

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - Mestrado

DANIEL WILLIAM COSTA DE AVELAR

**EFICIÊNCIA DE FIBRAS DE AÇO NO REFORÇO AO
CISALHAMENTO DE VIGAS CHATAS**

MARINGÁ

2022

DANIEL WILLIAM COSTA DE AVELAR

**EFICIÊNCIA DE FIBRAS DE AÇO NO REFORÇO AO
CISALHAMENTO DE VIGAS CHATAS**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir José Ferrari

MARINGÁ

2022

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

A949e

Avelar, Daniel William Costa de

Eficiência de fibras de aço no reforço ao cisalhamento de vigas chatas / Daniel William Costa de Avelar. -- Maringá, PR, 2022.

83 f.: il. color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir José Ferrari.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2022.

1. Estruturas. 2. Cisalhamento de vigas. 3. Esforço cortante. 4. Concreto armado - Vigas. 5. Construção. I. Ferrari, Vladimir José, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 23.ed. 624.1892

DANIEL WILLIAM COSTA DE AVELAR

**EFICIÊNCIA DE FIBRAS DE AÇO NO REFORÇO AO CISALHAMENTO
DE VIGAS-CHATAS**

Dissertação de Mestrado apresentada no dia 18/02/2022, julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final, como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Vladimir José Ferrari
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá
Orientador



Prof. Dr. Paulo Roberto Lopes Lima
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFBA
Universidade Estadual de Feira de Santana



Prof. Dr. Leandro Vanalli
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá

Dedico esse trabalho aos meus pais, Tania e William, que jamais mediram esforços para me ajudar em minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todos os dons e bênçãos que me foram concedidos.

Agradeço ao meu professor e orientador Vladimir José Ferrari por todo o suporte dado, dedicando seu tempo e conhecimento para tornar possível a realização desse trabalho.

Agradeço meus pais por terem acreditado em mim e nos meus sonhos.

Ao amigo Vinicius Brother, pela ajuda na execução do programa experimental.

Ao professor José Wilson Assunção, que sempre se pôs à disposição para me ajudar e que contribuiu muito com a execução dos procedimentos experimentais.

A todos os professores do programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá que contribuíram para a minha formação.

Às empresas que tornaram possível a execução desse trabalho. À Paranafer - Maringá pela doação das barras de aço. À Mineração Mandaguari pela doação da brita.

À Universidade Estadual de Maringá (UEM) por fornecer a estrutura física através dos equipamentos do laboratório. E à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil por sempre estar solícita a qualquer pedido.

Aos meus amigos Diego, Felipe, Bruno e Lucas por todo o apoio e companheirismo.

Por fim, todas as pessoas que colaboraram diretamente ou indiretamente para realização desse trabalho o meu muito obrigado!

RESUMO

A ruptura brusca ao cisalhamento de vigas deve sempre ser evitada, devendo-se garantir uma ductilidade mínima, com a ruína acompanhada de deformação e aviso, fornecendo tempo suficiente para a desocupação da edificação. O mesmo conceito se aplica a vigas chatas de concreto armado, caracterizadas por ter uma largura maior que sua altura. Devido ao menor momento de inércia, essas vigas normalmente são mais críticas ao momento fletor que ao esforço cortante para forças distribuídas, ainda sim, de acordo com a norma brasileira, a armadura transversal não pode ser dispensada. Outra forma, já difundida, de se reforçar elementos de concreto ao cisalhamento é através da adição de fibras de aço distribuídas aleatoriamente na matriz de concreto. Sendo que poucos trabalhos abordam o comportamento ao cisalhamento de vigas chatas de concreto reforçado com fibras de aço de forma específica, na presente pesquisa foram estudadas 10 vigas chatas com e sem fibras de aço submetidas à flexão em quatro pontos com o objetivo de avaliar seu comportamento ao cisalhamento. Todas com um vão de 650 mm, altura de 100 mm e largura de 150 mm, foram estudados um grupo de vigas chatas sem reforço ao cisalhamento, três grupos com fibras de aço (25, 35 e 45 kg/m³) e um com quantidade mínima de armadura composta por estribos. As fibras de aço não alteraram significativamente a resistência à compressão, à tração e o módulo de elasticidade da matriz de concreto, atuando principalmente no sentido de fornecer uma resistência residual à tração para o concreto. As vigas chatas não mostraram a típica ruptura frágil ao cisalhamento, mesmo sem qualquer reforço de cisalhamento. Além disso, as fibras de aço, mesmo em pequenas quantidades, conseguiram modificar a resistência ao cisalhamento das vigas chatas, retardando o desenvolvimento das fissuras.

Palavras-chave: Estruturas. Construção. Cortante.

