP-V e ARI.
- Fluência e Retração ($f_{t,10}$):** Fluência ϕ : ; Retração $\epsilon_{c,sh}$: ($\cdot 10^{-5}$).
- Classe do concreto:** f_{ck} : MPa.
- Verificação do concreto:** Dias de cura: .

Valores relacionados ao parâmetro Beta 1 no cálculo das características físicas do concreto com idade inferior à 28 dias. Cimento CP-III e CP-IV, adota-se valor de β sendo 0.38. Maiores informações, vide item 12.3.3 NBR 6118:2014.

Botões: Cancelar, Ok.

Fonte: Do autor (2020)

Por fim, seleciona-se através do *combobox* disponível na janela, qual a resistência que o concreto deve ter aos 28 dias, lembrando que de acordo com a NBR 6118:2014, as resistências do concreto deverão estar compreendidas entre 25 e 90 MPa.

Deve-se também informar a data inicial (t_0) referente a transferência da força de protensão. Salienta-se que geralmente esta data ocorre aos 7 dias (equivalente a 1 dia de cura a vapor), momento que ocorre a retirada dos elementos protendidos em pistas. Deve-se confirmar a real resistência a compressão (f_{ckj}) do concreto na data considerada junto ao fabricante do elemento protendido.

Para introduzir as características dos aços ativos e passivos, uma nova janela deve ser abastecida com informações prévias conforme demonstrado na Figura 35. Segundo a NBR 6118:2014, classifica-se a relaxação da armadura protendida em dois principais grupos: relaxação baixa e relaxação normal, cujos valores estão compreendidos em 0.85 e 0.90 do f_{ptk} . Estes parâmetros em conjunto com o limite da tensão inicial na pista $0,77f_{ptk}$ para peças pré-fabricadas, poderão garantir a segurança do operador no ato da protensão.

A caixa de diálogo entre o *software* e usuário ilustrada na Figura 35, solicita três parâmetros de entrada para a armadura protendida, sendo: fios ou cordoalhas, resistência característica do aço utilizado (f_{ptk} variando entre 1750, 1900 e 2100 MPa) e diâmetro do arranjo das armaduras (4.0 a 9.0 milímetros para fios e 9.5 a 15.2 milímetros para cordoalhas). Com base nas Tabelas 13 e 14, pode-se retirar valores referente a relaxação do aço e também características específicas das armaduras respectivamente.

Figura 35 – Aba com parâmetros do aço protendido e passivo

Relaxação

Modelo de cálculo:

Corte da protensão

Aço protendido

Modelo de cálculo I admite diagonais de compressão inclinada de 0 a 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante e independente de V_{sd} . Ver item 17.4.2.2 da NBR 6118:2014

Fonte: Do autor (2020)

Estas informações são relevantes para compor os arranjos superiores e inferiores das armaduras protendidas. Além disso, se determinam-se parâmetros que auxiliam no

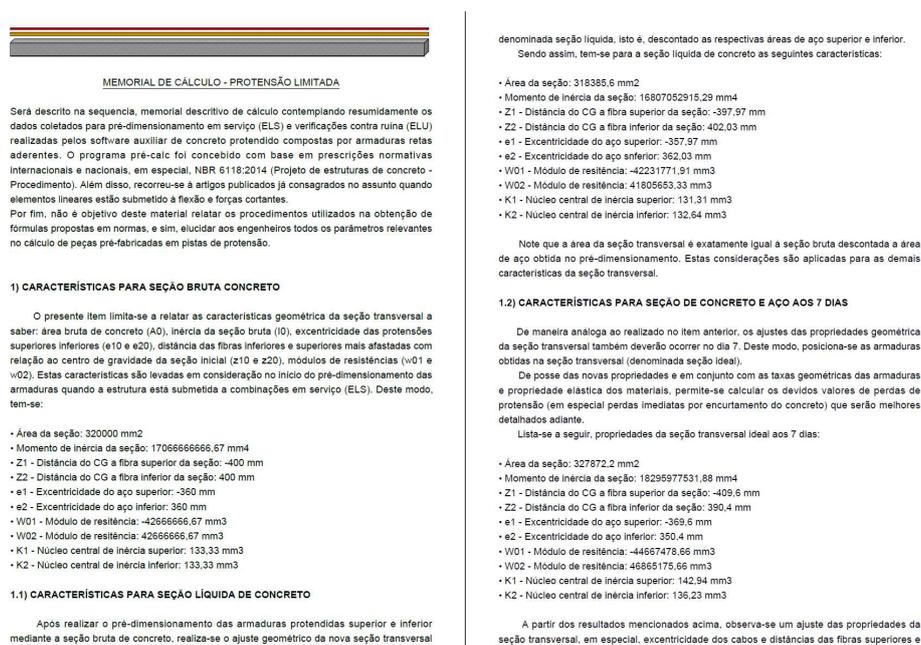
cálculo das perdas da força de protensão, bem como o comprimento de transferência da força de protensão quando se analisa estados limites de serviço (ELS) e estados limites últimos (ELU) sobre o elemento estrutural. Já para resistência do aço passivo, toma-se os valores característico variando entre 250, 500 e 600 MPa. Com isso, é possível dimensionar as armaduras passivas longitudinais e/ou transversais em eventual ausência de segurança da viga protendida.

4.2.5. Memorial de Cálculo

A fim de relatar valores de cálculo em etapas intermediárias, aciona-se o décimo botão da sequência na barra de ferramentas (📄). Desta maneira, são visualizados os resultados obtidos desde a fase das combinações de ações atuantes, características das seções ideais, resistência do concreto e seus módulos de elasticidades aos 7 e 28 dias e variação de tensões na seção transversal. Listam-se também, valores pertinentes às perdas de protensão imediata e progressiva, pré-alongamentos das armaduras e altura da linha neutra (LN) quando efetuados cálculos pertinentes ao ELU.

Com objetivo de atender a segurança da edificação tanto para esforços devidos à flexão bem como à força cortante, calcula-se a área de aço e seus respectivos espaçamentos informando as tensões atuantes segundo modelos mencionadas em itens anteriores deste documento. A Figura 36 ilustra o memorial de cálculo extraído em formato PDF pelo programa *PRÉ-CALC*.

Figura 36 – Exemplo do memorial de cálculo extraído em PDF do *software* auxiliar



MEMORIAL DE CÁLCULO - PROTENSÃO LIMITADA

Será descrito na sequência, memorial descritivo de cálculo contemplando resumidamente os dados coletados para pré-dimensionamento em serviço (ELS) e verificações contra ruína (ELU) realizadas pelo software auxiliar de concreto protendido compostas por armaduras retas aderentes. O programa pré-calc foi concebido com base em prescrições normativas internacionais e nacionais, em especial, NBR 6118:2014 (Projeto de estruturas de concreto - Procedimento), além disso, recorre-se a artigos publicados já consagrados no assunto quando elementos lineares estão submetidos à flexão e forças cortantes. Por fim, não é objetivo deste material relatar os procedimentos utilizados na obtenção de fórmulas propostas em normas, e sim, elucidar aos engenheiros todos os parâmetros relevantes no cálculo de peças pré-fabricadas em pistas de protensão.

1) CARACTERÍSTICAS PARA SEÇÃO BRUTA CONCRETO

O presente item limita-se a relatar as características geométrica da seção transversal a saber: área bruta de concreto (A0), inércia da seção bruta (I0), excentricidade das protensões superiores inferiores (e10 e e20), distância das fibras inferiores e superiores mais afastadas com relação ao centro de gravidade da seção inicial (z10 e z20), módulos de resistências (v01 e v02). Estas características são levadas em consideração no início do pré-dimensionamento das armaduras quando a estrutura está submetida a combinações em serviço (ELS). Deste modo, tem-se:

- Área da seção: 320000 mm²
- Momento de inércia da seção: 17066666666,67 mm⁴
- Z1 - Distância do CG a fibra superior da seção: 400 mm
- Z2 - Distância do CG a fibra inferior da seção: 400 mm
- e1 - Excentricidade do aço superior: -360 mm
- e2 - Excentricidade do aço inferior: 360 mm
- W01 - Módulo de resistência: 42666666,67 mm³
- W02 - Módulo de resistência: 42666666,67 mm³
- K1 - Núcleo central de inércia superior: 133,33 mm³
- K2 - Núcleo central de inércia inferior: 133,33 mm³

1.1) CARACTERÍSTICAS PARA SEÇÃO LÍQUIDA DE CONCRETO

Apos realizar o pré-dimensionamento das armaduras protendidas superior e inferior mediante a seção bruta de concreto, realiza-se o ajuste geométrico da nova seção transversal

denominada seção líquida, isto é, descontado as respectivas áreas de aço superior e inferior. Sendo assim, tem-se para a seção líquida de concreto as seguintes características:

- Área da seção: 318385,6 mm²
- Momento de inércia da seção: 16807052915,29 mm⁴
- Z1 - Distância do CG a fibra superior da seção: -397,97 mm
- Z2 - Distância do CG a fibra inferior da seção: 402,03 mm
- e1 - Excentricidade do aço superior: -357,97 mm
- e2 - Excentricidade do aço inferior: 362,03 mm
- W01 - Módulo de resistência: -42231771,91 mm³
- W02 - Módulo de resistência: 41805653,33 mm³
- K1 - Núcleo central de inércia superior: 131,31 mm³
- K2 - Núcleo central de inércia inferior: 132,64 mm³

Note que a área da seção transversal é exatamente igual à seção bruta descontada a área de aço obtida no pré-dimensionamento. Estas considerações são aplicadas para as demais características da seção transversal.

1.2) CARACTERÍSTICAS PARA SEÇÃO DE CONCRETO E AÇO AOS 7 DIAS

De maneira análoga ao realizado no item anterior, os ajustes das propriedades geométrica da seção transversal também deverão ocorrer no dia 7. Deste modo, posiciona-se as armaduras obtidas na seção transversal (denominada seção ideal).

De posse das novas propriedades e em conjunto com as taxas geométricas das armaduras e propriedade elástica dos materiais, permite-se calcular os devidos valores de perdas de protensão (em especial perdas imediatas por encurtamento do concreto) que serão melhores detalhados adiante.

Lista-se a seguir, propriedades da seção transversal ideal aos 7 dias:

- Área da seção: 327872,2 mm²
- Momento de inércia da seção: 18295977531,88 mm⁴
- Z1 - Distância do CG a fibra superior da seção: -409,6 mm
- Z2 - Distância do CG a fibra inferior da seção: 390,4 mm
- e1 - Excentricidade do aço superior: -369,6 mm
- e2 - Excentricidade do aço inferior: 350,4 mm
- W01 - Módulo de resistência: -44667478,66 mm³
- W02 - Módulo de resistência: 46865175,66 mm³
- K1 - Núcleo central de inércia superior: 142,94 mm³
- K2 - Núcleo central de inércia inferior: 136,23 mm³

A partir dos resultados mencionados acima, observa-se um ajuste das propriedades da seção transversal, em especial, excentricidade dos cabos e distâncias das fibras superiores e

Fonte: Do autor (2020)

Por fim, ao clicar no botão “processar” existente na janela principal do *software*, se inicializam as rotinas de cálculo das forças máximas e mínimas de protensão de modo a atender diferentes etapas, a saber: fases em vazio e em serviço (ELS) e verificação contra ruína (ELU). Em sua janela principal, é possível visualizar o projeto em forma gráfica dando sequência no processo de produção da viga pré-fabricada protendida.

Para os demais atalhos existentes tais como, abrir arquivos, salvar, novo arquivo extrair tabela resumo de ferro, exportar desenhos em formatos dwg e dxf, além dos botões de licença e sair, são considerados como autoexplicativos, portanto, desconsiderados durante a etapa de dimensionamento e verificação do elemento estrutural.

Fica também à disposição do usuário um atalho de informações (Ⓢ), na qual o engenheiro responsável deve ter a plena consciência das delimitações do *software* que serão listadas a seguir.

4.3. DELIMITAÇÃO DO *SOFTWARE*

A fim de evitar equívocos durante o manuseio do programa, listam-se neste item informações pertinentes a delimitação do *software* desenvolvido, a saber:

- a) A escolha da seção transversal está limitada a cinco principais tipologias, sendo: retangular, seção “T”, seção “T” com mísulas, duplo “T” e duplo “T” com mísulas.
- b) Apesar da revisão bibliográfica evidenciar o comportamento do concreto com resistência característica de 120 MPa (*MC-2010*), delimitam-se duas principais classes de concreto, sendo a primeira classe com concretos de resistências menores ou igual à 50 MPa (classe I) e resistências compreendidas entre 55 a 90 MPa (classe II), demonstrando assim conformidade com o código brasileiro NBR 6118:2014.
- c) As armaduras possuem área nominal segundo NBR 7482:2008 e NBR 7483:2008. Trata-se de informações pertinentes aos fios e cordoalhas para armadura protendida respectivamente. Salienta-se também que bitolas de armadura protendida são fixadas de acordo com a escolha entre fios e cordoalhas de 7 fios.

- d) Armaduras protendidas inferiores e superiores com mesmas características físicas e geométricas. Já para armadura transversal, é fornecido a área de aço e seu espaçamento uniforme ao longo do comprimento da viga.
- e) Adota-se 35% a estimativa inicial da perda de protensão, uma vez que, tal valor auxiliará na primeira etapa iterativo para cálculos dos arranjos de armadura bem como convergência da perda de protensão.
- f) *Software* utilizado apenas para dimensionamento de vigas e lajes protendidas em pré-tração e bi-apoiadas (sem balanços). Portanto, armaduras com desvios angulares não são aceitos no dimensionamento estrutural.

Assim como os programas computacionais usuais, o *software* desenvolvido ao longo deste trabalho é uma ferramenta auxiliar de trabalho para o engenheiro de estruturas. Portanto, todas as informações referentes a dados de entrada e resultados obtidos deverão ser necessariamente confirmadas por um profissional capacitado.

Não se recomenda a utilização deste *software* por profissionais que não possuem conhecimento na área de concreto protendido, uma vez que, o resultado fornecido pelo programa possui informações complexas e específicas para peças protendidas pré-fabricadas com armadura aderente reta.

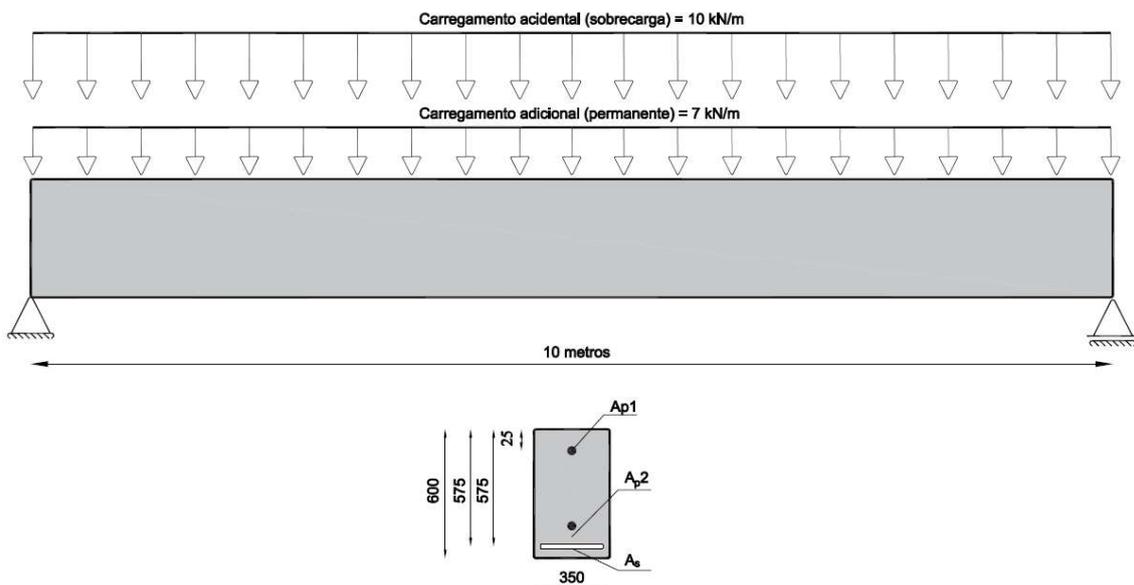
5. ESTUDO DE CASOS

5.1. EXEMPLO PARA SEÇÃO RETANGULAR

Será apresentado a seguir um exemplo com a finalidade de cobrir o campo de aplicação teórica do programa proposto. Para simplificações dos cálculos, analisa-se uma viga pré-tracionada com seção retangular, sendo, portanto, extrapolado para as demais seções transversais com suas devidas particularidades.

Com base nas características das vigas pré-tracionadas, deseja-se dimensionar e verificar uma viga simplesmente apoiada com seção retangular (350 x 600 mm), destinada a suportar uma laje piso de biblioteca, que está submetida a um carregamento acidental (q_k) de $2,5 \text{ kN/m}^2$ e adicional permanente (g_{1k}) igual a $1,75 \text{ kN/m}^2$ (capeamento e revestimento). A viga tem vão teórico de 10 metros e o espaçamento que define o vão da laje é de 8,0 metros (espaçamento entre vigas paralelas). Adota-se 25 milímetros como a distância entre o centro das armaduras passivas e protendidas até a fibra mais afastada da seção. A Figura 37 evidencia de maneira resumida os carregamentos sobre as vigas quando as ações são calculadas por área de influência da laje:

Figura 37 – Viga exemplar pré-fabricada contemplando armadura protendida aderente



Fonte: Do autor (2020)

Segundo Collins e Mitchell (1989), pode-se estabelecer parâmetros de esbelteza para pré-dimensionamento de vigas protendidas. Sendo assim, recorre-se a seção transversal de altura 600 milímetros cuja esbelteza atende aos parâmetros propostos pelos autores (vide Tabela 7):

$$\left(\text{Esbeltez} = \frac{l}{h} = \frac{\text{vão da viga}}{\text{altura da viga}} = \frac{10.000 \text{ mm}}{600 \text{ mm}} = 16.67 \right)$$

Desta maneira, iniciam-se os cálculos das combinações para dois casos de carregamentos, sendo, combinação frequente (ELS-F) igual à 19,25 kN/m e carregamento quase permanente (ELS-D) igual à 18,25 kN/m. Nota-se que neste processo a aplicação dos parâmetros ψ_1 e ψ_2 responsável por ponderações em diferentes casos de ações se faz necessário, resultando nos seguintes esforços internos solicitantes:

- a) Momento fletor característico no centro do vão teórico (ELS-F): 240,625 kNm
- b) Força cortante próximos aos apoios (ELS-F): 96,25 kN
- c) Momento fletor característico no centro do vão teórico (ELS-D): 228.125 kNm
- d) Força cortante próximos aos apoios (ELS-D): 91,25 kN

Deseja-se ainda dimensionar o elemento segundo condições impostas para protensão limitada (nível 2). Com isso, evita-se a formação de fissuras quando submetido a esforços de flexão. Para cálculo das propriedades físicas dos materiais, utiliza-se os seguintes parâmetros:

- a) Cimento: CP-IV;
- b) Agregado: basalto;
- c) Resistência do concreto aos 28 dias ($f_{ck,28}$): 45 MPa;
- d) Armadura ativa: Cordoalhas 12.7 mm CP-190 RB;
- e) Armadura frouxa: CA-50;
- f) Retração e fluência do concreto: -25×10^{-5} e 2 respectivamente.

Para o exemplo proposto, considera-se que o cálculo das propriedades do concreto seja feito com base na cura natural, ou seja, com espera de 7 dias até que o concreto atinja as condições mínimas estabelecidas em projeto. No entanto, vale ressaltar que sob condições de cura a vapor, este tempo poderá ser reduzido para até 1 dia após sua desforma:

1. Resistência característica à compressão do concreto aos 7 dias:

$$f_{ck7} = B1 \times f_{ck28}$$

Com:

$$B1 = \exp \left\{ s \left(1 - \sqrt{28/t} \right) \right\} \rightarrow \exp \left\{ 0,38 \left(1 - \sqrt{28/7} \right) \right\} = 0,6839$$

$$f_{ck7} = 0,6839 \times 45 = 30,77 \text{ MPa}$$

2. Para se efetuar a verificação e dimensionamento do elemento estrutural, considera-se o proposto no *Model Code 2010*, na qual propõe a seguinte equação para o cálculo da resistência à tração em vigas submetida à esforços de tração na flexão:

$$f_{ct,fl} = f_{ct} \frac{1 + 1,5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}}{1,5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}}$$

Sendo:

$$f_{ct} = 0,21 \times f_{ckj}^{2/3}$$

Destaca-se que o sub índice “j” representa a data analisada. Logo, obtém-se a resistência para os 7 e 28 dias mediante as expressões:

$$f_{ct,fl,7} = f_{ct,7} \frac{1 + 1,5 \left(\frac{600}{100}\right)^{0,7}}{1,5 \left(\frac{600}{100}\right)^{0,7}} = 2,062 \times \frac{1 + 1,5 \left(\frac{600}{100}\right)^{0,7}}{1,5 \left(\frac{600}{100}\right)^{0,7}} = +2,454 \text{ MPa}$$

$$f_{ct,fl,28} = f_{ct,28} \frac{1 + 1,5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}}{1,5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}} = 2,657 \times \frac{1 + 1,5 \left(\frac{600}{100}\right)^{0,7}}{1,5 \left(\frac{600}{100}\right)^{0,7}} = +3,162 \text{ MPa}$$

3. Para cálculo do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) aos 28 dias, tem-se:

$$E_{ci} = \alpha_e 5600 \sqrt{f_{ck}}$$

Para basalto, considera-se $\alpha_e = 1,2$, resultando:

$$E_{ci,28} = 1,2 * 5600 \sqrt{45} = 45.079 \text{ MPa}$$

Quando analisado o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) do concreto aos 28 dias, resultam-se os seguintes valores:

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \times f_{ck}/80 \leq 1,0 \rightarrow \alpha_i = 0,913$$

$$E_{cs,28} = 41.157 \text{ MPa}$$

De maneira análoga, calculam-se os módulos de elasticidade inicial e secante aos 7 dias:

$$E_{ci,7} = 37.278 \text{ MPa e } E_{cs,7} = 34.035 \text{ MPa}$$

4. As condições geométricas da seção transversal bruta de concreto são:

- a) Área da seção de concreto: $A_c = 350 \times 600 = 0,21 \times 10^6 \text{ mm}^2$;
- b) Inércia da seção de concreto: $I_c = (350 \times 600^3)/12 = 6,3 \times 10^9 \text{ mm}^4$;
- c) Distância do C.G. da fibra superior da seção: $Z1 = 300 \text{ mm}$;
- d) Distância do C.G. da fibra inferior da seção: $Z2 = 300 \text{ mm}$;
- e) Excentricidade do cabo superior: $e1 = 275 \text{ mm}$;
- f) Excentricidade do cabo inferior: $e2 = 275 \text{ mm}$;
- g) Distância do núcleo central de inércia superior: $k1 = 100 \text{ mm}^3$;
- h) Distância do núcleo central de inércia inferior: $k2 = 100 \text{ mm}^3$;

5. Inicia-se assim, o processo de cálculo para pré-dimensionamento da viga retangular quando submetida aos devidos esforços e propriedades físicas dos materiais. Primeiramente, verificam-se as forças limites de protensão atendendo as prescrições normativas para diferentes etapas construtivas do elemento estrutural mencionadas a seguir:

- a) Verificação simplificada (fase em vazio):

Durante esta etapa, deve-se limitar as forças de protensão para que não ocorram fissuras no ponto mais desfavorável da peça, a saber, fibra superior mais afastada do centro geométrico da seção transversal prevendo apenas armadura protendida inferior. Sendo assim, busca-se respeitar a seguinte situação indicado na NBR 6118:2014:

$$P_0 = \left(\frac{W_1 \times f_{ct,fl,7}}{e_2 - k_2} \right) = \left(\frac{21 \times 10^6 \times 2,454}{275 - 100} \right) \rightarrow 294.536,87N \text{ ou } 294,54 \text{ kN}$$

Permite-se então calcular as tensões geradas nas fibras mais afastadas superiores e inferiores da seção transversal de concreto quando submetido a uma força $-P_0$:

$$\sigma_{c,sup} = -\left(\frac{P_0}{A_c} \right) + \left(\frac{P_0 \times e_2}{W_1} \right) = -\left(\frac{294.536,87}{0,21 \times 10^6} \right) + \left(\frac{294.536,87 \times 275}{0,21 \times 10^6} \right) \rightarrow +2,454 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,inf} = -\left(\frac{P_0}{A_c} \right) - \left(\frac{P_0 \times e_2}{W_2} \right) = -\left(\frac{294.536,87}{0,21 \times 10^6} \right) - \left(\frac{294.536,87 \times 275}{0,21 \times 10^6} \right) \rightarrow -5,259 \text{ MPa}$$

Nota-se que desta maneira a tensão da fibra superior é exatamente igual a resistência à tração do concreto na flexão, enquanto a tensão na fibra inferior apresentou

valores bem abaixo da resistência característica do concreto à compressão. Ambos os casos se referem as características do elemento estrutural aos 7 dias.

Segundo o item 17.2.4.3.2 da NBR 6118:2014, obriga-se satisfazer as seguintes condições contra colapso no ato da protensão nas seções próximas aos apoios:

$$|\sigma_{c,inf} \times 1,1| < 0,7 \times f_{ck,7} \rightarrow |-5,259 \times 1,1| \leq 0,7 \times 30,77 \text{ (OK!)}$$

Sendo assim, a tensão da fibra inferior deverá ser majorada em 10% e a resistência à compressão do concreto na data considerada minorada em 30%. Caso contrário, quando a compressão da fibra inferior concreto se apresentar superior à sua resistência à compressão na data “j”, deve-se calcular um novo valor de P_0 de modo a se limitar a resistência à compressão para data analisada ($f_{ck,7}$).

b) Verificação para Estado Limite de Serviço para formação de fissuras (ELS-F):

Neste caso, calcula-se o valor mínimo da força de protensão que a viga deverá ter após todas as perdas para que não ocorra a formação de fissuras (ELS-F) quando submetido a ações de carregamentos externos durante sua utilização, onde:

$$P_{elsF} = \left[\frac{M_{k,elsF} - (W_2 \times f_{ct,fl,28})}{e_2 + k_1} \right] = \left[\frac{240,63 \times 10^6 - (21 \times 10^6 \times 3,162)}{275 + 100} \right]$$

$$P_{elsF} = 464.587,39 \text{ N ou } 464,59 \text{ kN}$$

Como a força necessária para atender o estado limite de serviço (ELS-F) apresenta-se por volta de 60% superior à força máxima permitida na etapa de produção (294,54 N), posiciona-se armaduras superiores passivas ou ativas a fim de se atender a verificação em vazio mencionada no item 5.1.

No entanto, desejou-se posicionar armaduras ativas superiores com objetivo de eliminar a abertura de fissuras entre as fibras superiores próximos aos apoios durante a etapa em vazio (7 dias). Por consequência, busca-se evitar as fissuras entre as fibras inferiores da seção central quando submetido a etapa em serviço (28 dias).

Portanto, obtém-se a seguinte solução:

$$P_{1,elsF} = 382.812,50 \text{ N ou } 382,81 \text{ kN}$$

$$P_{2,elsF} = 820.312,50 \text{ N ou } 820,31 \text{ kN}$$

Vale lembrar que as nomenclaturas P1 e P2 referem-se as forças de protensão superior e inferior respectivamente, atendendo o sentido de forças propostas na Figura 12.

c) Verificação para Estado Limite de Serviço para descompressão (ELS-D):

De maneira semelhante ao desenvolvido no item “b”, verifica-se as condições do elemento estrutural quando submetido a ações quase permanentes (ELS-D). Portanto, tem-se:

$$P_{elsD} = \left(\frac{M_{k,elsD}}{e_2 + k_1} \right) = \left(\frac{228,125 \times 10^6}{275 + 100} \right)$$

$$P_{elsD} = 608.333,33 \text{ N ou } 608,33 \text{ kN}$$

Note que para esta condição não se considerou a resistência do concreto à tração na flexão, uma vez que não há tensões de tração na descompressão ($\sigma_{ct} = 0$). É possível destacar também que a força necessária de protensão se apresenta acima do máximo valor imposto determinado durante a etapa de produção (fase em vazio).

De maneira semelhante ao realizado na verificação em serviço na formação de fissuras (ELS-F), posiciona-se armaduras ativas no nível superior para controle das tensões de tração tanto para fibras superiores próximas aos apoios (7 dias) quanto para fibras inferiores no centro do vão da peça (28 dias).

Encontra-se mediante um sistema de equações lineares as seguintes forças:

$$P_{1,elsD} = 362.926,13 \text{ N ou } 362,93 \text{ kN}$$

$$P_{2,elsD} = 777.698,86 \text{ N ou } 777,70 \text{ kN}$$

Sendo P_1 e P_2 refere-se as forças de protensão superior e inferior respectivamente.

Vale lembrar que as forças anteriormente calculadas para fase em serviço (28 dias) representam valores mínimos que se deve ter após todas as perdas imediatas e progressivas.

6. Pré-dimensionamento das armaduras protendidas

Percebe-se através do item 5 que o “piso” da protensão seria de $P_{2,elsF} = 820,31 \text{ kN}$, uma vez que o valor atenderia por consequência o mínimo necessário para o estado de descompressão ($P_{2,elsD} = 777,70 \text{ kN}$).

De acordo o comumente empregado na prática de projetos, estipula-se de maneira inicial uma perda de protensão de 25% para sequência dos cálculos iterativo, a fim de se obter o primeiro arranjo de armadura para o aço protendido superior (A_{p1}) e inferior (A_{p2}). Como se trata de um processo iterativo, esta perda de protensão será posteriormente ajustada para valores mais precisos, de modo a elevar a eficiência das armaduras protendidas. Logo, com base nas características dos aços previamente definidas, encontram-se as áreas de aço conforme a seguinte expressão:

$$A_{prot} = \left(\frac{P_{elsF \text{ ou } elsD}}{\text{perda estimada}} \right) / (l_{mtp} \times f_{ptk})$$

Sendo:

$perda = 0,75$: perda previamente estimada para início do processo iterativo;

$l_{mtp} = \left(\frac{0,85}{1,1} \right)$: limite de tensão no aço imposto pela NBR 6118:2014 no ato da protensão para peças pré-fabricadas contemplando armadura aderente;

f_{ptk} : resistência característica do aço protendido;

Sendo assim, obtém-se a seguinte área de aço superior (A_{p1}):

$$A_{p1} = \left(\frac{382.812,50}{0,75} \right) / \left(\frac{0,85}{1,1} \times 1900 \right) = 347,65 \text{ mm}^2 (4 \text{ } \emptyset 12,7 \text{ mm})$$

Para esta etapa, o arranjo de armadura escolhido ($4 \text{ } \emptyset 12,7 \text{ mm}$) apresentou área superior ao calculado ($403,6 > 347,65 \text{ mm}^2$), devendo, portanto, retornar e calcular a nova tensão de protensão (l_{mtp}) para que adiante seja utilizado no cálculo das perdas progressivas. Sendo assim, temos:

$$l_{mtp} = 0,6656 \times f_{ptk} \rightarrow \text{tensão atuante no aço protendido superior}$$

De maneira análoga, calcula-se a área de aço para armadura protendida inferior (A_{p2}) seguido de seu atual estado de tensão para o arranjo previamente selecionado:

$$A_{p2} = \left(\frac{820.312,50}{0,75} \right) / \left(\frac{0,85}{1,1} \times 1900 \right) = 744,97 \text{ mm}^2 (8 \text{ } \emptyset 12,7 \text{ mm})$$

$$l_{mtp} = 0,7131 \times f_{ptk} \rightarrow \text{tensão atuante no aço protendido inferior}$$

É importante destacar que o fator limitante " l_{mtp} " deverá atender a seguinte condição para segurança do operador no ato da protensão:

$$lmt_p \times f_{ptk} \leq \frac{0,85}{1,10}$$

Onde 1,10 representa o coeficiente de segurança γ_s para esta fase de verificação.

Com as características da seção transversal totalmente definida, agora contemplando arranjos das armaduras A_{p1} e A_{p2} , calculam-se as propriedades da seção ideal de modo a encontrar as tensões atuantes em quatro principais pontos de análise, a saber: fibra superior e inferior mais afastadas da seção transversal bem como tensões atuantes nos níveis de baricentro das armaduras protendidas superiores e inferiores.

7. Cálculo das seções transversais ideais

De posse do arranjo das armaduras protendidas, calculam-se as propriedades das seções transversais ideais através das condições elucidadas no item 2.1.10.1 deste texto. Listam-se, portanto, as seguintes características:

Tabela 16 – Resumo de propriedades geométrica para seções ideais

Seção	Área	Inércia	Z1	Z2	e1	e2	k1	k2
	(mm ²)	(mm ⁴)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm ³)	(mm ³)
S_c	210000	6300000000	-300	300	-275	275	100	100
S_0	208789.2	6190957783.88	-299.42	300.57	-274.42	275.57	98.64	99.03
S_7	215904.15	6829759234.05	-302.73	297.26	-277.73	272.26	106.41	104.49
S_{28}	214672.97	6719550595.74	-302.17	297.82	-277.17	272.82	105.10	103.58

Fonte: Do autor, 2020

Sendo:

S_c : seção transversal bruta de concreto;

S_0 : seção transversal sem armaduras protendidas;

S_7 : seção transversal de concreto e armaduras protendidas (aos 7 dias);

S_{28} : seção transversal de concreto e armaduras protendidas (aos 28 dias);

8. Cálculo referente as tensões atuantes na seção ideal

De posse das forças de protensão e também das características geométricas das seções transversais, calculam-se as tensões em quatro níveis da seção, sendo, fibras mais afastadas e tensões ao nível das armaduras protendidas, resultando:

$$\sigma_{prot} = -\left(\frac{P_1 + P_2}{perda}\right) \mp \left(\frac{P_1 e_{17}}{perda} + \frac{P_2 e_{27}}{perda}\right) \times \begin{cases} Z_{17} = -0,513 \text{ MPa} \\ e_{17} = -1,084 \text{ MPa} \\ e_{27} = -13,65 \text{ MPa} \\ Z_{27} = -14,22 \text{ MPa} \end{cases}$$

Note que as tensões anteriormente calculadas se referem apenas as ações permanentes das forças de protensão, devendo, portanto, superpor aos demais esforços gerados por carregamento permanente e variável.

Para ação de peso próprio, tem-se:

$$\sigma_{pp} = \left(\frac{M_{k,pp}}{I_7}\right) \times \begin{cases} Z_{17} = -2,91 \text{ MPa} \\ e_{17} = -2,67 \text{ MPa} \\ e_{27} = +2,62 \text{ MPa} \\ Z_{27} = +2,86 \text{ MPa} \end{cases}$$

Onde $M_{k,pp}$ representa o momento fletor característico no centro do vão devido ao peso próprio do elemento estrutural de acordo com seu vão e sua seção transversal. De maneira semelhante, encontra-se as tensões devido ao carregamento adicional permanente (σ_{gk}) e acidental (σ_{qk}), resultando nos seguintes valores:

$$\sigma_{gk} = \left(\frac{M_{k,gk}}{I_{28}}\right) \times \begin{cases} Z_{128} = -3,88 \text{ MPa} \\ e_{128} = -3,56 \text{ MPa} \\ e_{228} = +3,49 \text{ MPa} \\ Z_{228} = +3,81 \text{ MPa} \end{cases} \quad \sigma_{qk} = \left(\frac{M_{k,qk}}{I_{28}}\right) \times \begin{cases} Z_{128} = -3,93 \text{ MPa} \\ e_{128} = -3,61 \text{ MPa} \\ e_{228} = +3,55 \text{ MPa} \\ Z_{228} = +3,88 \text{ MPa} \end{cases}$$

Salienta-se que para esta operação, deve-se levar em consideração as propriedades ideais da seção transversal aos 28 dias. Portanto, obtêm-se as seguintes tensões:

$$\sigma_{Prot|pp|gk|qk} \begin{cases} Z_{17} = -0,513 & Z_{17} = -2,91 & Z_{128} = -3,88 & Z_{128} = -3,93 \\ e_{17} = -1,084 & e_{17} = -2,67 & e_{128} = -3,56 & e_{128} = -3,61 \\ e_{27} = -13,65 & e_{27} = +2,62 & e_{228} = +3,49 & e_{228} = +3,55 \\ Z_{27} = -14,22 & Z_{27} = +2,86 & Z_{228} = +3,81 & Z_{228} = +3,88 \end{cases} \text{ MPa}$$

Nota-se que as de tensões resultantes em todas as fibras da seção transversal se mantiveram comprimidas com a perda de 25% admitida inicialmente.