ABSTRACT

Sudden shear failure of beams must always be avoided, and minimum ductility must be guaranteed, with failure accompanied by deformation and warning. The same concept applies to reinforced concrete wide-shallow beams, characterized by having a width greater than their height. Due to the lower moment of inertia, these beams are usually more critical to the bending moment than to the shear force for distributed forces, even so, according to the Brazilian standard, the transverse reinforcement cannot be dispensed. Another way, already widespread, of reinforcing concrete elements to shear is through the addition of steel fibers randomly distributed in the concrete matrix. Since few studies address the shear behavior of steel fiber reinforced concrete wide-shallow beams in a specific way, in the present research 10 wide-shallow beams with and without steel fibers subjected to bending at four points were studied in order to evaluate their shear behavior. All with a span of 650 mm, height of 100 mm and width of 150 mm, a group of wide-shallow beams without shear reinforcement, three groups with steel fibers (25, 35 and 45 kg/m³) and one with minimum amount of reinforcement made up of stirrups. The steel fibers did not significantly alter the compressive and tensile strength and the elastic modulus of the concrete matrix, acting mainly in providing a residual tensile strength for the concrete. The wide-shallow beams did not show the typical shear brittle failure, even without any shear reinforcement. In addition, steel fibers, even in small amounts, were able to modify the shear strength of the wide-shallow beams, delaying the development of cracks.

Key-words: Structures. Construction. Shear.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Típica aplicação das vigas chatas	1
Figura 1.2 - Aplicação das vigas chatas em marquises.....	2
Figura 2.1 – Equações do MCFT.....	9
Figura 2.2 - Efeito de ponte das fibras de aço	13
Figura 2.3 - Comportamento tensão-deformação à tração típico do CRFA	14
Figura 2.4 – Modelo constitutivo à tração do CRFA.....	14
Figura 2.5 – Diagrama esquemático da seção de CRF em flexão; perfil de tensão e deformação	17
Figura 2.6 – Distribuição de tensão em vigas de CRFA - ELU.....	18
Figura 3.1 – Grupos de vigas analisados	31
Figura 3.2 – Viga chata com armadura posicionada no interior da forma (Grupo 5 – VE)	32
Figura 3.3 – Equipamento de ensaio e viga posicionada.....	33
Figura 3.4 – Esquema estático da viga e dispositivo Yoke	34
Figura 3.5 – Granulometria da areia	35
Figura 3.6 – Granulometria da brita	35
Figura 3.7 – Fibras de aço utilizadas	36
Figura 3.8 – Produção do concreto e adição das fibras de aço	37
Figura 3.9 – Conjunto de formas utilizados para cada grupo	37
Figura 3.10 – Ensaio para determinação do módulo de elasticidade.....	38
Figura 3.11 – Ciclo para determinação do módulo de elasticidade	39
Figura 3.12 – Ensaio de compressão diametral	40
Figura 3.13 – Esquema do ensaio à flexão do corpo de prova	40
Figura 3.14 – Ensaio à flexão do prisma	41
Figura 3.15 – Tenacidade à flexão.....	42
Figura 4.1 – Curvas médias força-deslocamento dos corpos de prova prismáticos	45
Figura 4.2 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-R)	47
Figura 4.3 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-25)	47
Figura 4.4 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-35)	48
Figura 4.5 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-45)	48
Figura 4.6 – Esquema estático das vigas chatas	49
Figura 4.7 – Vigas do grupo VC-R.....	49

Figura 4.8 – Fissura principal de cisalhamento do grupo VC-R	50
Figura 4.9 – Vigas do grupo VC-25	51
Figura 4.10 – Fissura principal de cisalhamento do grupo VC-25	52
Figura 4.11 – Vigas do grupo VC-35	53
Figura 4.12 – Fissura principal de cisalhamento do grupo VC-35	54
Figura 4.13 – Vigas do grupo VC-45	55
Figura 4.14 – Fissuração do grupo VC-45.....	56
Figura 4.15 – Vigas do grupo VE.....	57
Figura 4.16 – Fissuração do grupo VE	58
Figura 4.17 – Curvas médias força-deslocamento das vigas com fibras.....	59
Figura 4.18 – Curvas médias força-deslocamento dos grupos de vigas	60
Figura 4.19 – Força de fissuração dos grupos	62
Figura 4.20 – Força de cisalhamento dos grupos	63
Figura 4.21 – Força de pico dos grupos.....	63
Figura 4.22 – Forças médias	64
Figura 4.23 – Ensaio à flexão - experimental vs analítico.....	66
Figura 4.24 – Progressão da resistência ao cisalhamento da viga chata.....	69
Figura 4.25 – Vigas chatas de Morsy e Elrakib (2018)	70
Figura 4.26 – Previsão para as vigas chatas de Morsy e Elrakib (2018).....	71
Figura 4.27 – Vigas chatas de Conforti, Minelli e Plizzari (2013).....	72
Figura 4.28 – Previsão para as vigas chatas de Conforti, Minelli e Plizzari (2013).....	72
Figura 4.29 – Viga chata hipotética	73
Figura 4.30 – Parâmetros Response-2000 (VC-R)	73
Figura 4.31 – Curva experimental x <i>Response-2000</i> (VC-R).....	74
Figura 4.32 – Regiões C e D dos grupos de vigas chatas	75
Figura 4.33 – Fissuração do elemento (VC-R).....	75
Figura 4.34 – Curva experimental x curvas analíticas (VE).....	77
Figura 4.35 – Fissuração do elemento (VE)	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Resistências mínimas.....	12
Tabela 2.2 - Fator de forma mínimo	12
Tabela 2.3 – Faixa de variação dos parâmetros no estudo.....	24
Tabela 2.4 - Máximos teores de fibra de aço recomendados para o CRF	28
Tabela 2.5 - Graduações granulométricas recomendadas dos agregados combinados para concreto reforçado com fibras de aço.....	29
Tabela 2.6 – Faixa de variação do traço para concreto de peso normal reforçado com macrofibras	29
Tabela 3.1 – Grupos de vigas	30
Tabela 3.2 – Materiais constituintes dos concretos	34
Tabela 4.1 – Valores de <i>slump</i> dos concretos.....	43
Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas dos concretos	44
Tabela 4.3 – Parâmetros de resistência do comportamento mecânico à flexão.....	46
Tabela 4.4 – Resistência à flexão conforme ASTM C1609 (2012) e EN 14651 (2007)	46
.....	46
Tabela 4.5 – Forças de fissuração, cisalhamento e de pico	61
Tabela 4.6 – Intervalo de capacidade resistente	64
Tabela 4.7 – Momento e força última para os prismas.....	65
Tabela 4.8 – Capacidade de carga ao cisalhamento e à flexão	68
Tabela 4.9 – Resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA.....	68
Tabela 4.10 – Previsão da resistência ao cisalhamento das vigas chatas de CRFA	70
Tabela 4.11 – Resistência ao cisalhamento do grupo VC-R	74
Tabela 4.12 – Força última à flexão da viga VE	76