9. Cálculo de perdas imediatas e progressivas

Com base nas tensões existentes bem como no arranjo das armaduras protendidas previamente estabelecidas para a seção transversal, permite-se encontrar as perdas imediatas para as armaduras superior e inferior através da seguinte expressão:

$$\Delta P_{imed} = \frac{\left(\frac{P_{elsF \text{ ou } elsD}}{\text{perda}}\right)}{A_{p1 \text{ e/ou } p2}} - (\alpha_{p7} \times \sigma_{prot+pp})$$

$$\Delta P_{1,imed} = \frac{\left(\frac{382.812,50}{\text{perda}}\right)}{403,60} - (5,876 \times -3,753) = +1.242,61 \text{ MPa ou } + 501,52 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{2,imed} = \frac{\left(\frac{820.312,50}{\text{perda}}\right)}{807,20} - (5,876 \times 11,033) = +1.290,16 \text{ MPa ou } + 1.041,42 \text{ kN}$$

Salienta-se que as tensões atuantes na seção transversal mais solicitada se referem aos 7 dias, portanto, tensões originadas pela ação conjunta da protensão e peso próprio da peça ($\sigma_{prot+pp}$). Sendo assim, a perda de protensão por encurtamento elástico inicial nas armaduras superiores e inferiores apresentam valores iguais à 1,74% e 4,79% respectivamente.

A seguir, calculam-se as taxas geométricas das armaduras protendidas superiores e inferiores. Vale lembrar que estes valores serão relacionados durante a etapa de cálculo das perdas progressivas. Portanto, tem-se:

$$\rho_{p,sup} = \frac{A_p}{A_0} = \frac{403,60}{208.789,20} = 1,93\%_0 - \text{taxa de armadura prot. superior}$$

$$\rho_{p,inf} = \frac{A_p}{A_0} = \frac{807,20}{208.789,20} = 3,87\%_0 - \text{taxa de armadura prot. inferior}$$

Com base nas tensões atuantes nas armaduras protendidas ($l_{mtp} \times f_{ptk}$) bem como características do aço utilizado (CP 190-RB) previamente definidos, encontra-se mediante a interpolação de valores expostos na Tabela 8.4 da NBR 6118:2014, coeficientes de relaxação do aço superior e inferior, como sendo: 0,05399 e 0,06854 respectivamente.

Sendo assim, permite-se encontrar os valores das perdas progressivas através do sistema de equações deduzido por Buchaim, 2007.

$$\alpha_{11,\varphi} \Delta P_{1,sh+c+r} + \alpha_{12,\varphi} \Delta P_{2,sh+c+r} = A_{p1} (E_p \varepsilon_{c,sh} + \alpha_{p28} \sigma_{cp1,p+g} \phi - \sigma_{p1,p+g} \phi_{p1})$$

$$\alpha_{21,\varphi} \Delta P_{1,sh+c+r} + \alpha_{22,\varphi} \Delta P_{2,sh+c+r} = A_{p2} (E_p \varepsilon_{c,sh} + \alpha_{p28} \sigma_{cp,p+g} \phi - \sigma_{p2,p+g} \phi_{p2})$$

Onde:

$$\alpha_{11,\varphi} = 1 + \phi_{p1}(t, t_0) + \alpha_{p28}\rho_{p1} \left[1 + \left(\frac{e1_0}{r_{c0}} \right)^2 \right] \left[\frac{E_{cs,28}}{E_{cs}(t_0)} + \chi\phi(t, t_0) \right]$$

$$\alpha_{12,\varphi} = \alpha_{p28}\rho_{p1} \left[1 + \left(\frac{e1_0 * e2_0}{r_{c0}^2} \right) \right] \left[\frac{E_{cs,28}}{E_{cs}(t_0)} + \chi\phi(t, t_0) \right]$$

$$\alpha_{21,\varphi} = \alpha_{p28}\rho_{p2} \left[1 + \left(\frac{e1_0 * e2_0}{r_{c0}^2} \right) \right] \left[\frac{E_{cs,28}}{E_{cs}(t_0)} + \chi\phi(t, t_0) \right]$$

$$\alpha_{22,\varphi} = 1 + \phi_{p2}(t, t_0) + \alpha_{p28}\rho_{p2} \left[1 + \left(\frac{e2_0}{r_{c0}} \right)^2 \right] \left[\frac{E_{cs,28}}{E_{cs}(t_0)} + \chi\phi(t, t_0) \right]$$

Vale lembrar que os parâmetros α_p , χ e r_c condizem com a relação entre o módulo de elasticidade do aço protendido com o módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias, fator de envelhecimento do concreto e raio de giração da seção transversal de concreto respectivamente.

$$\alpha_{11,\varphi} = 1 + 0,05399 + 4,859 \times 1,933\% \left[1 + \left(\frac{-274,42}{172,19} \right)^2 \right] \left[\frac{41.157,24}{34.035,36} + 0,6567 \times 2 \right]$$

$$\alpha_{12,\varphi} = 4,859 \times 1,933\% \left[1 + \left(\frac{-274,42 \times 275,57}{172,19^2} \right) \right] \left[\frac{41.157,24}{34.035,36} + 0,6567 \times 2 \right]$$

$$\alpha_{21,\varphi} = 4,859 \times 3,866\% \left[1 + \left(\frac{-274,42 \times 275,57}{172,19^2} \right) \right] \left[\frac{41.157,24}{34.035,36} + 0,6567 \times 2 \right]$$

$$\alpha_{22,\varphi} = 1 + 0,06854 + 4,859 \times 3,866\% \left[1 + \left(\frac{275,57}{172,19} \right)^2 \right] \left[\frac{41.157,24}{34.035,36} + 0,6567 \times 2 \right]$$

Resultando em:

$$\alpha_{11,\varphi} = +1,1378$$

$$\alpha_{12,\varphi} = -0,0367$$

$$\alpha_{21,\varphi} = -0,0734$$

$$\alpha_{22,\varphi} = +1,2373$$

Encontra-se para as armaduras superiores, o segundo termo da igualdade:

$$\begin{aligned} &= A_{p1} (E_p \varepsilon_{c,sh} + \alpha_{p28} \sigma_{cp1,p+g} \phi - \sigma_{p1,p+g} \phi_{p1}) \\ &= -403,6 (200.000 \times 0,00025 + 4,859 \times 7,311 \times 2 + 1242,60 \times 0,05399) \\ &= -75.938,68 \text{ N} \end{aligned}$$

De maneira análoga, calcula-se para as armaduras inferiores:

$$= A_{p2} (E_p \varepsilon_{c,sh} + \alpha_{p2} \sigma_{cp2,p+g} \phi - \sigma_{p2,p+g} \phi_{p2})$$

$$\begin{aligned}
&= -807,2 (200.000 \times 0,00025 + 4,859 \times 7,545 \times 2 + 1290,15 \times 0,06854) \\
&= -170.943,57 N
\end{aligned}$$

Evidencia-se desde logo que as tensões ocorridas no concreto $\sigma_{cp1,p+g}$ e $\sigma_{cp2,p+g}$ e também ao nível do baricentro das armaduras, variam ao longo do vão conforme solicitações internas dos momentos fletores $M_{k,pp}$ e $M_{k,gk}$. No entanto, para os demais parâmetros, como por exemplo, coeficientes de fluência e retração, os valores permanecem praticamente inalterados ao longo do comprimento da peça. Da igualdade, resulta-se nas quedas de tensão atuando no aço:

$$\begin{cases}
+1,1378 \Delta P_{1,sh+c+r} - 0,0367 \Delta P_{2,sh+c+r} = -75.938,68 N \\
-0,0734 \Delta P_{1,sh+c+r} + 1,2373 \Delta P_{2,sh+c+r} = -170.943,57 N
\end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\Delta P_{1,sh+c+r} &= -71.335,13 N \\
\Delta P_{2,sh+c+r} &= -142.392,12 N
\end{aligned}$$

É possível observar que as estas variações das forças de protensão das armaduras atuam no concreto com sinal trocado. Sendo assim, tem-se as seguintes quedas das forças de protensão:

$$\begin{aligned}
\Delta P_{1,imed+sh+c} &= -8.902,34 - 71.335,13 N = -80.237,47 N \\
\Delta P_{2,imed+sh+c} &= -52.337,33 - 142.392,12 N = -194.729,46 N
\end{aligned}$$

O que significa em termos percentuais a seguinte situação para armaduras superiores e inferiores.

$$A_{p1} = 1,74 \% (imediatas) + 13,97 \% (progressivas) = 15,71\%$$

$$A_{p2} = 4,78\% (imediatas) + 13,02 \% (progressivas) = 17,80\%$$

Logo, a força final da protensão inferior após todas as perdas é igual à 899,02 kN, que por sua vez, se encontra superior as forças necessárias para atender os estados limites de serviço (820,31 kN). Permite-se então realizar um decréscimo da perda de protensão previamente estabelecida de 25% ($perda = perda - \Delta decréscimo$) para que ocorra o ponto de convergência das forças mínimas necessárias.

Devido a um maior encurtamento do concreto quando submetido a solicitações de flexão em serviço, perdas progressivas das armaduras superiores apresentam valores mais expressivos se comparado as perdas inferiores. Em contrapartida, perdas imediatas inferiores apresentam maiores valores se confrontado com perdas imediatas superiores.

Deve-se ao fato de que durante a etapa de confecção do elemento estrutural, as forças nas armaduras inferiores são de maiores relevâncias no corte das cordoalhas, que por consequência, encurtam imediatamente o concreto que o circunda.

Do processo iterativo, resulta para a presente viga nos seguintes valores de perdas de protensão:

$$\text{Perdas } A_{p1} \text{ superiores} \rightarrow 18,77 \% (1,847 \% \text{ imediata} + 16,93 \% \text{ progressiva})$$

$$\text{Perdas } A_{p2} \text{ inferiores} \rightarrow 17,56 \% (4,122 \% \text{ imediata} + 13,44 \% \text{ progressiva})$$

É importante destacar que o número de bitolas utilizadas para o arranjo de armadura inferior passou de 8 cordoalhas de 12,7 mm obtida no primeiro processo iterativo, para 7 cordoalhas de mesmo diâmetro no final do processo, ocorrendo a otimização do dimensionamento estrutural. Sendo assim, encontram-se as tensões finais nas fibras mais afastadas da seção transversal localizada no centro do vão da peça:

$$\sigma_{prot+g+q+(sh+c+r)} = \begin{cases} -10,90 \text{ MPa} \\ -0,667 \text{ MPa} \end{cases}$$

10. Verificação para estado limite último (ELU) na flexão

Com a viga pré-dimensionada em estado limite de serviço, permite-se então verificar suas condições contra ruína quando submetida a solicitações últimas (ELU). Para isso, recorre-se aos resultados obtidos referente as tensões e forças de protensão descritas em itens anteriores.

Com os valores das forças de protensão e através de um processo iterativo com variação da linha neutra (LN), é possível através de equações fundamentais encontrar a altura do bloco de concreto que equilibrará o sistema, de modo que:

$$\sum F_{horizontala} = 0$$

Logo, as seguintes condições permitem encontrar a posição da linha neutra:

$$P_1 + P_2 - R_{conc} = 0 \rightarrow R_{conc} - P_1 \leq P_2$$

$$R_{conc} = \lambda \alpha b_w d \beta_x \cdot \frac{f_{ck,28}}{1,4} = 0,8 \times 0,85 \times 575 \times \frac{45}{1,4}$$

Onde:

$\lambda = 0,8$: para concretos com $f_{ck,28} \leq 50 \text{ MPa}$;

$\alpha_c = 0,85$: para concretos com $f_{ck,28 \leq 50} \text{ MPa}$;

b_w : largura da seção transversal;

$\beta_x = x/d$: relação entre a posição da linha neutra e altura útil da seção transversal;

Portanto, a partir de um valor inicial de β_x , inicia-se o processo iterativo que busca encontrar o equilíbrio da seção transversal. Para o presente exemplo, o equilíbrio é encontrado quando a linha neutra se situa a uma distância (x) de 165,28 mm da borda superior, o que resulta em uma força no bloco de compressão (R_{conc}) igual à 643.433,07 kN.

Por fim, compara-se o valor do momento solicitante de cálculo com momento resistente da seção transversal. Caso o momento solicitante superar o momento resistente, acrescenta-se armadura frouxa, atendendo assim o ELU contra colapso (vide item 2.1.11.1 deste documento). Caso contrário, posiciona-se armaduras longitudinais mínimas estabelecidas no item 17.3.5 da NBR 6118:2014. Para cálculo do momento solicitante de cálculo, tem-se:

$$M_{sd} = M_{g0+g1+q1} \gamma_f \rightarrow \left[\frac{(5,25 + 7 + 10) \times 10^2}{8} \right] 1,4 = 389,38 \text{ kN.m}$$

Desta maneira, pode-se observar que a verificação contra colapso em ELU está satisfeita, uma vez que o momento resistente da seção transversal contemplando apenas armaduras protendida é superior ao momento solicitante ($M_r > M_{sd}$).

É importante destacar também que para verificações últimas, deve-se levar em consideração as forças de neutralização das armaduras protendidas. Trata-se de forças necessárias para anular todas as tensões de compressão no concreto para a seção transversal considerada.

11. Verificação para força cortante atuando em ELU:

A partir das características obtidas da viga quando submetida à flexão, seguem considerações pertinentes à força cortante. É importante salientar o programa atende a dois diferentes modelos de cálculo para armadura transversal, cujas premissas estão nos itens 17.4.2.2 e 17.4.2.3 para Modelos de Cálculo I e II respectivamente da NBR 6118:2014. Para o exemplo proposto, optou-se pelo Modelo de Cálculo 1, na qual a diagonal comprimida possui ângulos aproximados de inclinação igual a 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento e estribos posicionados a 90°.

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - (f_{ck}/250): \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

Para cálculo de armadura transversal, atende-se a seguinte parcela resistente:

$$V_{Rd} = V_c + V_{sw}$$

Sendo:

$$V_{sw} = (A_{sw}/s) 0,9 d f_{ywd} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha);$$

$$V_c = V_{c0} (1 + M_0/M_{Sd,m\acute{a}x}) \leq 2 V_{c0} \text{ na flexo-compressão;}$$

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d;$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf}/\gamma_c;$$

Vale notar que, diante das expressões anteriormente mencionadas a parcela da força de protensão está diretamente relacionada ao momento fletor M_0 que anula a tensão normal de compressão na borda tracionada por $M_{Sd,m\acute{a}x}$.

Substituindo valores:

$$V_{sd} = V_k \times \gamma_f \rightarrow V_k = (5,25_{pp} + 7_{g1k} + 10_{q1k}) \times 10 \times 1,4 / 2$$

$$V_{sd} = 155,75 \text{ kN}$$

Encontra-se a força resistente do concreto para primeira diagonal comprimida próxima ao apoio:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \rightarrow V_{Rd2} = 0,27 \times \left[1 - \left(\frac{45}{250} \right) \right] \times \frac{45}{1,4} \times 350 \times 575$$

$$V_{Rd2} = 1.432.181,25 \text{ N ou } 1.432,18 \text{ kN}$$

Com isso, é possível garantir a segurança do concreto contra ruína por esmagamento da diagonal junto ao apoio, uma vez que, a força cortante resistente é superior ao valor do cortante solicitante de cálculo.

Em sequência, verificam-se as parcelas resistentes dos mecanismos complementares e influência da protensão quando o elemento está submetido à força cortante. Sendo assim, tem-se para forças complementares:

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \rightarrow V_{c0} = 0,6 \times \frac{2,568}{1,4} \times 350 \times 575$$

$$V_{c0} = 229.150,11 \text{ N ou } 229,15 \text{ kN}$$

Com os mecanismos complementares do concreto resistindo uma força superior ao solicitante de cálculo, é possível prever que não haverá a necessidade de armaduras transversais além da armadura mínima. No entanto, a parcela referente à força de protensão tende a elevar ainda mais sua resistência. Para cálculo do M_0 , isto é, valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção tracionada por $M_{d,Máx}$, provocada pelas forças normais concomitantes com V_{sd} , tem-se:

$$M_0 = (P_{1,neut} + P_{2,neut}) \times \left[\frac{I_0}{A_0 Z_2} + \frac{(P_{1,neut} \times Z_1 + P_{2,neut} \times Z_2)}{P_{1,neut} + P_{2,neut}} \right]$$

A saber:

$P_{1,neut}, P_{2,neut}$: forças de neutralização superior e inferior respectivamente;

I_0, A_0 : Inércia e área de concreto em mm^4 e mm^2 respectivamente;

Z_1, Z_2 : Distâncias das fibras mais afastadas da seção transversal, superior e inferior respectivamente. Logo, resulta-se no seguinte momento fletor que anula as tensões normais ocasionadas por $M_{d,Máx}$:

$$M_0 = (461.923,68 + 807.683,00) \times \left[\frac{6,3 \times 10^9}{0,21 \times 10^6 \times 300} + \frac{461.923,68 \times (-275) + 807.683,00 \times 275}{461.923,68 + 807.683,00} \right] = 222,05 \text{ kN.m}$$

Destaca-se que Newton (N) e milímetros (mm) são unidades padrões do programa para medidas de forças e comprimentos respectivamente. Portanto, o valor final do V_{c0} agora contabilizando as forças de protensão superiores e inferiores resultam em:

$$V_c = V_{c0} \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}} \right) \leq 2 V_{c0} \rightarrow 229,15 \left(1 + \frac{222,05}{389,38} \right) = 359,82 \leq 2 \times 229,15 \text{ kN}$$

Percebe-se assim que a condição $V_c \leq 2 V_{c0}$ foi satisfeita. Caso contrário, deve-se limitar o valor resistente dos mecanismos complementares para não superestimar a força de protensão quando desfavorável à segurança da estrutura.