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Classificação das fibras de aço	11
Quadro 2.2 – Classificação e geometria das fibras de aço	11

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	OBJETIVOS.....	4
1.1.1	Objetivo geral.....	4
1.1.2	Objetivos específicos	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SEM ESTRIBO.....	5
2.2	VIGAS CHATAS DE CONCRETO ARMADO	8
2.3	RESPONSE2000	9
2.4	CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO	10
2.4.1	Fibras de aço	11
2.4.2	Principais características	12
2.4.3	Resistência à tração	13
2.4.4	Resistência à flexão de uma seção de CRFA sem armadura	16
2.4.1	Resistência à flexão de uma seção de CRFA com armadura.....	17
2.4.2	Resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA sem armadura transversal	19
2.4.3	Vigas chatas de CRFA	24
2.4.4	Caracterização do CRFA	25
2.5	DOSAGEM DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO	26
3	PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	30
3.1	CARACTERISTICAS DAS VIGAS	30
3.2	SISTEMA DE ENSAIO E INSTRUMENTAÇÃO	33
3.3	MATERIAIS UTILIZADOS	34
3.4	PREPARO E MOLDAGEM DOS GRUPOS	36
3.5	CARACTERIZAÇÃO DO CONCRETO	38
4	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	43
4.1	CARACTERIZAÇÃO DOS CONCRETOS.....	43
4.1.1	Trabalhabilidade	43

4.1.2 Resistência à compressão axial, resistência à tração por compressão diametral e módulo de elasticidade	44
4.1.3 Resistência e tenacidade à flexão do CRFA	44
4.2 VIGAS.....	48
4.3 ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA DAS VIGAS	65
4.3.1 Estimativa da resistência residual à tração do CRFA	65
4.3.2 Modelos analíticos para descrição do comportamento das vigas chatas	67
5 CONCLUSÕES.....	78
REFERÊNCIAS	80

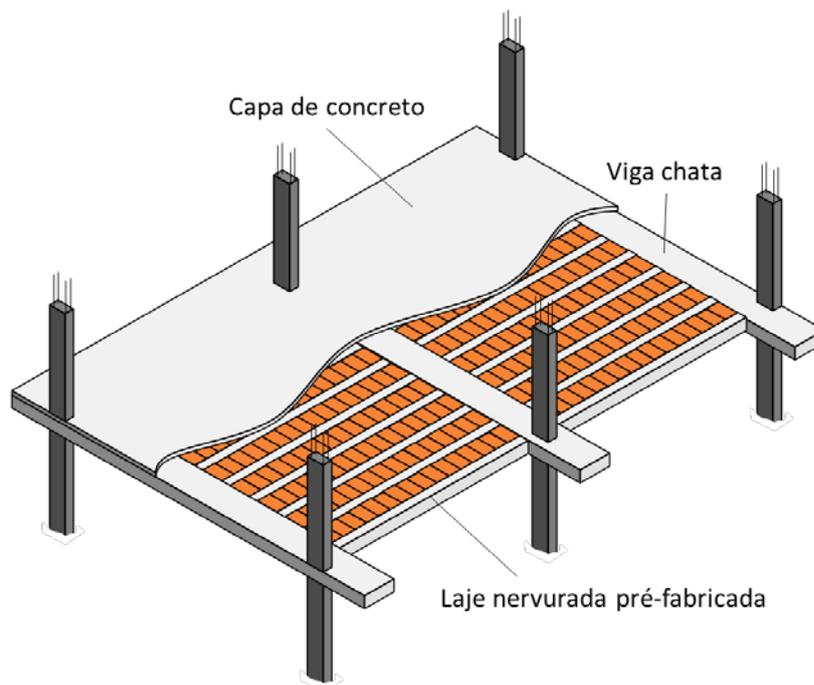
1 INTRODUÇÃO

Deve-se garantir uma ductilidade mínima em elementos sujeitos à flexão, de forma que sua falha seja associada com deformação e fissuração visível, proporcionando tempo para que as devidas medidas de segurança sejam tomadas. A falha ao cisalhamento de uma viga de concreto, que ocorre por meio da formação de uma fissura diagonal, é um exemplo de ruptura frágil que deve sempre ser evitada.

Para fornecer uma ductilidade mínima ao cisalhamento, deve-se prover à viga uma taxa mínima de armadura transversal, além de atender um espaçamento longitudinal e transversal máximo entre os ramos dos estribos, de forma a garantir que pelo menos um estribo intercepte a fissura diagonal de cisalhamento. Como essa fissura tem inclinação próxima a 45° , quanto menor a altura útil da viga, menor deverá ser o espaçamento longitudinal dos estribos.

Muitas vezes, devido às imposições arquitetônicas cada vez mais ousadas, as dimensões dos elementos estruturais ficam limitadas, como ilustrado na Figura 1.1. Em pavimentos onde há exigência de que todos os elementos tenham a mesma espessura, uma alternativa à solução estrutural em laje lisa, seria a utilização de vigas com a mesma altura da laje, e uma largura maior.

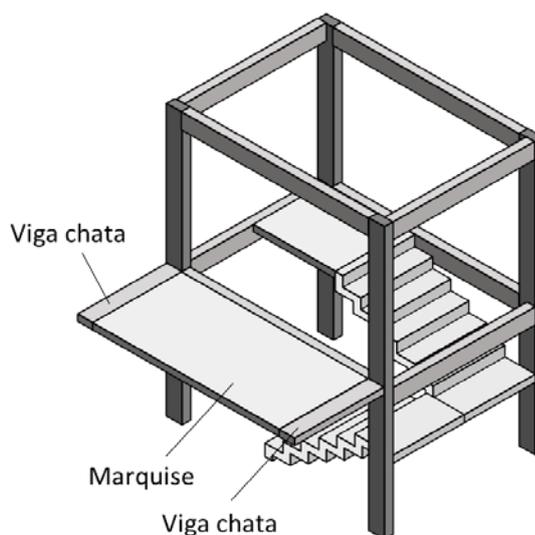
Figura 1.1 - Típica aplicação das vigas chatas



Fonte: adaptado de Conforti, Minelli e Plizzari (2013)

Situação similar pode acontecer em marquises nas quais não é possível criar continuidade com lajes adjacentes, conforme Figura 1.2. Como alternativa ao engastamento da marquise na viga, gerando nessa altos esforços de torção, pode-se criar regiões mais rígidas nas ligações com os pilares por meio de vigas, fazendo com que a marquise trabalhe biapoiada.

Figura 1.2 - Aplicação das vigas chatas em marquises



Fonte: do Autor

Essa tipologia de viga, em que sua largura é maior que sua altura, é usualmente denominada de viga chata (VC) ou viga larga (*wide-shallow beam*). Segundo Conforti, Minelli e Plizzari (2013) esses elementos são muito empregados em construções residenciais no Sul da Europa, Austrália, Oriente Médio, América Central e do Sul.

A norma brasileira de concreto, NBR 6118 (2014), não trata de vigas chatas de forma específica, sendo aplicado os mesmos critérios de dimensionamento e detalhamento de vigas usuais, devendo sempre ser atendido o critério de armadura mínima de cisalhamento.

Podendo inclusive, devido a maior largura, ser necessário utilizar estribos duplos (4 ramos) para atender ao espaçamento transversal máximo entre os ramos dos estribos. Dessa forma, vigas chatas podem necessitar de uma alta taxa de armadura transversal apenas para atender os critérios de espaçamento máximo dos estribos.

A norma norte americana, ACI 318-19, e a europeia, *Model Code* 2010, ao contrário, apresentam critérios para dispensa da armadura transversal em vigas de concreto armado com base no esforço cortante solicitante. Entretanto, caso estribos sejam necessários, os limites de espaçamento são similares aos da norma brasileira.

Outra forma de se reforçar elementos de concreto, além das tradicionais barras de aço, é por meio da adição de fibras de aço na mistura do concreto ainda fresco. Após o endurecimento, as fibras ficam distribuídas aleatoriamente na matriz de concreto, formando um compósito com novas propriedades.