Em seguida, busca-se dimensionar os estribos a partir da resistência dos mecanismos complementares bem como esforço interno solicitante. Deste modo, tem-se:

$$A_{sw} = \frac{(V_{sd} - V_{c0})}{0,9 \times d \times f_{ywd}} \rightarrow \frac{[(155,75 - 359,82) \times 10^3]}{0,9 \times 575 \times \frac{500}{1,15}} = -0,906 \times 10^3 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Percebe-se que a armadura resultou em valor negativo, uma vez que a resistência dos mecanismos complementares em conjunto com ação da força de protensão superaram a força cortante solicitante em aproximadamente $204,7 \text{ kN}$ ($V_{sd} - V_{c0}$). Portanto, buscase atender as condições mínimas das armaduras transversais na peça, conforme item 17.4.1.1.1 da NBR 6118:2014.

$$A_{sw,min} = 0,2 \times \left(\frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \right) b_w \rightarrow A_{sw,min} = 0,2 \times \left(\frac{3,795}{500} \right) 350 = 0,5314 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

Ou mais usualmente utilizado $A_{sw,min} = 5,314 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$. Seu espaçamento deverá atender ao máximo prescrito no item 18.3.3.2 da mesma norma, onde menciona a seguinte condição:

Se $V_{sd} \leq 0,67 \times VRd_2$, então espaçamento máximo permitido para armaduras constituídas por estribos não pode exceder $0,6 \times d \leq 300 \text{ mm}$. Portanto:

$$V_{sd} \leq 0,67 \times VRd_2$$

$$155,75 \text{ kN} \leq 0,67 \times 1.432,18 \text{ kN}$$

$$155,75 \text{ kN} \leq 959,56 \text{ kN} \text{ (Condição verdadeira)}$$

Deste modo, acarreta-se no seguinte espaçamento máximo entre estribos:

$$0,6 \times d \leq 300 \text{ mm} \rightarrow 0,6 \times 575 \leq 300 \text{ mm} = 345 \leq 300 \text{ mm}$$

Logo, o arranjo final de armadura transversal da viga definido como: $5,314 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$ ou $1,594 \text{ cm}^2$ espaçados a cada 30 cm .

12. Considerações finais:

Mediante ao que foi anteriormente explanado, conclui-se que a viga do exemplo proposto atende as condições de segurança quando submetido à flexão e força cortante com o seguinte resumo:

Arm. protendida superior: 4 \emptyset 12.7 mm com força inicial de 116.1 kN

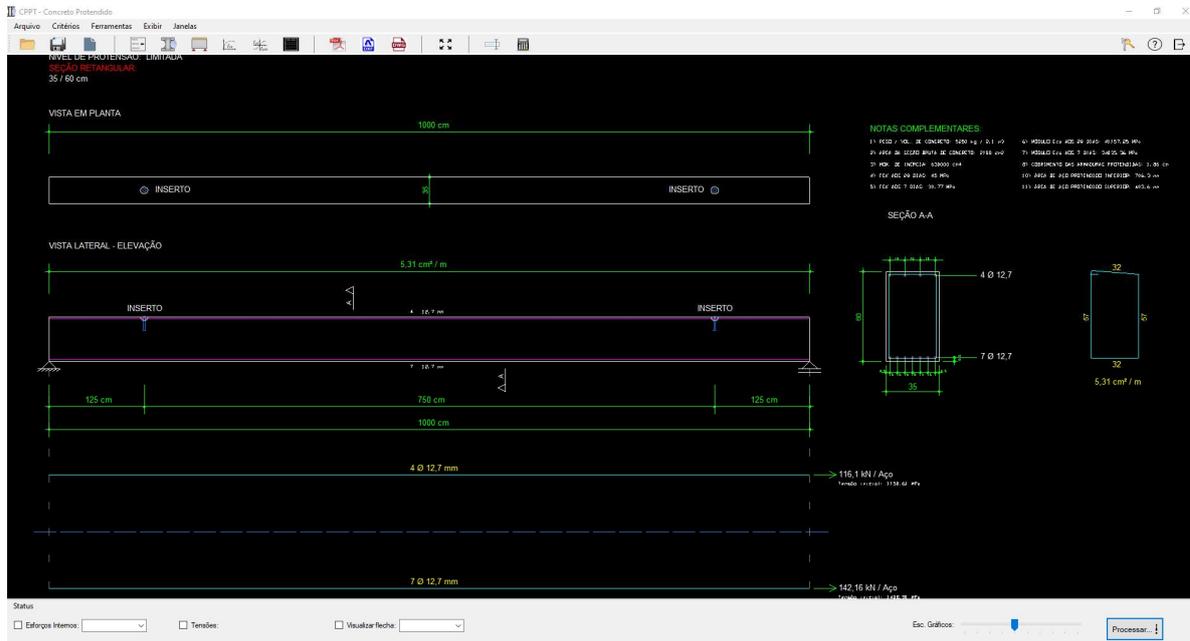
Arm. protendida inferior: 7 \emptyset 12.7 mm com força inicial de 142.16 kN

Arm. passiva inferior: dispensado a presença de armadura passiva para ELU.

Arm. transversal mínima: $5,314 \text{ cm}^2/\text{m}$

Deste modo, permite-se extrapolar o processo analítico para um algoritmo computacional a fim de automatizar o processo de dimensionamento. Abaixo, Figura 38 representa detalhamento de armaduras para a viga do exemplo proposto:

Figura 38 – Viga extraída através do software auxiliar



Fonte: Do autor (2020)

Com objetivo de aferir os resultados da ferramenta desenvolvida, recorreu-se a *softwares* existentes para fins comparativos. Em especial, tomou-se como referência a ferramenta denominada *SECC “Versão 1.1.0”* – Flexão composta oblíqua (FCO) desenvolvido por Sander David Cardoso.

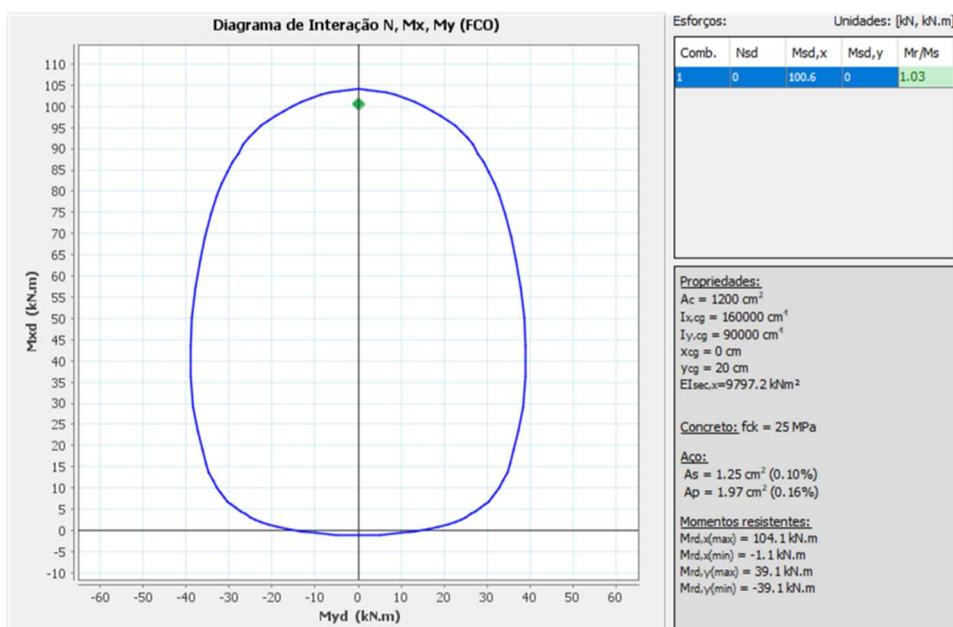
A rotina de verificação atendeu a duas principais etapas, sendo:

- 1) Pré-dimensionamento e verificação do elemento estrutural pelo programa desenvolvido neste trabalho.
 - a. Nesta etapa procurou-se extrair informações que servirão como dados de entrada no programa *SECC “Versão 1.1.0”*. Refere-se as seguintes informações: momento fletor solicitante de cálculo, característica do concreto utilizado, arranjo das armaduras protendidas e passivas com suas respectivas resistências, perdas de protensão e tensões de pré-alongamento.
- 2) Inserção dos dados obtidos na etapa anterior, no programa *SECC*.
 - a. Nesta etapa busca-se extrair a envoltória de segurança no programa *SECC “Versão 1.1.0”*.

Vale notar que o *software SECC* limita-se a verificar uma determinada seção transversal, portanto, necessita-se alimentá-lo através de arranjos prévios das armaduras bem como tensões de pré-alongamento e características do concreto estrutural.

A seguir, sequência de vigas dimensionadas e verificadas pelos dois programas aqui utilizados, a saber, *PRÉ-CALC* e *SECC “Versão 1.1.0”*.

Figura 39 – Envoltória de segurança para viga V1 do anexo



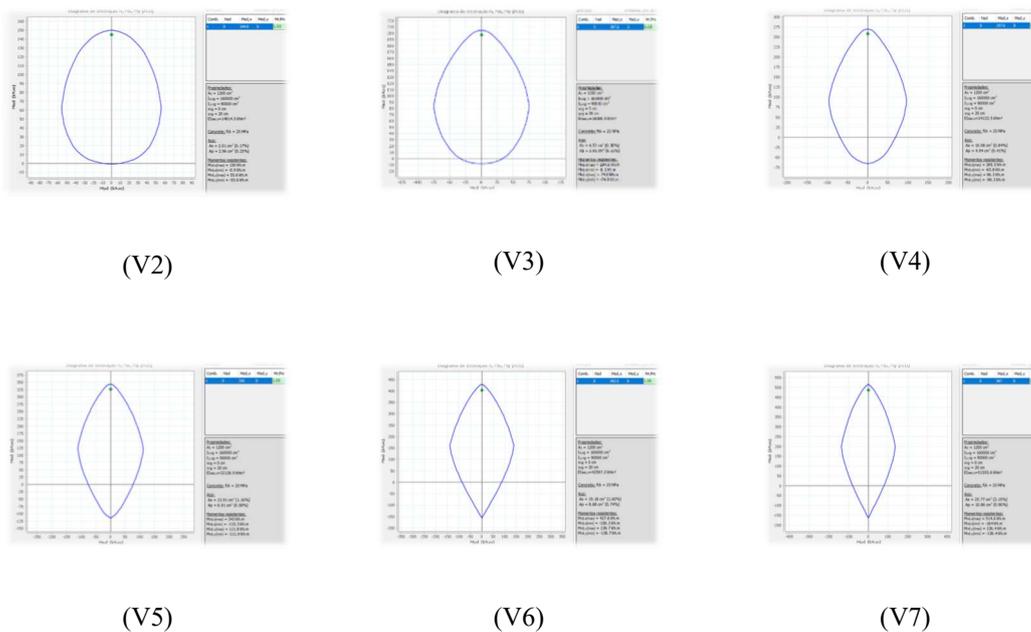
Fonte: Do autor (2020)

Obteve-se no programa *PRÉ-CALC* os seguintes arranjos de armaduras para viga V1: 2 $\phi 12,7 \text{ mm}$ (CP 190 RB), aço passivo de área igual à $1,28 \text{ cm}^2$ na face inferior e $2,08 \text{ cm}^2$ de aço superior. Inserindo este arranjo de armaduras no programa *SECC* em conjunto com o concreto de resistência característica igual a 25 MPa , resultou na envoltória demarcada em azul evidenciada na Figura 39. O ponto verde refere-se ao esforço solicitante de cálculo, cujo valor é de $100,63 \text{ kN.m}$

No entanto, observou-se uma ligeira variação entre a envoltória de segurança e o ponto verde resultante do programa aqui elaborado. Tal afastamento deve-se ao fato de que a área de aço obtida no dimensionamento difere da área de aço proposto no arranjo de armaduras passivas. Deste modo, o arredondamento da área de aço condizente com área da bitola escolhida se faz acima do calculado. Trata-se de uma maneira de garantir a segurança contra colapso.

De maneira análoga, extrapolou-se para as demais vigas que estão listadas em anexo do item 8 deste trabalho. A seguir, representado pela Figura 40, breve conjunto de vigas ensaiadas.

Figura 40 – Envoltórias de segurança para vigas V2 a V7 do anexo.



Fonte: Do autor (2020)

Sendo assim, verificou-se que os programas estão condizentes com a segurança estrutural do elemento. Foi possível observar também que a envoltória de segurança se faz mesmo quando há necessidade de fixar a linha neutra e posicionar armaduras passivas superiores em busca de atender o equilíbrio da seção transversal e sua ductilidade.

Notou-se também que os valores de desvios entre a envoltória de segurança e o ponto de solicitação permaneceram entre 2% para situações que contemplam pequenas áreas de aço e 5% para situações com maiores áreas de aço. Acréscimo pertinente ao arredondamento das armaduras frente as áreas de aços exatas encontradas no dimensionamento.

6. ANÁLISES PARAMÉTRICA UTILIZANDO O PROGRAMA PRÉ-CALC

A partir do *software* para dimensionamento e verificação de elementos pré-tensionados praticado ao longo deste trabalho, foi possível analisar parâmetros a respeito de três situações: perdas de protensão, deslocamentos e consumo de materiais. Em vista disso, a análise paramétrica proposta, se caracteriza como sendo a distribuição de uma variável presumidas de uma forma conhecida sobre um outro fator.

Inicialmente o estudo proposto se concentrou no aumento gradual das taxas geométricas de armaduras protendidas (ρ_p) relacionadas as perdas de protensão para diferentes classes de concreto. Para analisar, por exemplo, a influência dos vãos nos fatores variáveis entre 5 a 12 metros de comprimento, mantinham-se todos os demais parâmetros inalterados (tipo de cimento, brita, resistência característica do concreto e aços ativos, carregamentos permanentes e acidentais, entre outros). Além disso, comparou-se os resultados obtidos entre si, apontando suas devidas particularidades em cada um dos casos.

Por ser um ajuste simples de ser adotado na prática, a alteração dos vãos do elemento estrutural foi bastante combinada com outras modificações, em especial, com diferentes classes do concreto e magnitudes das solicitações (uma vez que se altera o vão livre) para verificações do conjunto. Vários itens são capazes de impactar significativamente ou não nos parâmetros variáveis, contudo, este estudo não visa esgotar essas análises e sim buscar tendência do comportamento das perdas de protensão e apresentar diretrizes de concepção ao projetista estrutural.

Diferentemente do exemplo proposto no capítulo 5 deste trabalho, as vigas aqui analisadas foram dimensionadas desconsiderando protensão em dupla camada (superior e inferior), isto é, as forças de protensão consideradas limitaram-se as armaduras inferiores das vigas simplesmente apoiadas. Também se desconsiderou as recomendações mínimas de esbeltez para pré-dimensionamento conforme propostas por Collins e Mitchell (ver Tabela 7).

No final, lista-se em uma tabela informações pertencentes as 63 vigas aqui estudadas, tais como, perdas de protensão, taxa geométrica de armaduras ativas (ρ_p) e passivas (ρ_s), momento fletor em que o elemento estrutural está submetido, entre outros.

O intuito desta análise reside em relatar a magnitude que se pode impactar nas perdas de protensão de diferentes elementos protendidos quando submetidos a decisões corriqueiras em etapa de projeto, com pouco impacto no custo e na arquitetura.

Em um primeiro momento, admitiu-se características frequentemente empregadas nas práticas dos projetos de vigas protendidas. Desta maneira, a análise se iniciou com uma viga de 5,0 metros de vão livre e seção transversal retangular 30 cm por 40 cm, sendo largura e altura respectivamente. Para sua produção, definiu-se concreto com resistência característica igual a 25 MPa. Deseja-se dimensiona-la com critérios de projeto conforme determina o nível 2 de protensão (protensão limitada). Considerou-se também 10 kN/m para carregamentos adicionais permanentes e 10 kN/m para carregamentos acidentais. Vale destacar que o peso próprio da viga é calculado de maneira automática pelo programa, levando em consideração os dados de entrada da seção transversal em conjunto com o valor do peso específico do concreto. O Aço de protensão utilizado para dimensionamento em serviço possui as seguintes características: CP-190 RB e diâmetro nominal de 12,7 mm.

Baseado na configuração da viga (V1) mencionada anteriormente, obteve-se o momento fletor característico igual a $M_k = 71,88 \text{ kN.m}$, demandando em seu dimensionamento uma taxa geométrica de armadura ativa de valor $\rho_p = 1,67 \%$. Já para perda de protensão total (imediatas e progressivas), verificou-se um valor de 16,24 % em relação a força inicialmente aplicada.

Para o segundo estudo de caso, elevou-se o vão da viga anterior para 6,0 metros mantendo as demais variáveis inalteradas, caracterizando a viga V2. Desta maneira, o momento fletor atuante na presente viga alterou-se para $M_k = 103,50 \text{ kN.m}$, uma vez que, por relação direta, a modificação do vão livre entre apoios acarreta em novos esforços internos solicitantes. Por consequência, foi necessário maior taxa geométrica de armadura ativa para suportar o novo esforço, apresentando valor igual a $\rho_p = 2,49 \%$. Quando observado a queda de protensão final, isto é, perdas imediata e progressiva, obteve-se a grandeza de 18,55 %.