O principal efeito das fibras na matriz de concreto é atuar como ponte de transmissão de esforços de tração entre as fissuras, provendo ao concreto uma resistência residual pós-pico à tração, consequentemente aumentando sua tenacidade à tração.

Essas fibras podem ser aplicadas em diversas situações, sejam elas estruturais ou não, tendo grande utilização em estruturas em contato com o solo, como pisos industriais e túneis.

Em vigas de concreto, as fibras tem a capacidade de aumentar sua tenacidade e ductilidade, além de fornecer um aumento da capacidade resistente ao cisalhamento do elemento, ao passo que retarda o desenvolvimento das fissuras.

Vários relatos sobre o concreto reforçado com fibras (CRF) têm comprovado a eficiência das fibras de aço como armadura de cisalhamento para melhorar a capacidade de carga e possibilitar a substituição parcial ou total dos estribos em vigas. Entretanto, a maioria dos trabalhos desenvolvidos sobre o comportamento ao cisalhamento em elementos de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) não estudam vigas chatas de forma específica.

Embora o comportamento de elementos clássicos de concreto armado seja bem conhecido, seu comportamento ao cisalhamento permanece uma área de intensa investigação. Nesse contexto, 10 vigas chatas de concreto armado foram avaliadas experimentalmente no sentido de investigar o comportamento ao cisalhamento na flexão. Além disso, a influência das fibras de aço sobre a propagação da fissuração e resistência ao cisalhamento foram avaliados. A pesquisa procurou também comparar a resposta das vigas de concreto com e sem estribos. Os resultados em termos de resistência, ductilidade, rigidez pós-fissuração e mecanismo de colapso são apresentados.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Avaliar o efeito do teor de fibras de aço no comportamento ao cisalhamento de vigas chatas de concreto armado sem estribos.

1.1.2 Objetivos específicos

- Verificar a influência da adição das fibras de aço no abatimento do tronco de cone do concreto;
- Avaliar a influência do teor de fibras de aço na resistência ao cisalhamento da viga chata;
- Constatar a forma de ruptura das vigas bem como o panorama de fissuração;
- Comparar a resistência ao cisalhamento experimental com modelos analíticos;
- Avaliar a efetividade de substituição total dos estribos por fibras de aço em vigas chatas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SEM ESTRIBO

O modelo de treliça, desenvolvido por Ritter e Morsch, tem sido adotado pelas principais normas do mundo como a base para o projeto à força cortante de vigas de concreto armado com estribos. Após a formação da fissura diagonal, imagina-se que a viga funcionará como uma treliça, com escoras de concreto trabalhando à compressão e estribos trabalhando à tração.

Em vigas de concreto armado sem estribos, a resistência ao cisalhamento após a formação da fissura diagonal é atribuída a mecanismos complementares à treliça, sendo eles o cisalhamento transmitido pela zona comprimida do concreto (V_c), a fricção ou intertravamento dos agregados (V_a) e o efeito de pino da armadura positiva longitudinal (V_d).

$$V_u = V_c + V_a + V_d \quad (2.1)$$

O comportamento ao cisalhamento de elementos de concreto sem estribos é complexo e permanece uma área de intensa investigação, com diversos equacionamentos na literatura sendo propostos para prever a resistência ao cisalhamento desses elementos. A seguir serão apresentados alguns desses modelos.

Reineck (1991) apresenta um equacionamento para o cálculo da força cortante última em elementos de concreto sem armadura transversal conforme Equação (2.2).

$$V_u = \frac{0,0984 f_c^{2/3} b d + V_d}{1 + \frac{43,73 f_c^{2/3} (a - d)}{E_s \rho}} \quad (2.2)$$

Em que,

V_u : Resistência última ao cisalhamento da viga sem armadura transversal [N];

f_c : resistência à compressão do concreto [N/mm² = MPa];

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.3)$$

A_s : área de armadura longitudinal [mm²];

b : largura da viga [mm];

d : altura útil da viga [mm];

a : vão de cisalhamento da viga [mm];

E_s : módulo de elasticidade da armadura longitudinal [N/mm² = MPa];

V_d : contribuição do efeito de pino [N];

Existe divergência de opiniões a respeito do efeito de pino da armadura longitudinal, principalmente pela natureza estocástica das observações experimentais e variação mais ampla das variáveis de controle, entretanto, a taxa de armadura longitudinal (ρ), o diâmetro da barra (\emptyset_l), a resistência à compressão do concreto (f_c) e o cobrimento (c) são os fatores que primariamente afetam a força de pino (PANDA E GANGOLU, 2017).

Reineck (1991) apresenta para o cálculo do efeito de pino a Equação (2.4), que corresponde àquela dada por Baumann (1970) e Vintzeleou e Tassios (1986).

$$V_d = 1,476 b_{ct} \emptyset_l f_c^{1/3} \quad (2.4)$$

Em que,

V_d : contribuição do efeito de pino [N];

b_{ct} : largura efetiva sobre a linha da armadura positiva [mm], dada por:

$$b_{ct} = b - \sum \emptyset_l \quad (2.5)$$

\emptyset_l : diâmetro da armadura longitudinal [mm];

f_c : resistência á compressão do concreto [N/mm² = MPa].