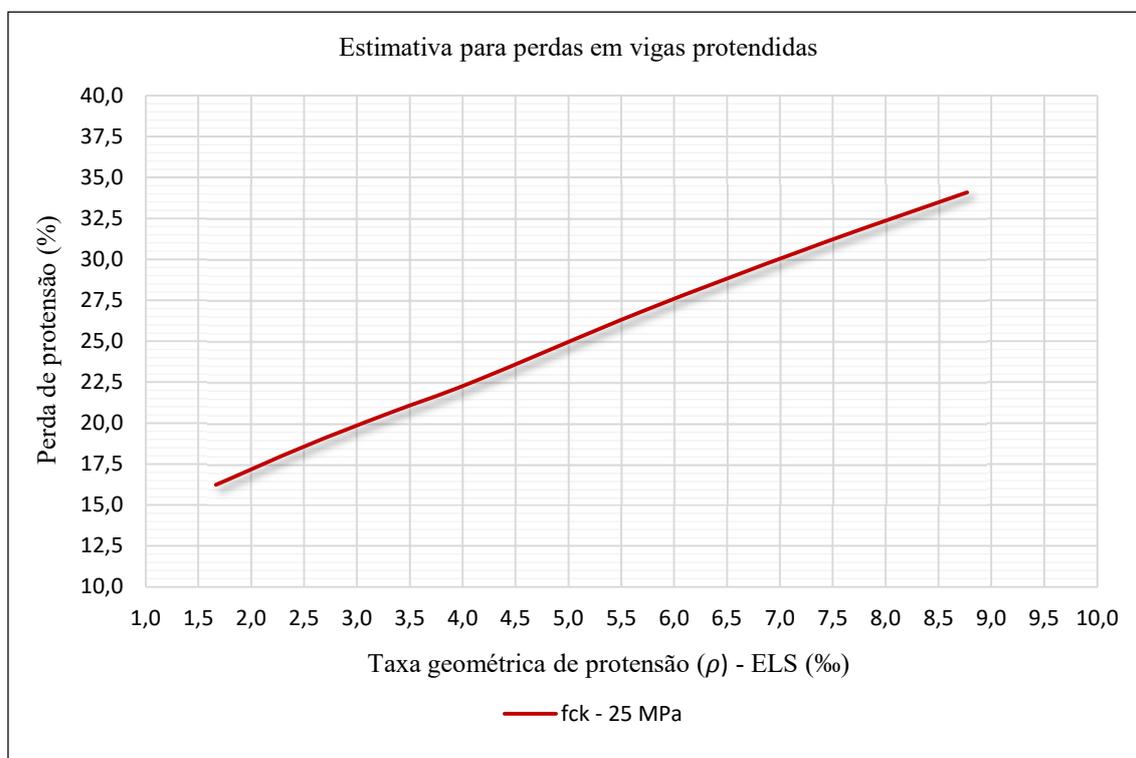
Repetindo o processo anterior e a fim de se obter o terceiro estudo de caso, acrescentou-se 1 metro no vão da viga V2, caracterizando o vão livre de 7,0 metros para a viga V3. Manteve-se igualmente inalteradas as demais variáveis da viga. Pela relação direta entre o vão livre e esforços internos solicitantes, encontrou-se um novo momento fletor de valor igual a $M_k = 140,88 \text{ kN.m}$, que por sua vez, necessita de maior consumo de aço ativo para satisfazer o dimensionamento. Logo, a taxa geométrica de armadura encontrada para o presente caso foi de $\rho_p = 3,30 \%$, enquanto a perda de protensão final apresentou a mesma tendência, cujo valor calculado foi de 20,60 %.

A metodologia da análise se manteve constante até que o elemento estrutural atingisse 11 metros de vão livre entre apoios (V7). Desta forma, o momento fletor encontrado para a última viga da série foi de $M_k = 347,88 \text{ kN.m}$, cuja taxa geométrica de armadura ativa e perda total de protensão possui valores iguais a $\rho_p = 8,77 \text{ ‰}$ e $34,11 \text{ ‰}$ respectivamente. Vale lembrar que com exceção do vão livre, não ocorreram variações para as demais constantes do problema.

Com base no que propôs Pfeil (1984), assim como geralmente ocorre na prática de projetos estruturais, estimam-se que as perdas finais de protensão apresentam magnitudes que variam entre 20 ‰ e 30 ‰ , sendo, portanto, $34,11 \text{ ‰}$ um possível critério de parada para a presente análise.

O gráfico ilustrado na Figura 41 representa a tendência da perda de protensão para vigas simplesmente apoiadas confeccionadas com concreto de resistência característica igual a 25 MPa . Vale lembrar que o vão da viga foi único parâmetro dinâmico na análise (além das solicitações internas, cujos valores possuem relações diretas com os vãos analisados), mantendo-se as demais constantes inalteradas, como, resistência do concreto, coeficientes de fluência e retração, característica da armadura ativa, carregamentos permanentes e acidentais, entre outros.

Figura 41 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica.



Fonte: Do autor (2020)

Os valores obtidos foram organizados segundo o gráfico da Figura 41. Para eixo horizontal, listou-se o aumento gradual das taxas geométricas de protensão (ρ_p) encontradas em cada um dos vãos analisados, enquanto o eixo vertical, representa em termos percentuais as perdas de protensão encontradas para as respectivas taxas.

A partir da Figura 41, pode-se observar que vigas com taxas geométricas de protensão acima de $\rho_p = 7,00 \%$ e concreto de resistência característica igual a 25 MPa , merecem uma atenção especial na estimativa da perda final de protensão durante o processo de dimensionamento, uma vez que, quedas acima de 30% manifestam-se fora dos padrões usualmente utilizados nas práticas de projetos.

Desta forma, recomenda-se que o profissional modifique as condições em que o elemento estrutural está submetido, tais como, revisão dos carregamentos, vão livre entre apoios, dimensões da seção transversal, características do concreto e aço, entre outros, a fim de buscar resultados mais próximos aos frequentemente exercitados.

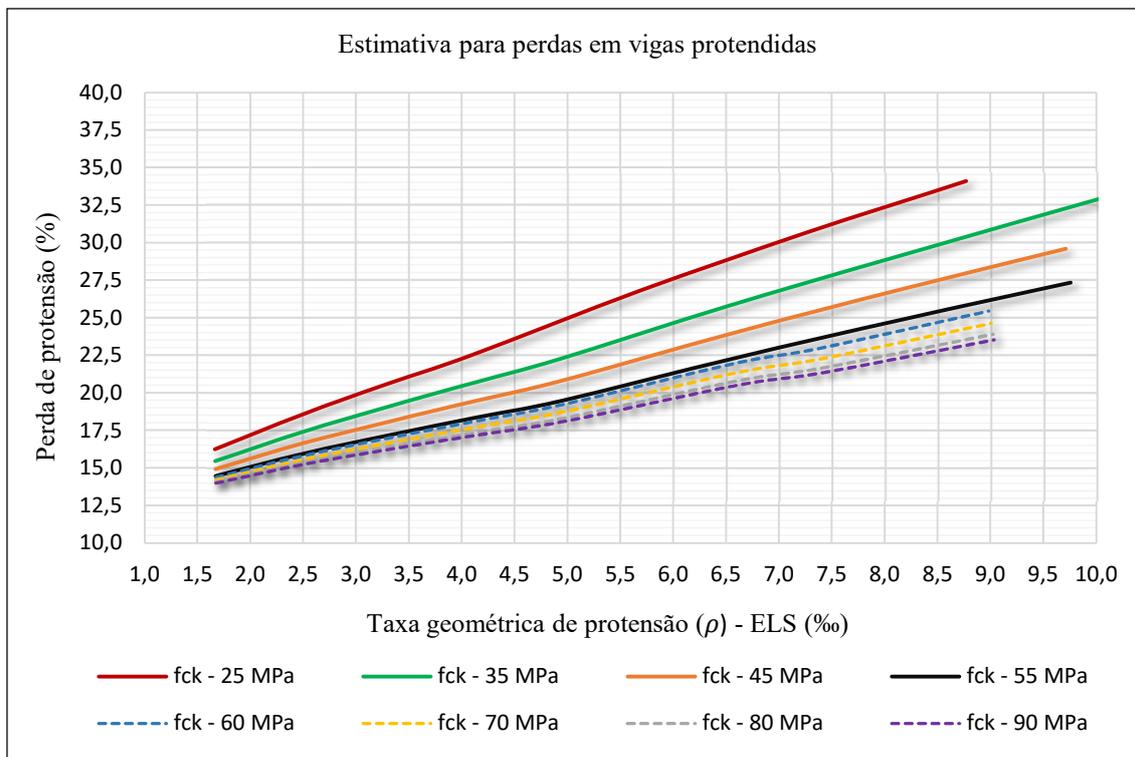
Em contrapartida, quando as taxas geométricas das armaduras ativas se apresentam abaixo de $\rho_p = 3,00 \%$, e conseqüentemente ocasionando perdas inferiores a 20% , aconselha-se, durante o processo de dimensionamento, a revisão da perda previamente estabelecida para não se considerar de forma excessiva as quedas de protensão.

No que segue, durante o desenvolvimento do projeto estrutural de peças protendidas, diversas são as variáveis que o projetista pode adequar a fim de otimizar o elemento estrutural. Dentre os ajustes que influem diretamente no comportamento das perdas de protensão, sem houver qualquer prejuízo arquitetônico, destaca-se o ajuste do concreto, pois impacta diretamente em seu módulo de elasticidade segundo as equações preconizadas anteriormente (ver item 2.2).

No que segue, permite-se extrapolar o estudo anteriormente realizado para as demais classes de resistência do concreto. Desta maneira, a análise se fez para vigas que apresentam vãos livres que variam de $5,0$ a 12 metros, com incremento de 1 metro para cada caso analisado. Mantiveram-se todas as demais constantes inalteradas, a saber: nível 2 de protensão (protensão limitada), seção transversal retangular com largura igual a 30 cm e altura de 40 cm, características da armadura ativa (CP-190 RB e diâmetro nominal igual a $12,7$ mm), coeficientes de fluência e retração do concreto, carregamentos adicionais permanentes, carregamentos acidentais, entre outros.

O gráfico da Figura 42 representa a tendência do comportamento das perdas de protensão em relação as taxas geométricas das armaduras ativas (ρ_p) obtidas pelo processo automático de dimensionamento para diferentes categorias de resistência do concreto, agora contabilizando resistências que variam entre 25 MPa e 90 MPa.

Figura 42 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica.



Fonte: Do autor (2020)

Pode ser visto no gráfico apresentado na Figura 42, a tendência de comportamento das perdas de protensão (imediatas e progressivas) para diferentes classes de concreto frente as taxas geométricas de armaduras ativas. Vale lembrar que a variação da área de aço necessária corresponde ao incremento dado no vão para cada caso analisado. Desta forma, a partir da relação direta entre o acréscimo do vão livre e esforço interno solicitante, dimensionamento de armadura ativa mais oneroso é necessário a fim de se buscar o equilíbrio desejado.

Conforme mencionado em um momento anterior, usualmente profissionais estipulam perdas de protensão que variam entre as grandezas de 20 % a 30 %. No entanto, estes valores não são precisos e nem facilmente calculados se efetuados a mão conforme visto anteriormente. Trata-se de um processo iterativo e repetitivo que demandaria expressivo tempo para se encontrar o valor exato deste parâmetro.

Fica nítido o impacto e a importância da escolha do concreto frente as perdas de protensão quando observado a gráfico da Figura 42. Através dela, de uma maneira geral, permite-se dizer que, quando analisadas vigas produzidas com concretos de maiores resistências para o mesmo consumo de aço ativo de uma determinada seção transversal (ρ_p), menores quedas de protensão são encontradas. Em vista disto, percebe-se que o valor da perda comumente empregado na prática de projeto entre 20 % a 30 %, podem superestimar o efeito da queda de tensão a depender do concreto utilizado, ocasionando desnecessariamente em maior consumo de aço ativo no dimensionamento. Neste caso, recomenda-se que o profissional calcule as armaduras encontradas com uma nova estimativa de perdas de protensão, isto é, com valores inferiores ao mínimo frequentemente empregado de 20 %.

Uma outra abordagem para o problema anterior refere-se à readequação da seção transversal. Na ocasião, permite-se que profissionais reduzam as dimensões da seção transversal de modo a elevar a sua respectiva taxa geométrica de armadura (ρ_p). Desta maneira, as perdas de protensão das armaduras passariam a ter valores próximos aos encontrados nas práticas de projetos mediante a uma redução no consumo de concreto.

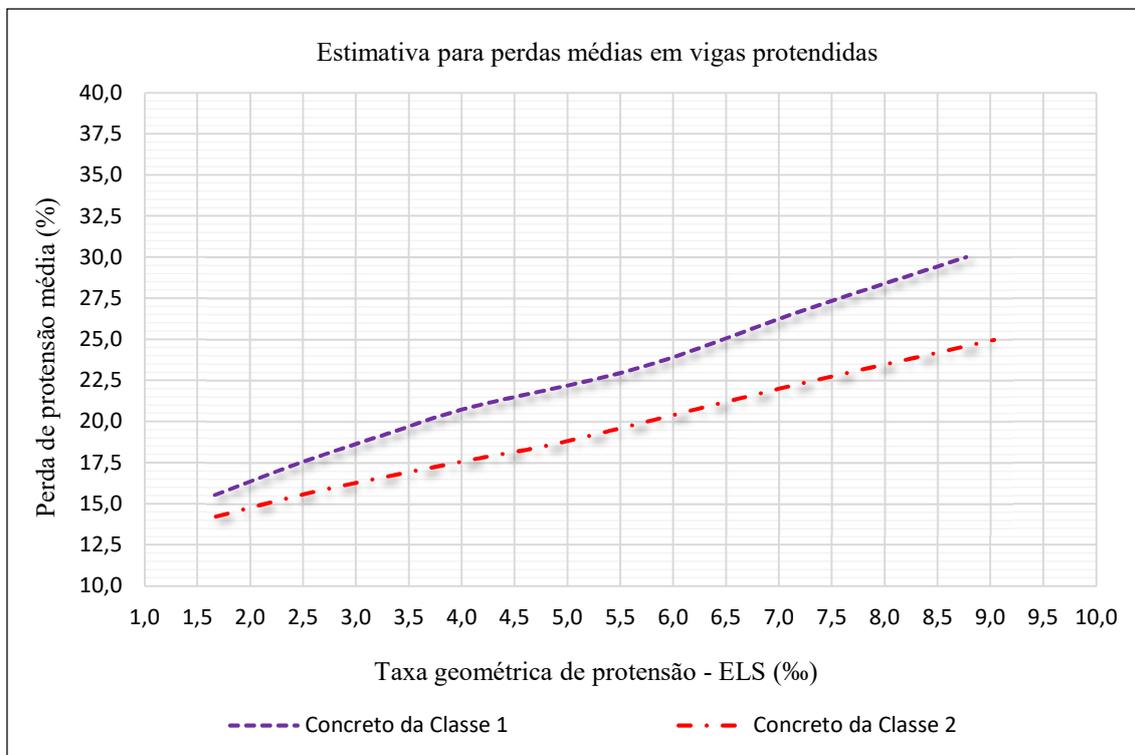
Ainda com base na Figura 42, pode-se confirmar que de acordo com a escolha do concreto utilizado, em especial, concretos com resistências superiores a 50 MPa, as perdas de protensão devam ser estimadas em um valor máximo de 25 %. Quando utilizados concretos da classe 2, perdas de protensão estimadas acima deste valor, estarão considerando de forma excessiva os efeitos das quedas de tensão no aço, que por sua vez, acarretarão em um desperdício de armadura mesmo sob elevadas taxas geométricas de aço protendido ($\rho_p \leq 9,00 \%$).

Assim como se empregam valores estimados para perdas de protensão a fim de viabilizar o dimensionamento através de cálculos manuais (visto que há um complexo processo iterativo e repetitivo para o cálculo exato), engenheiros estruturais costumam, geralmente, limitar as taxas geométricas de armaduras protendidas com valores que possam variar entre $\rho_p = 3,00 \%$ e $\rho_p = 6,00 \%$. Em vista destes limites e a partir da taxa média de armadura comumente utilizadas nas práticas de projetos, verifica-se que 20% torna-se um valor razoável para a estimativa da perda de protensão para concretos de classe 2, ou seja, limite inferior do proposto por Pfiel (1984).

A partir das perdas de protensão obtidas para diferentes categorias de concreto frente ao aumento gradual das taxas geométricas de armaduras protendidas (ρ_p), permite-

se traçar tendência média dos comportamentos das quedas das forças para duas principais categorias do concreto, a saber: Classe 1 variando entre 25 MPa a 50 MPa e Classe 2 variando entre 55 MPa e 90 MPa. Os valores estão elucidados no gráfico da Figura 43.

Figura 43 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica.



Fonte: Do autor (2020)

Com base no gráfico demonstrado na Figura 43, observou-se que de uma maneira geral, independentemente da escolha do concreto, vigas que manifestam taxas geométricas de protensão médias inferiores a $\rho_p = 6,50 \text{ ‰}$ estarão em conformidade com as perdas de 25 % habitualmente empregadas nas práticas de projetos. Em compensação, quando as taxas se apresentarem acima deste valor, aconselha-se modificar a seção transversal para que não transcorra perda acima do frequentemente adotado.

Ainda com base no gráfico da Figura 43, permite-se dizer que peças produzidas com concretos de Classe 2 sempre estarão de acordo com os valores médios propostos por Pfeil (1984), desde que as taxas geométricas de protensão manifestam-se abaixo $\rho_p = 9,00 \text{ ‰}$. Vale ressaltar que, assim como profissionais geralmente empregam um valor inicial da perda de protensão para auxiliar no dimensionamento das armaduras, a taxa geométrica também é ferramenta referencial para aferir os consumos de aços ativos, sendo estas, geralmente compreendidas entre 3,0 ‰ e 6,0 ‰ da seção de concreto.

Por fim, cabe observar que os valores médios utilizados para perdas de protensão nas práticas de projetos estruturais e propostos por Pfeil (1984) com perdas que variam entre 20% a 30% , encontram-se em conformidades mesmo quando os elementos apresentam-se com elevadas áreas de aços ativos.

Vale lembrar também que além da resistência característica à compressão do concreto, outros fatores influenciam diretamente na perda de protensão para elementos pré-tracionados, tais como, tensão inicial no concreto decorrentes da protensão e das cargas permanentes aplicadas na data t_0 , características geométricas da seção transversal (área bruta de concreto, inércia, módulos de resistências e posição das armaduras), módulos de elasticidades dos materiais nas datas consideradas, coeficientes de retração e fluência, tipo de relaxação do aço, entre outros. Contudo, como dito anteriormente, este estudo não visa esgotar as inúmeras análises que influenciam nas perdas de protensão, limitando-se apenas em buscar uma tendência no comportamento frente as alterações dos esforços internos solicitantes em conjunto com diferentes categorias de concreto, apresentando diretrizes de concepções aos projetistas estruturais.

Por fim, confirmou-se que independentemente da resistência característica do concreto utilizado no cálculo do elemento protendido, as estimativas comumente aplicadas nas práticas de projetos estão de acordo com os resultados obtidos de maneira exata. No entanto, quando as taxas geométricas se apresentarem acima de $\rho_p = 9,00 \text{ ‰}$, recomendam-se atenções especiais para concretos de Classe 1, uma vez que as perdas extrapolaram o valor máximo de 30% indicada por Pfeil (1984).

Ainda com base no gráfico da Figura 43, sugere-se que o valor estimado para perdas de protensão seja menos expressivo quando demandadas baixas áreas de armaduras ativas em relação a área da seção de concreto. Considerar perdas no intervalo de 20 % a 30 % podem estimar de forma excessiva seus efeitos quando encontradas baixas taxas geométricas de protensão ($\rho_p \leq 3,50 \text{ ‰}$), demandando a dimensionamentos menos eficientes.

Após constatado que a perda de protensão adotada comumente na prática de projetos estão em conformidades com os resultados obtidos de maneira precisa, buscou-se comparar entre si, resultados obtidos pelo processo automático de dimensionamento apontando particularidades que a escolha do concreto oferece durante a concepção estrutural.

Portanto, o estudo demonstrado adiante limita-se a orientar o engenheiro na escolha do concreto a ser empregado no dimensionamento do elemento estrutural, apontando para cada resistência característica, suas vantagens e desvantagens frente a perdas de protensão, consumo de armadura ativa, consumo de armadura passiva, flechas deferidas e custos para sua produção.

A presente análise se organizou mediante a seguinte forma: V1 a V7 recorreram a concretos de resistências à compressão igual a 25 MPa. Vigas entre V8 e V15, utilizou-se concreto de resistência igual a 35 MPa. Seguidamente, utilizou-se concreto de resistência à compressão igual a 45 MPa (V16 a v23). Por fim verificou-se vigas confeccionadas com concretos de resistências iguais a 55 MPa (V24 a V31), 60 MPa (V32 a V39), 70 MPa (V40 a V47), 80 MPa (V48 a V55) e 90 MPa (V56 a V63). Todas as características aqui relacionadas estão evidenciadas no capítulo 8 deste documento.

Vale lembrar que, para cada categoria de concreto analisada, manteve-se dinâmico apenas o vão livre com incrementos de 1 metro. Mantiveram-se todas as demais constantes inalteradas, a saber: seção transversal retangular com largura igual a 30 cm e altura de 40 cm, características das armaduras ativas (CP-190 RB e diâmetro nominal igual a 12,7 mm), coeficientes de fluência e retração do concreto, carregamentos adicionais permanentes, carregamentos acidentais, entre outros.

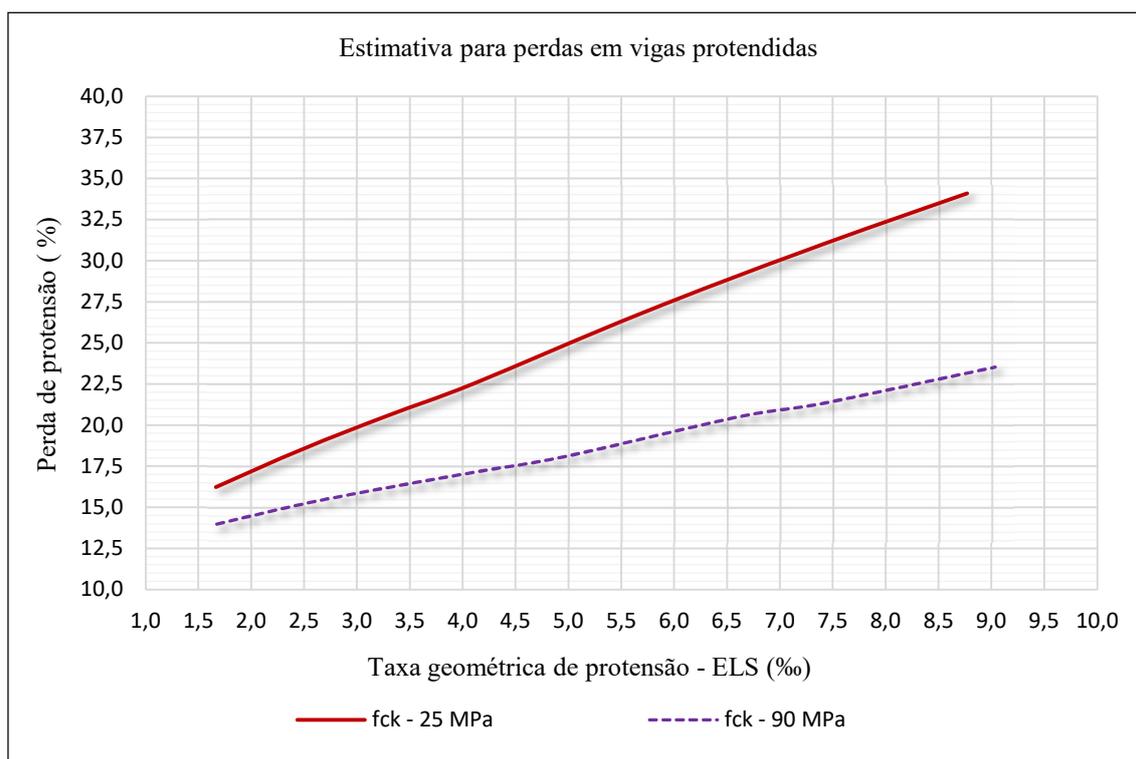
A partir da análise gráfica na Figura 42, fica claramente demonstrado que perda de protensão ocorre de maneira mais acentuada em concreto com menores resistências à compressão. Uma vez mantidas inalteradas as demais variáveis do problema, a queda de protensão deve-se a dois principais motivos: por ser um grande influenciador do coeficiente de fluência e ao valor calculado para o módulo de elasticidade, que por sua vez, possui relação direta com a resistência característica à compressão do concreto analisado.

Invariavelmente da escolha do concreto utilizado, observa-se que as menores quedas de tensão se encontram em regiões onde as taxas geométricas de armaduras protendidas se apresentam próximas a 1,67 ‰. Com quedas de tensão de 16,24 %, verificou-se que dentre todos as vigas estudadas, concreto com resistência característica à compressão iguais a 25 MPa, acarretaram em piores comportamentos frente as perdas de protensão. Em compensação, o melhor resultado obtido para controle das perdas, situou-se para concreto de resistência igual a 90 MPa, apresentando quedas de 13,99 %. Vale notar que mesmo diante da redução de 14 % nas perdas de protensão, ambos os

casos se apresentam abaixo do mínimo proposto por autores e profissionais comumente aplicados nas práticas de projetos.

Com o aumento gradual da taxa geométrica das armaduras, isto é, com valores próximos a $\rho_p = 8,77\%$, verificou-se nitidamente o distanciamento das tendências dos comportamentos das perdas de protensão quando analisados concretos das classes C25 e C90. Para o primeiro, perda da ordem de 34,11% extrapolou o limite frequentemente utilizado, o que requer atenções especiais com seus efeitos se realizados dimensionamentos manuais para elementos com elevadas taxas geométricas. Queda de tensão muito elevada pode subestimar o efeito da perda de protensão, ocasionando em forças indesejadas não previstas no elemento estrutural. Com uma redução de 33,60% nas perdas finais de protensão, o segundo concreto mesmo sob elevada área de aço apresentou valor próximo a 22,65%, portanto, dentro dos limites usuais. Essa diferença fica evidenciada pelo gráfico demonstrado na Figura 44.

Figura 44 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica para concretos C25 e C90.



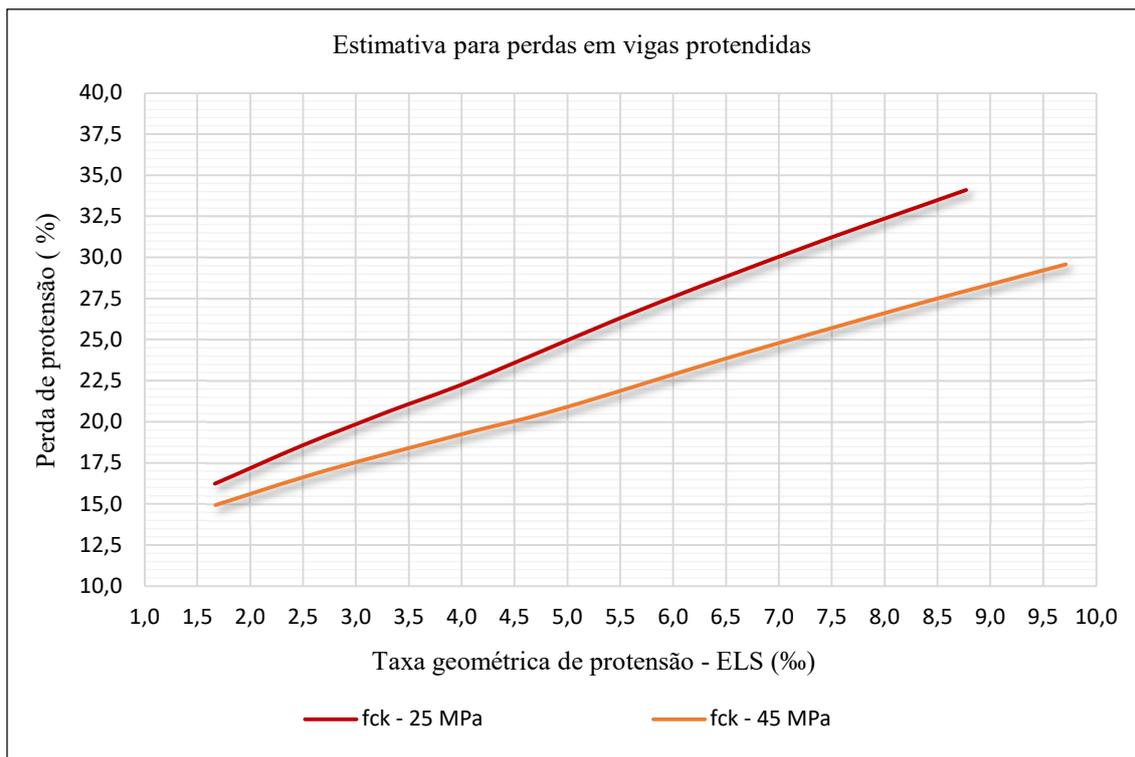
Fonte: Do autor (2020)

Em sequência, evidenciam-se que as tendências das perdas de protensão se aproximam quando analisados concretos pertencentes a uma mesma Classe, como por exemplo, C25 e C45. De maneira semelhante ao comportamento do concreto da Classe C90, o concreto C45 apresentou redução em torno de 8% em relação ao concreto C25

quando analisada pequena área de aço, isto é, a perda de protensão se apresentou com valor da ordem de 14,93 %. No entanto, quando o elemento está em situações extremas das taxas geométricas, as perdas alcançaram valores da ordem de 29,59 %, próximo ao limite proposto por Pfeil (1984).

O gráfico da Figura 45 destaca o comportamento da variação das perdas de protensão, quando utilizados concretos das Classes C25 e C45.

Figura 45 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica para concretos C25 e C45.



Fonte: Do autor (2020)

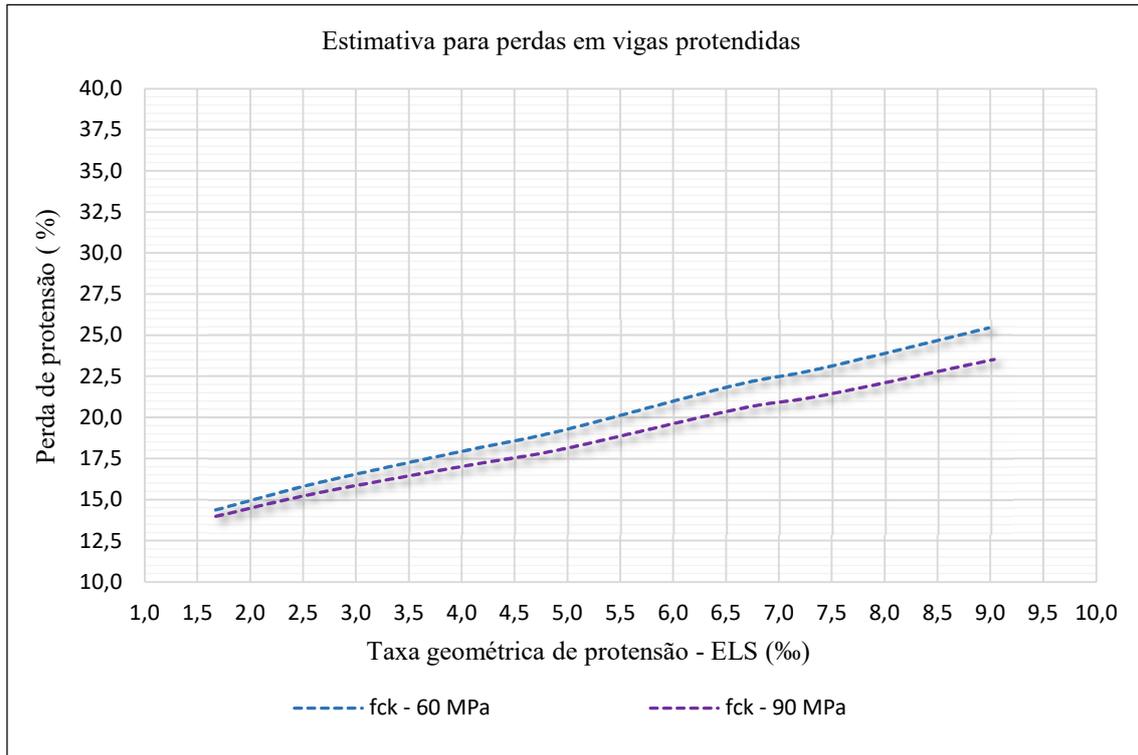
Na sequência, busca-se confrontar valores obtidos para perdas de protensão em vigas produzidas com concretos do Grupo 2, em especial C60 e C90. Fica claro através da Figura 46, que as diferenças das perdas de protensão se mostraram mais discretas com relação as obtidas nos concretos do Grupo 1. Sob situações de baixas taxas geométricas ($\rho_p \leq 1,67$), as variações das perdas praticamente mantiveram-se inalteradas entre os dois tipos de concreto. Em contrapartida, quando ocorre o aumento gradual das taxas de aço ($\rho_p \geq 8,98\%$), obtiveram-se variações mais significativas na ordem de 7,52%.

Vale lembra que, independentemente da escolha do concreto assim como da taxa geométrica de protensão, ambas as análises se apresentaram dentro dos limites frequentemente utilizados nas práticas de projetos, ou seja, abaixo do valor máximo proposto de 30%. Destaca-se, no entanto, a importância de uma verificação mais

conservadora para estimativas das perdas de protensão quando houverem baixas demandas de aço ($\rho_p \leq 5,50\%$), uma vez que, os reais valores apresentam-se abaixo do limite usual, o que poderá acarretar em maiores e desnecessários consumos de aços protendido.

A seguir, evidencia-se através do gráfico da Figura 46, o comportamento dos concretos de resistências 60 MPa e 90 MPa frente as perdas de protensão.

Figura 46 – Gráfico pertinente a perda de protensão e taxa geométrica para concretos C60 e C90.



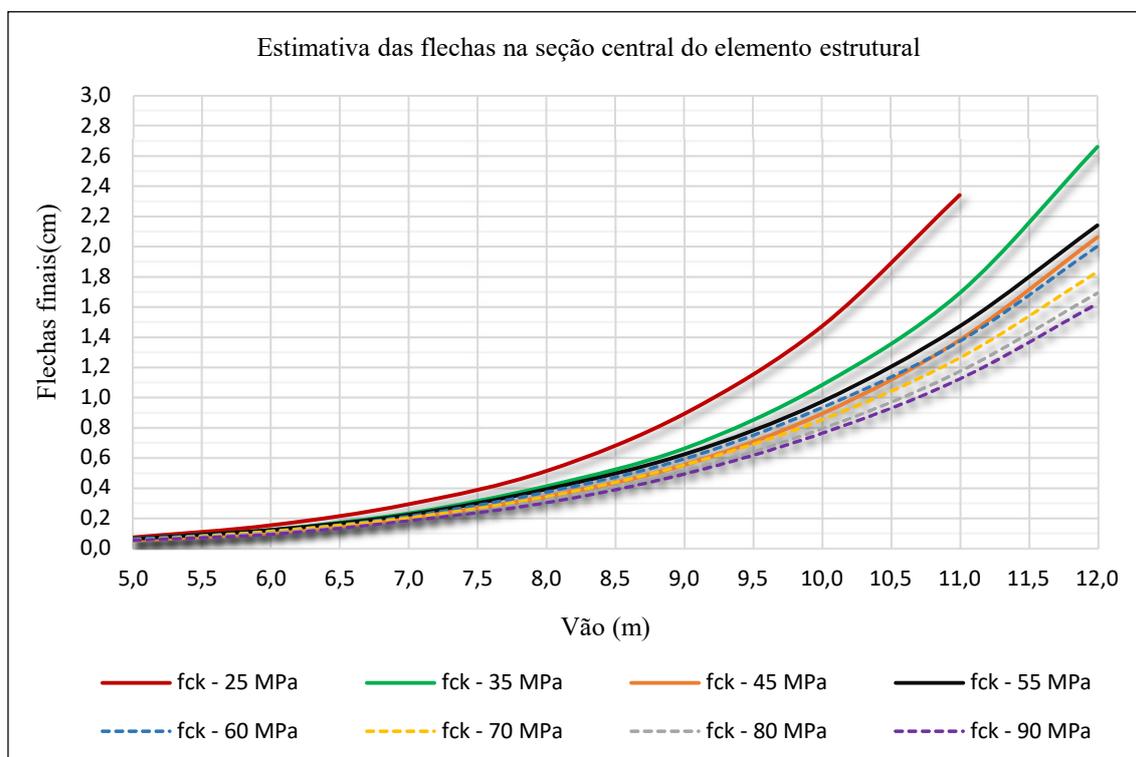
Fonte: Do autor (2020)

Dando continuidade e a fim de se obter tendências de comportamentos dos deslocamentos das vigas dimensionadas, listou-se as flechas finais obtidas na seção central para cada um dos casos analisados quando submetido a situações de serviço (ELS). Logo, os resultados partiram de vigas com diferentes vãos e concretos, mantendo-se as demais variáveis inalteradas, tais como, carregamentos adicionais permanentes, carregamentos acidentais, seção transversal, coeficientes de retração e fluência, propriedades do aço utilizado, entre outros. Desta maneira, a presente análise limita-se a apresentar alternativas no controle dos deslocamentos, uma vez que quando excessivos, medidas convenientes deverão ser tomadas.