O modelo de Reineck (1991) é interessante pois apresenta o efeito de pino de forma isolada em seu equacionamento, enquanto a maioria do restante dos modelos agrupa os efeitos dos mecanismos complementares à treliça.

Bazant e Kim (1984) com base em comparações estatísticas com resultados experimentais de 296 vigas, propuseram a Equação (2.6) para o cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem estribos.

$$V_u = \frac{\rho^{1/3}}{\sqrt{1 + d/25d_a}} \left[0,83\sqrt{f_c'} + 206,84 \sqrt{\rho} \left(\frac{d}{a}\right)^{5/2} \right] b d \quad (2.6)$$

Em que,

V_u : resistência ao cisalhamento [N];

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.7)$$

A_s : área de armadura longitudinal [mm²];

d : altura útil da viga [mm];

d_a : diâmetro máximo do agregado graúdo [mm];

f'_c : resistência nominal á compressão do concreto [N/mm² = MPa];

a : vão de cisalhamento [mm];

b : largura da viga [mm].

A norma norte americana, ACI 318-19, apresenta um equacionamento para determinação do esforço cortante resistente que causa a fissuração inclinada. Para elementos não protendidos com armadura de cisalhamento menor que a mínima, $A_{v,min}$, o esforço cortante resistente nominal, V_c , é calculado pela Equação (2.8) no SI de unidades.

$$V_c = 0,6642 \lambda_s \lambda \rho^{1/3} \sqrt{f'_c} b_w d \leq 0,4151 \lambda \sqrt{f'_c} b d \quad (2.8)$$

Em que:

V_c : esforço cortante resistente nominal [N];

f'_c : resistência nominal à compressão do concreto [N/mm² = MPa];

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.9)$$

A_s : área de armadura longitudinal [mm²];

λ_s : efeito escala [1], dado por:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + d/254}} \leq 1 \quad (2.10)$$

d : altura útil da viga [mm];

b : largura da viga [mm];

No cálculo da taxa de armadura longitudinal, ρ , a área de aço a ser considerada, A_s , deve ser tomada como a soma das áreas de aço das barras longitudinais localizadas a uma distância do banzo comprimido maior que dois terços da altura total do elemento. O coeficiente λ leva em consideração a densidade do concreto, assumindo valor unitário para concretos de densidade normal (maior que 2160kg/m³).

2.2 VIGAS CHATAS DE CONCRETO ARMADO

Vigas chatas são caracterizadas por terem uma altura útil, em geral, menor que 35 cm e uma razão entre a largura e a altura útil maior que 2 (isto é, $b/d \geq 2$), com valores típicos de d variando de 25 a 30 cm e b/d de 3 a 4; não podendo ser tratadas como vigas usuais nem como lajes unidirecionais, se comportando como algo intermediário (CONFORTI; MINELLI; PLIZZARI, 2013).

As NBR's 6118 (2014) e 16935 (2021) não definem nem tratam especificamente desse tipo de elemento, determinando apenas um limite entre viga e laje com base na razão entre a largura e a altura útil do elemento ($b/d \leq 5$).

Já o ACI 318-19, quando trata de armadura mínima de cisalhamento, prevê condições mais favoráveis ao cisalhamento para vigas de concreto armado com altura menor que 25cm, as quais ele denomina de viga chata (*shallow beam*).

Dentre os equacionamentos existentes, há um consenso geral de que a resistência ao cisalhamento de vigas é diretamente proporcional à sua largura (CONFORTI; MINELLI; PLIZZARI, 2013). Como Edward *et al.* (2006), que em seu estudo com vigas estreitas, vigas chatas e lajes unidirecionais em escala real, conclui que a largura de um elemento não tem influência significativa na tensão de cisalhamento na ruptura, indicando que seria apropriado utilizar provisões de dimensionamento similares para verificar a capacidade resistente ao cisalhamento desses elementos.

Vigas chatas tem um comportamento peculiar ao cisalhamento, mesmo sem armadura transversal, não são muito críticas ao cisalhamento, exibindo uma resistência extra após a primeira fissura de cisalhamento (CONFORTI; MINELLI; PLIZZARI, 2013).