O gráfico da Figura 47 representa em seu eixo vertical os valores das flechas finais, isso é, deslocamentos imediatos e deferidos no tempo em centímetros. Já para o

eixo horizontal, lista-se os diferentes vãos analisados com incrementos de 1 metro conforme relacionados nos estudos anteriores.

Figura 47 – Gráfico de deslocamentos na seção central das vigas simplesmente apoiadas.



Fonte: Do autor (2020)

Em geral, é possível notar através do gráfico representado na Figura 47, que vigas produzidas com concretos de resistências inferiores apresentam maiores deslocamentos se comparados aos concretos de maiores resistências. Uma vez mantida as características do aço, bem como os carregamentos atuantes no elemento estrutural, limitam-se dizer que as reduções das flechas ocorreram devido a modificação da rigidez do elemento propiciado principalmente pela alteração do módulo de elasticidade do concreto (vide item 2.2.1.6).

Ainda baseado no gráfico da Figura 47, permite-se dizer que vãos de pequenas magnitudes não apresentaram fatores determinantes para a escolha de um tipo específico de concreto, uma vez que as flechas finais se apresentaram próximas umas das outras. No entanto, com o incremento do vão livre e conseqüentemente dos esforços atuantes, estas flechas passaram a apresentar diferenças relevantes, podendo chegar a uma redução de 30% da flecha quando utilizados concretos de resistências superiores.

Apesar de apresentar melhorias frente as flechas finais do elemento estrutural, modificar à resistência à compressão do concreto não se apresenta como uma boa opção devido a uma pequena melhoria dos deslocamentos em face ao impacto nos custos que

uma modificação traria para a estrutura. Diante disto, recomenda-se a modificação da propriedade geométrica da seção transversal, de modo a não impactar com o propósito arquitetônico.

Cabe destacar que alguns fatores são difíceis de analisar, já que apresentam alguns parâmetros que o tornam complicado de implementar nessas análises. Um exemplo disso é a avaliar os efeitos da fluência de forma precisa, pois ela depende da umidade, da temperatura, nível de fissuração da peça, amadurecimento do concreto na data do carregamento, dentre outros. O que ocorre é que variáveis como temperatura e umidade podem variar ao longo do mesmo dia em uma obra, além disso esses parâmetros variam de uma obra para outra o que torna complicado uma avaliação precisa desses efeitos.

Com base nos valores praticados comumente no mercado, buscou-se nesta análise estabelecer uma tendência de custo para a produção de cada uma das vigas estudadas anteriormente. Em primeira etapa, listou-se os resultados obtidos para viga com 5,0 metros de vão livre confeccionada com concretos de resistência característica à compressão igual a 25 MPa (V1). Na sequência, modificou-se o vão para 6,0 metros mantendo as demais variáveis do problema inalterada, obtendo de maneira semelhante, o consumo de aço necessário durante a fase de dimensionamento (V2). Dando continuidade a análise, avaliou-se vigas com 7,0 metros entre apoios (V3). Desta forma, sucessivos dimensionamentos foram realizados até que o vão da viga atingisse 12 metros de comprimento, mantendo-se sempre todas os demais parâmetros inalterados.

Já para uma segunda etapa, alterou-se a resistência do concreto à compressão para 35 MPa, mantendo as mesmas considerações da análise anterior, isto é, variou-se os vãos de 5 a 12 metros acarretando em diferentes condições de projetos. Em sequência, extrapolou-se o procedimento para as demais resistências à compressão dos concretos 45 MPa, 55 MPa, 60 MPa, 70 MPa, 80 MPa e 90 MPa. No que segue, permitiu-se traçar uma tendência do comportamento frente ao custo de produção a fim de apresentar qual situação a modificação do concreto torna-se viável para produção de elementos pretendidos. Os resultados estão expostos resumidamente no anexo 2 deste documento.

Para a obtenção dos preços unitários, recorreu-se da tabela de insumos desonerados estipulados pelo SINAPI – Caixa Econômica Federal (Curitiba/PR). Os seguintes valores foram considerados para estimativa do custo do concreto:

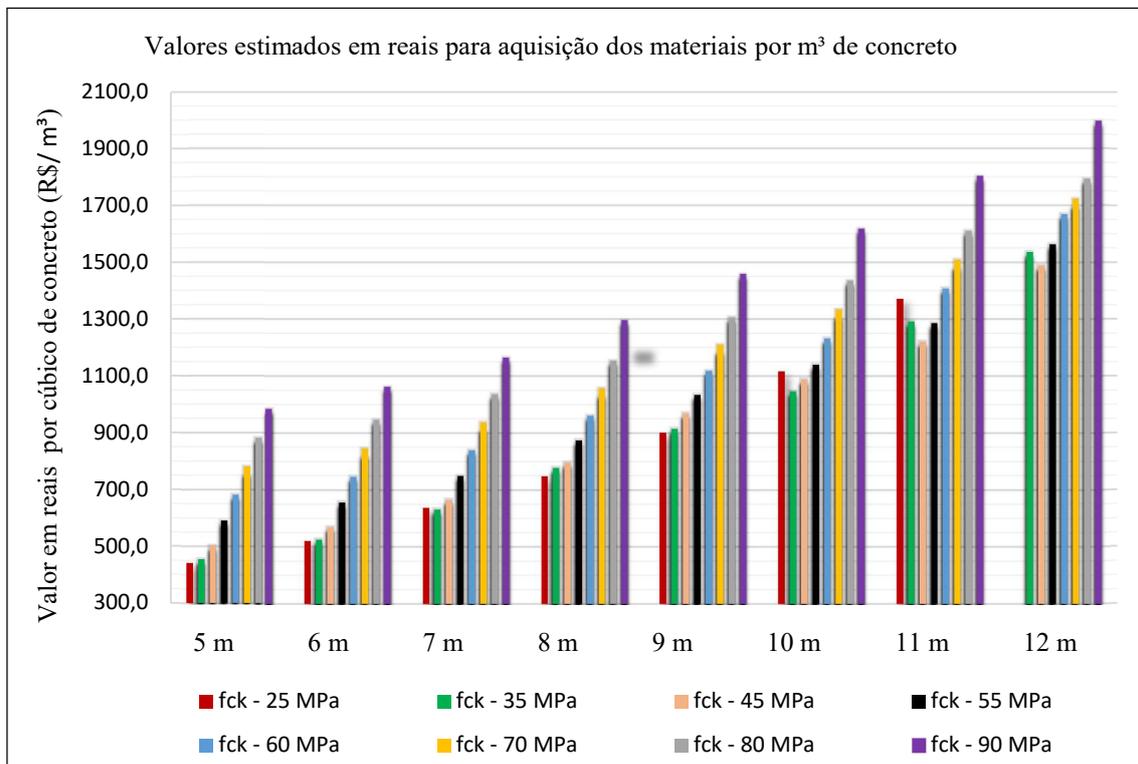
- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 25 \text{ MPa} \rightarrow (278,76 \text{ R\$/m}^3)$
- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 35 \text{ MPa} \rightarrow (298,47 \text{ R\$/m}^3)$

- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 45 \text{ MPa} \rightarrow (348,21 \text{ R\$/m}^3)$
- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 55 \text{ MPa} \rightarrow (439,25 \text{ R\$/m}^3)$
- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 60 \text{ MPa} \rightarrow (530,30 \text{ R\$/m}^3)$
- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 70 \text{ MPa} \rightarrow (631,20 \text{ R\$/m}^3)$
- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 80 \text{ MPa} \rightarrow (732,10 \text{ R\$/m}^3)$
- Concreto com resistência à compressão igual à $f_{ck} = 90 \text{ MPa} \rightarrow (810,23 \text{ R\$/m}^3)$

É sabido que os valores dos aços passivos ($CA - 50$) variam de acordo com a bitola utilizada. Em vista disso, buscou-se avaliar os custos com base em valor médio estimado igual à $4,34 \text{ R\$/kg}$ correspondente ao peso total de aço necessário encontrado no dimensionamento, sendo, portanto, desconsiderando preço compatível com a bitola utilizada. Já para a identificação do preço da cordoalha pretendida, foi necessário realizar uma consulta junto a fornecedores e seu preço médio apresentou-se na grandeza de $4,94 \text{ R\$/kg}$ para cordoalhas com características iguais a CP-190 RB e diâmetro nominal igual a 12,7 mm. Todos os valores estão listados em anexo no capítulo 8 deste trabalho.

O gráfico da Figura 48, busca evidenciar o comportamento estimado dos custos em reais para aquisição dos materiais das vigas analisadas. Desprezou-se na presente análise custos correspondentes as armaduras transversais e despesas indiretas dos insumos adquiridos.

Figura 48 – Estimativa em reais para confecção de vigas protendidas pré-tracionadas.



Fonte: Do autor (2020)

Observa-se através do gráfico ilustrado na Figura 48, que em geral os custos apresentaram aumentos graduais de acordo com cada um dos vãos analisados. Quando analisadas, por exemplo, vigas com 5,0 e 6,0 metros de vão livre entre apoios, os resultados mais econômicos apresentaram-se para aquelas produzidas com concretos de menores resistências (f_{ck}). Isto deve-se ao fato de que os esforços atuantes ocasionados pelo aumento do vão não foram fatores determinantes para aquisição de concreto com maiores resistências, tornando-se uma compra mais onerosa por apresentar maiores preços unitários.

No entanto, a partir do aumento gradativo do vão mantendo-se as demais variáveis inalteradas, notou-se que nem sempre concretos de menores resistências acarretarão em resultados mais econômicos frente aos custos de produção. Quando analisadas vigas com maiores vãos livres, em especial, vigas com vão de 11 metros, notou-se que os concretos de baixas resistências perdem eficiência econômica se comparado a concretos de maiores resistências.

De acordo com o gráfico da Figura 48, para a confecção de uma viga com vão livre de 11,0 metros sob mesmas condições, ou seja, alterando-se apenas a resistência característica à compressão mantendo-se os demais parâmetros inalterados, a viga produzida com concreto de resistência igual a 55 MPa se apresentou mais econômica se comparado as vigas compostas por concretos de resistências menores ($f_{ck} = 25 MPa$ e $f_{ck} = 35 MPa$). Esta economia deve-se ao fato de que os concretos de baixas resistências se encontram na sua máxima capacidade portante, acarretando assim em maiores consumos de aço passivo (superior e inferior) a fim de manter a segurança e ductilidade da seção transversal contra ruína. Portanto, a escolha do concreto de resistência 55 MPa para produção da presente viga apresentou vantagens referente a maiores economias, melhores controles frente as perdas de protensão e menores deslocamentos em serviços.

Enfim, nota-se que a tendência de comportamento frente aos custos não apresenta uma lógica no aspecto econômico, devendo, portanto, analisar-se cada elemento individualmente a fim de se obter o melhor resultado mediante a alteração da resistência à compressão do concreto.

Vale ressaltar que junto as análises dos custos de produção, a escolha do concreto deve ser baseada não só na eficiência frente a perdas de protensão e deslocamentos finais, mas também na segurança, controle da qualidade e prazos estabelecidos para a obra.

7. CONCLUSÕES

A partir do contexto e da motivação apresentada no Capítulo 1, evidenciou-se a importância dos programas computacionais no âmbito da engenharia estrutural, em sua grande maioria, propõe maneiras de automatizar e viabilizar dimensionamentos em modelos de alto nível. No entanto, programas computacionais comerciais nacionais voltados a prática do concreto protendido, atualmente, ainda são poucos explorados. Deste modo, elaborou-se neste trabalho uma ferramenta para fins profissionais junto à comunidade em geral, um *software* denominado “*PRÉ-CALC*” para dimensionamento, verificação e detalhamento de armaduras para vigas protendidas em pistas. Torna-se, portanto, um programa computacional de recursos valiosos.

O aplicativo ganha destaque quando confrontado com a atual metodologia utilizada em escritórios de projetos estruturais durante etapas de dimensionamento e detalhamento destes elementos, sendo, muitas vezes, mediante aos cálculos manuais ou através de auxílios de planilhas eletrônicas. Com o uso *PRÉ-CALC*, torna-se possível obter resultados rápidos e precisos se confrontado com cálculos efetuados manualmente, uma vez que, inviabiliza-se tal procedimento decorrentes das diversas etapas iterativas que o dimensionamento de elementos protendidos demandam.

De posse do *software PRÉ-CALC*, é possível que profissionais extraiam particularidades que se observam no desenvolvimento de um projeto estrutural, como por exemplo, modificação da força de protensão devido as quedas imediatas e progressivas, variação das flechas em função do vão e carregamento, obtenção das taxas geométricas de armaduras protendidas, determinação da linha neutra em função dos esforços últimos contra colapso e dimensionamento de armaduras transversais mediante a dois modelos de cálculos propostos em norma nacional. Além disso é possível verificar as tensões atuantes no concreto em quatro principais níveis da seção transversal.

Por fim, o programa desenvolvido neste trabalho baseou-se em prescrições normativas nacionais e internacionais vigentes, em especial NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto, além de uma completa revisão bibliográfica de diversos autores frente aos mais variados equacionamentos para concepção do algoritmo computacional.

Conforme exposto anteriormente, a análise paramétrica das perdas de protensão evidenciou que valores comumente utilizados na prática de projetos e proposto por Pfeil (1984), estão de acordo com os resultados encontrados de maneira precisa obtida através do programa. No entanto, quando inicialmente se demandam elevadas taxas geométricas

de protensão (ρ_p), cuidados especiais deverão ser tomados, uma vez que, de acordo com a resistência à compressão do concreto utilizado, estas perdas poderão ser subestimadas frente ao chute inicial frequentemente utilizado.

Em contrapartida, quando dispor de baixas taxas geométricas para a seção transversal, a revisão da estimativa inicial das perdas de protensão deverão ser reavaliadas para não se estimar de forma excessiva o efeito decorrente das perdas de protensão.

Com base no gráfico da Figura 43 e nas taxas geométricas de protensão usualmente na prática de projetos ($3,00\% \leq \rho_p \leq 6,00\%$), permite-se dizer que valores médios das perdas de protensão calculados de maneira exata apresentam-se em torno de 25 % para concretos com até 50 MPa de resistência característica à compressão, e 20 % para concretos com resistências superiores a 50 MPa. Deste modo, adotar um valor de 30 % para perdas de protensão corresponderia a casos extremos invariavelmente do concreto está sendo utilizado.

Limitou-se a buscar em uma segunda análise paramétrica, tendências de comportamento frente a deslocamentos verticais quando alterado apenas as resistências do concreto que compõe o elemento simplesmente apoiados.

De uma maneira geral, verificou-se que concretos de baixas resistências se apresentaram menos efetivos no controle das flechas finais se comparados a concretos de resistências características à compressão superiores. Tais reduções das flechas, deve-se principalmente ao aumento gradual da rigidez do elemento propiciado pela modificação do módulo de elasticidade do concreto, uma vez que se manteve inalterada as demais variáveis do elemento, como por exemplo, características do aço, condições dos carregamentos atuantes, coeficientes de retração e fluência, tipo de cimento e brita utilizada, entre outros.

Sendo assim, permite-se dizer que a escolha de concreto de maiores resistências não são fatores principais no controle de flechas para vigas de pequenas solicitações. Apesar de apresentar melhores resultados no comportamento dos deslocamentos (reduções a cerca de 30 %), alterar a resistência do concreto não se apresenta como uma boa opção em face ao impacto nos custos que uma modificação traria para a estrutura. Diante disto, recomenda-se que o profissional investigue as demais variáveis a fim de se obter melhores resultados frente aos deslocamentos sem que haja quaisquer alterações arquitetônicas.

Em via de regra, concretos com maiores resistências apresentaram resultados mais satisfatórios sob aspectos de perdas de protensão e deslocamentos. No entanto, seus maiores preços unitários podem inviabilizar os custos para produção de vigas com pequenas taxas geométricas de protensão. Em terceira e última análise paramétrica, examinou-se as tendências do comportamento frente aos custos para aquisição de materiais. Conforme demonstrado no gráfico da Figura 48, concreto de resistências menores nem sempre darão resultados mais econômicos. Quando se elevam as taxas geométricas das vigas protendidas, isto é, submetendo o elemento a maiores esforços internos solicitantes, o concreto de menor custo perde eficiência durante o cálculo do equilíbrio da seção transversal, acarretando, conseqüentemente, em maiores consumos de aço passivos inferiores e eventuais armaduras superiores com o propósito de manter a ductilidade da seção transversal. Este aumento significativo no consumo de aço passivo, faz com que os valores finais para a produção dos elementos protendidos sejam inviabilizados, uma vez que o aço se apresenta como o material mais oneroso se comparado aos custos unitários do concreto.