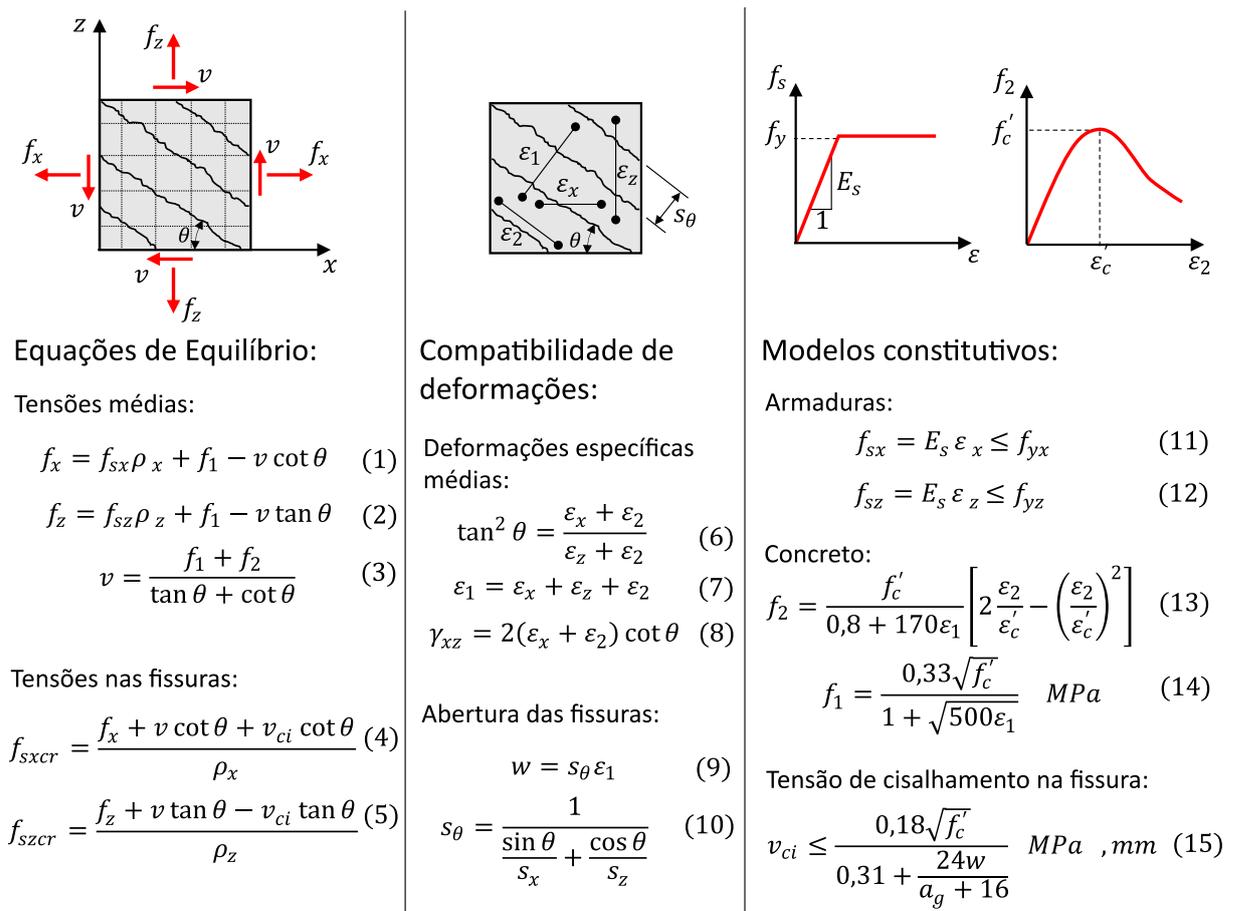
Como apontado pela Equação (2.4), os principais parâmetros que influenciam o efeito de pino são a largura da viga, o diâmetro da armadura longitudinal e a resistência à compressão do concreto, logo, essa parcela da resistência ao cisalhamento é potencialmente mais expressiva em vigas chatas, podendo ter grande influência nessa resistência extra após a fissuração diagonal.

2.3 RESPONSE2000

Nesse trabalho também foi utilizado o programa *Response2000* para estimar o comportamento das vigas chatas de concreto armado com e sem estribos. Desenvolvido na Universidade de Toronto por Evan Bentz em um projeto supervisionado pelo professor Michael P. Collins, o programa *Response-2000* é fundamentado no *Modified Compression Field Theory* (MCFT), sendo capaz, por meio de um processo analítico, calcular resistência e ductilidade de seções de concreto armado sujeitas a cisalhamento, momento fletor e força axial. O programa também inclui um método para integrar o comportamento seccional de segmentos simples de vigas prismáticas.

O MCFT é fundamentado em 15 equações analíticas, contemplando equilíbrio, compatibilidade de deformações e modelos constitutivos dos materiais, conforme Figura 2.1.

Figura 2.1 – Equações do MCFT



Fonte: adaptado de Bentz *et al.* (2006)

De acordo com Metwally (2012), o MCFT é um modelo de fissuração distribuída rotativo (*smearred, rotating crack model*), onde o concreto é tratado como um sólido ortotrópico contínuo com fissuras igualmente distribuídas.

2.4 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

A técnica de se reforçar materiais frágeis com outro material mais dúctil é muito antiga. No Egito antigo, palha foi utilizada como reforço em tijolos de barro, conhecido atualmente como tijolo adobe (ROSSI, 2018).