As diferenças encontradas nas vigas analisadas evidenciam a importância na escolha do concreto quando se buscam melhores condições para controles das perdas de protensão, limitações de flechas e custos para produção do elemento estrutural.

Por fim, assim como todos programas de cálculo, a ferramenta aqui desenvolvida demandará inúmeras alterações e revisões ao longo do tempo. Trata-se de *updates* que visam a melhoria do programa frente a segurança e suas diferentes aplicações.

Como sugestões futuras, propõe-se a inserção de prescrições normativas internacionais, em especial, *Model Code* referência bibliográfica utilizada em conjunto com a NBR6118:2014 no presente trabalho.

Além disso, aconselha-se inserir novas seções transversais, como por exemplo, seção tipo “U”, muito utilizada na confecção de vigas calhas. Busca-se também a manipulação das armaduras protendidas superiores e inferiores de forma independente. É recomendável extrair o detalhamento das armaduras passivas na seção transversal.

Recomenda-se também a análise de diferentes seções transversais ao longo do comprimento da peça, apresentando conseqüentemente, suas tensões, deformações e deslocamentos.

8. ANEXOS

Abaixo, resumo das 63 vigas dimensionadas pelo programa criado neste trabalho. Vigas com diferentes vãos e resistências características do concreto, e seus preços estimados em Reais por metro cúbico de concreto ($R\$/m^3$).

Tabela 17 – Tabela de vigas ensaiadas para diferentes taxas de armaduras e resistências do concreto

Vigas utilizando $f_{ck} = 25 MPa$								
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	
Perdas (%)	16,24	18,55	20,60	22,54	26,81	30,63	34,11	
ρ (‰)	1,67	2,49	3,30	4,10	5,69	7,24	8,77	
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	9,00	14,03	19,58	
As (cm ²)	1,28	2,06	3,93	5,43	4,86	5,11	6,24	
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	
Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	46,20	59,40	72,61	
Tx. Pass.(kg/m ³)	21,99	33,10	52,42	70,39	90,68	125,19	168,90	
Flecha (cm)	0,07	0,15	0,29	0,51	0,89	1,47	2,34	
Vigas utilizando $f_{ck} = 35 MPa$								
	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
Perdas (%)	15,45	17,40	19,10	20,70	22,25	25,79	29,03	33,66
ρ (‰)	1,67	2,49	3,31	4,12	4,93	6,52	8,09	10,40
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	6,74	9,06	14,61	20,70
As (cm ²)	1,08	1,55	3,01	5,77	8,06	8,07	8,87	7,93
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	414,00
Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	1,44
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	39,60	52,80	66,01	85,81
Tx. Pass.(kg/m ³)	20,67	29,76	46,38	72,61	96,82	112,06	153,60	187,29
Flecha (cm)	0,06	0,12	0,23	0,41	0,66	1,08	1,69	2,66
Vigas utilizando $f_{ck} = 45 MPa$								
	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
Perdas (%)	14,93	16,64	18,10	19,48	20,81	23,97	26,88	29,59
ρ (‰)	1,67	2,50	3,32	4,14	4,95	6,56	8,14	9,71
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	6,74	8,33	10,07	15,73
As (cm ²)	0,97	1,31	2,48	4,68	8,20	8,51	9,16	10,61
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	414,00
Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	1,44
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	39,60	52,80	66,01	79,21
Tx. Pass.(kg/m ³)	19,95	28,19	42,91	65,48	97,73	110,16	125,80	172,31
Flecha (cm)	0,05	0,10	0,20	0,34	0,55	0,89	1,38	2,06

Vigas utilizando $f_{ck} = 55 \text{ MPa}$								
	V24	V25	V26	V27	V28	V29	V30	V31
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
Perdas (%)	14,47	15,95	17,20	18,37	19,50	22,31	24,90	27,35
ρ (‰)	1,67	2,50	3,33	4,15	4,96	6,58	8,18	9,76
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	6,74	8,33	10,61	16,69
As (cm ²)	0,92	1,19	2,24	4,21	7,28	7,12	7,70	9,05
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	414,00
Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	1,44
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	39,60	52,80	66,01	79,21
Tx. Pass.(kg/m ³)	19,63	27,41	41,34	62,41	91,71	101,07	119,78	168,38
Flecha (cm)	0,06	0,12	0,22	0,39	0,62	0,97	1,47	2,14
Vigas utilizando $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$								
	V32	V33	V34	V35	V36	V37	V38	V39
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
Perdas (%)	14,37	15,81	17,02	18,14	19,24	21,97	22,97	25,45
ρ (‰)	1,67	2,50	3,33	4,15	4,96	6,58	7,39	8,98
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	6,74	8,33	10,07	15,71
As (cm ²)	0,90	1,15	2,18	4,08	7,06	7,16	10,46	11,72
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	414,00
Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	1,44
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	39,60	52,80	59,40	72,61
Tx. Pass.(kg/m ³)	19,49	27,15	40,95	61,56	90,28	101,33	134,30	179,44
Flecha (cm)	0,06	0,11	0,21	0,37	0,59	0,93	1,37	2,00
Vigas utilizando $f_{ck} = 70 \text{ MPa}$								
	V40	V41	V42	V43	V44	V45	V46	V47
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
Perdas (%)	14,21	15,56	16,69	17,73	18,75	21,34	22,27	24,62
ρ (‰)	1,67	2,50	3,33	4,15	4,97	6,60	7,40	9,00
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	6,74	8,33	10,07	14,15
As (cm ²)	0,88	1,11	2,08	3,91	6,75	7,21	10,48	11,68
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	414,00
Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	1,44
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	39,60	52,80	59,40	72,61
Tx. Pass.(kg/m ³)	19,36	26,89	40,30	60,45	88,25	101,66	134,43	168,97
Flecha (cm)	0,05	0,11	0,20	0,34	0,55	0,85	1,26	1,83
Vigas utilizando $f_{ck} = 80 \text{ MPa}$								
	V48	V49	V50	V51	V52	V53	V54	V55
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
Perdas (%)	14,06	15,35	16,40	17,38	18,33	20,79	21,67	23,90
ρ (‰)	1,67	2,51	3,33	4,16	4,98	6,61	7,42	9,02
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	6,74	8,33	10,07	13,11
As (cm ²)	0,87	1,08	2,03	3,80	6,56	7,23	10,47	11,61
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	414,00

Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	1,44
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	39,60	52,80	59,40	72,61
Tx. Pass.(kg/m ³)	19,30	26,69	39,97	59,73	87,00	101,79	134,37	161,71
Flecha (cm)	0,05	0,10	0,18	0,32	0,51	0,79	1,17	1,69
Vigas utilizando $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$								
	V56	V57	V58	V59	V60	V61	V62	V63
L (m)	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
Perdas (%)	13,99	15,24	16,26	17,20	18,12	20,52	21,35	23,53
ρ (‰)	1,67	2,51	3,33	4,16	4,98	6,61	7,42	9,03
As' (cm ²)	2,08	3,00	4,08	5,33	6,74	8,33	10,07	12,55
As (cm ²)	0,86	1,07	2,00	3,75	6,47	7,24	10,47	11,59
Mk (kN.m)	71,88	103,50	140,88	184,00	232,88	287,50	347,88	414,00
Vol. Conc. (m ³)	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08	1,20	1,32	1,44
Tx. Prot. (kg/m ³)	13,20	19,80	26,40	33,00	39,60	52,80	59,40	72,61
Tx. Pass.(kg/m ³)	19,23	26,62	39,77	59,40	86,42	101,85	134,37	157,92
Flecha (cm)	0,05	0,09	0,18	0,30	0,49	0,76	1,12	1,63

Fonte: Do autor (2020)

Tabela 18 – Tabela contemplando custos unitários para produção de vigas com diferentes taxas geométricas de protensão e f_{ck} .

Vigas utilizando $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$								
	25 MPa R\$/m ³ = 278,76			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	
ρ (‰)	1,67	2,49	3,30	4,10	5,69	7,24	8,77	
R\$/m ³ (concreto)	278,8	278,8	278,8	278,8	278,8	278,8	278,8	
R\$/m ³ (protensão)	65,3	98,0	130,7	163,4	228,7	294,1	359,4	
R\$/m ³ (passivo)	95,4	143,6	227,5	305,5	393,6	543,3	733,0	
R\$/m ³ (Total)	439,5	520,4	637,0	747,6	901,0	1116,2	1371,2	
Vigas utilizando $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$								
	35 MPa R\$/m ³ = 298,47			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	
ρ (‰)	1,67	2,49	3,31	4,12	4,93	6,52	8,09	10,40
R\$/m ³ (concreto)	298,5	298,5	298,5	298,5	298,5	298,5	298,5	298,5
R\$/m ³ (protensão)	65,3	98,0	130,7	163,4	196,0	261,4	326,7	424,7
R\$/m ³ (passivo)	89,7	129,2	201,3	315,1	420,2	486,3	666,6	812,8
R\$/m ³ (Total)	453,5	525,7	630,5	777,0	914,7	1046,2	1291,8	1536,0

Vigas utilizando $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$								
	45 MPa R\$/m ³ = 348,21			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23
ρ (‰)	1,67	2,50	3,32	4,14	4,95	6,56	8,14	9,71
R\$/m ³ (concreto)	348,2	348,2	348,2	348,2	348,2	348,2	348,2	348,2
R\$/m ³ (protensão)	65,3	98,0	130,7	163,4	196,0	261,4	326,7	392,1
R\$/m ³ (passivo)	86,6	122,4	186,2	284,2	424,2	478,1	546,0	747,8
R\$/m ³ (Total)	500,1	568,6	665,1	795,8	968,4	1087,7	1220,9	1488,1
Vigas utilizando $f_{ck} = 55 \text{ MPa}$								
	55 MPa R\$/m ³ = 439,25			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V24	V25	V26	V27	V28	V29	V30	V31
ρ (‰)	1,67	2,50	3,33	4,15	4,96	6,58	8,18	9,76
R\$/m ³ (concreto)	439,3	439,3	439,3	439,3	439,3	439,3	439,3	439,3
R\$/m ³ (protensão)	65,3	98,0	130,7	163,4	196,0	261,4	326,7	392,1
R\$/m ³ (passivo)	85,2	119,0	179,4	270,8	398,0	438,6	519,8	730,8
R\$/m ³ (Total)	589,8	656,2	749,4	873,5	1033,3	1139,3	1285,8	1562,1
Vigas utilizando $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$								
	60 MPa R\$/m ³ = 530,30			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V32	V33	V34	V35	V36	V37	V38	V39
ρ (‰)	1,67	2,50	3,33	4,15	4,96	6,58	7,39	8,98
R\$/m ³ (concreto)	530,3	530,3	530,3	530,3	530,3	530,3	530,3	530,3
R\$/m ³ (protensão)	65,3	98,0	130,7	163,4	196,0	261,4	294,1	359,4
R\$/m ³ (passivo)	84,6	117,8	177,7	267,2	391,8	439,8	582,9	778,8
R\$/m ³ (Total)	680,3	746,1	838,7	960,8	1118,1	1231,5	1407,2	1668,5
Vigas utilizando $f_{ck} = 70 \text{ MPa}$								
	70 MPa R\$/m ³ = 631,20			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V40	V41	V42	V43	V44	V45	V46	V47
ρ (‰)	1,67	2,50	3,33	4,15	4,97	6,60	7,40	9,00
R\$/m ³ (concreto)	631,2	631,2	631,2	631,2	631,2	631,2	631,2	631,2
R\$/m ³ (protensão)	65,3	98,0	130,7	163,4	196,0	261,4	294,1	359,4

R\$/m ³ (passivo)	84,0	116,7	174,9	262,3	383,0	441,2	583,4	733,3
R\$/m ³ (Total)	780,6	845,9	936,8	1056,9	1210,2	1333,8	1508,7	1723,9
Vigas utilizando $f_{ck} = 80 \text{ MPa}$								
	80 MPa R\$/m ³ = 732,10			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V48	V49	V50	V51	V52	V53	V54	V55
ρ (‰)	1,67	2,51	3,33	4,16	4,98	6,61	7,42	9,02
R\$/m ³ (concreto)	732,1	732,1	732,1	732,1	732,1	732,1	732,1	732,1
R\$/m ³ (protensão)	65,3	98,0	130,7	163,4	196,0	261,4	294,1	359,4
R\$/m ³ (passivo)	83,8	115,8	173,5	259,2	377,6	441,8	583,1	701,8
R\$/m ³ (Total)	881,2	946,0	1036,3	1154,7	1305,7	1435,2	1609,3	1793,3
Vigas utilizando $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$								
	90 MPa R\$/m ³ = 810,23			CA-50 R\$/kg = 4,34		CP-190RB R\$/kg = 4,95		
	V56	V57	V58	V59	V60	V61	V62	V63
ρ (‰)	1,67	2,51	3,33	4,16	4,98	6,61	7,42	9,03
R\$/m ³ (concreto)	810,2	810,2	810,2	810,2	810,2	810,2	810,2	810,2
R\$/m ³ (protensão)	91,0	136,4	181,9	227,4	272,9	363,8	409,3	500,3
R\$/m ³ (passivo)	83,5	115,6	172,6	257,8	375,0	442,0	583,1	685,4
R\$/m ³ (Total)	984,7	1062,2	1164,8	1295,4	1458,1	1616,1	1802,7	1995,8

Fonte: Do autor (2020)

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014**. *Projeto de estruturas de concreto – procedimento*. Rio de Janeiro, ABNT, 2014, 238p.

_____. **NBR 7482:2008**. *Fio de aço para estruturas de concreto protendido – Especificações*. Rio de Janeiro, ABNT, 2008, 12p.

_____. **NBR 7483:2008**. *Cordoalhas de aço para concreto protendido – Requisitos*. Rio de Janeiro, ABNT, 2008, 12p.

BUCHAIM, R. *Concreto Protendido – Tração axial, flexão simples e Força cortante*, Editora EDUEL, 2007, 221p.

_____. *Concreto protendido na pré-tração e pré-moldados – Teoria*, Notas de aula 2014, UEL – CTU Departamento de Estruturas, Londrina, Pr., 43p.

_____. *Dimensionamento no ELU de viga pré-moldada e protendida em pré-tração*, Notas de aula 2015, UEL – CTU Departamento de Estruturas, Londrina, Pr., 16p.

_____. *Concreto Estrutural – Fundamentos e Projeto*, Editora EDUEL, 2016, 249p.

_____. *Características geométricas da seção transversal: CARGEOST.BAS*, Programa QBasic, 2009.

_____. *Calha pré-moldada e protendida pré-tração com 2 camadas de armadura: CALHA.BAS*, Programa QBasic, 2010.

CARVALHO, R.C. *Estruturas em concreto protendido – pré-tração, pós-tração, cálculo e detalhamento*. São Paulo, Editora Pini, 2012, 431p.

CHOLFE L.; BONILHA L. *Concreto protendido – Teoria e prática*, São Paulo, Editora Pini, 2014, 337p.

COLLINS, M.P; MITCHELL, D. *Prestressed Concrete Structures*, Response Publications, Canada, 1997, 393 p.

COUTO FILHO, J.; BELLA, J.C.D. *Aspectos Característicos do Dimensionamento de Vigas Pré-fabricadas, submetidas a pré-tração*. 1º Encontro Nacional de Pesquisa-produção em Concreto Pré-Moldado, 2015, 8p.

FÉDÉRATION INTERNACIONALE DU BÉTON. *Structural Concrete – Textbook on Behavior, Design and Performance Vol. 2, MODEL CODE 90*. CEB/FIP, 1999, 320 p.

_____. *Structural Concrete – Textbook on Behavior, Design and Performance Vol. 1, MODEL CODE 2010*. CEB/FIP, 2010, 357 p.

_____. *Structural Concrete – Textbook on Behavior, Design and Performance Vol. 2, MODEL CODE 2010*. CEB/FIP, 2010, 312 p.

FIGUEREDO FILHO, J.R.; SHIRAMIZU, A.K.H. *Design, manufacture and Construction of buildings with precast lattice-reinforced concrete slabs*. Ibracon Structure and Materials Journal, Vol. 4, 2011, 12p.

GUO, T.; CHEN, Z. *Monitoring and analysis of long-term prestress losses in post-tensioned concrete beam*. Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structure, School of Civil Engineering, Southeast University, China, 10p.

HANAI, J.B. *Fundamentos do concreto protendido*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, E-Book, 2005.

LEONHARDT, F. *Construções de concreto – concreto protendido*, Vol. 5. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 1983.

MADHURYA, B.U.; CHANDRAKANTH, B. *Impact of mobile computing in Civil Engineering*, International Journal of Computer Applications, University of Alabama, Huntsville, 2015, 3p.

PFEIL, W. *Concreto Protendido*. Vol. 2. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984.

PROCEEDINGS OF THE INSTITUTION OF CIVIL ENGINEERS. *The importance of understanding computer analyses in civil engineering*, Institution of Civil Engineers Publishing, 2013, pages 137-143.

ROGOWSKY, D. M.; MARTI, P. *Detailing for post-tensioning*. VSL Report Series 3, Bern, Switzerland, 1996.

SCHLUNE, H.; GYLLTOFT, K. *Safety formats for nonlinear analysis tested on concrete beams subjected to shear forces and bending moments*. Department of Civil and Environmental Engineering, Chalmers University of Technology, Sweden, 7p.

SINAPI – Índice da Construção Civil. Disponível em: <<http://goo.gl/ttgltv>>.

TAI, H.W.; CHEN, J.H. *Process reengineering and improvement for building precast production*. Institute of Construction Engineering and Management, National Central University, Taiwan, 2016, 10 p.

VASCONCELOS, A. C. *Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido, em obediência às normas atualizadas*. Belo Horizonte: Livros Técnicos e Científicos, 1980.

VERÍSSIMO, G.S.; CÉSAR JR., K.M.L. *Concreto protendido – fundamentos básicos*. Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, 1998.