Na modernidade, diversos tipos de materiais, incluindo cerâmicos, cimentícios, plásticos e epóxis, incorporam fibras para melhorar suas propriedades. Essa união de uma matriz à fibras dá origem a um novo material, denominado compósito.

O primeiro compósito manufaturado amplamente utilizado é o Asbesto-cimento, ou fibrocimento (BENTUR; MINDESS, 1990), um composto de cimento com 10 a 15% de fibra de amianto. Desde então diversos tipos de fibras podem ser encontrados para utilização em compostos cimentícios.

A norma americana ASTM C1116/C1116M classifica o concreto reforçado com fibras (CRF) baseado no material da fibra, incluindo aço, vidro, sintético e natural, sendo uma subclassificação usualmente baseada nas dimensões e funcionalidade das fibras, podendo ser classificadas em macro ou microfibras, tendo o valor de 0,3mm como o diâmetro limite entre as classes.

O comportamento do CRF é regido fundamentalmente pela interação matriz-fibras. Dessa forma, pode-se destacar quatro principais fatores que afetam o comportamento do compósito: teor, geometria e resistência das fibras, e resistência da matriz.

As fibras de aço são as mais utilizadas em elementos estruturais de concreto, devido ao seu alto desempenho (ACI 544.1R-96, 2006).

2.4.1 Fibras de aço

No Brasil, a norma que trata da regulamentação das fibras de aço para concreto é a NBR 15530 (2019). Classificando as fibras em três tipos, em função de sua geometria, e três classes, em função do tipo de aço que lhe deu origem, conforme Quadro 2.1.

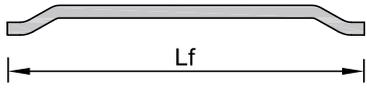
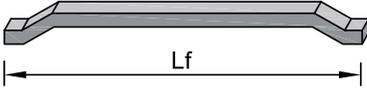
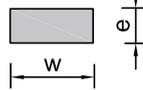
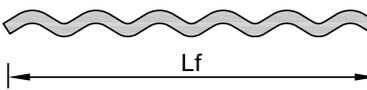
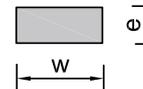
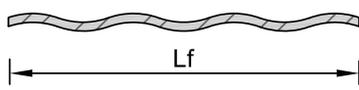
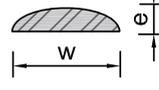
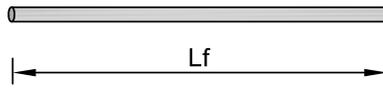
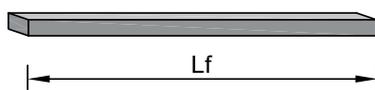
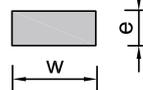
Quadro 2.1 - Classificação das fibras de aço

Tipo		Classe (origem)	
A	Ancoragem nas extremidades	I	Arame trefilado a frio
C	Corrugada	II	Chapa laminada cortada a frio
R	Reta	III	Arame trefilado e escarificado

Fonte: adaptado de NBR 15530:2007

A classificação das fibras de aço é exemplificada no Quadro 2.2.

Quadro 2.2 – Classificação e geometria das fibras de aço

Tipo	Classe	Geometria	
A	I		
	II		
B	I		
	II		
	III		
C	I		
	II		

Fonte: adaptado de Figueiredo (2000)

A NBR 15530 (2019) estabelece resistências mínimas para cada classe de fibra, conforme a Tabela 2.1. Sendo que esses valores de resistência são referentes ao aço, com diâmetro equivalente ao da fibra, imediatamente antes do corte.

Tabela 2.1 - Resistências mínimas

Fibra	AI	AII	CI	CII	CIII	RI	RII
Resistência à tração (MPa)	1000	500	800	500	800	1000	500

Fonte: adaptado de NBR 15530:2007

A norma também especifica um desempenho mínimo das fibras, limitando seu fator de forma (razão entre seu comprimento e seu diâmetro equivalente) de acordo com a Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Fator de forma mínimo

Classe da fibra	Fator de forma mínimo
I	40
II	30
III	30

Fonte: adaptado de NBR 15530:2007

2.4.2 Principais características

No concreto, a principal função das fibras de aço é aumentar sua tenacidade à tração (ACI 544.1R, 2009), ou seja, aumentar a energia total absorvida pelo material antes da separação total de um corpo de prova, provendo uma resistência residual à tração após a fissuração da matriz.

A definição de volume crítico é o volume de fibra necessário para manter a mesma capacidade portante para o compósito a partir da ruptura da matriz.

Para fibras de aço, o volume crítico fica na ordem de 1% em volume, que é equivalente a um consumo de aproximadamente 78,50kg/m³ de fibra, ou seja, a cada metro cúbico de concreto, estão distribuídos 78,50kg de fibras de aço.

Outras propriedades físicas, como resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto, são pouco alteradas pela inclusão das fibras de aço em teores usuais na ordem de 0,25 a 1,5%, ou seja, consumos de 20 a 120 kg/m³ (ACI 544.1R-96, 2009).

Dentre os principais usos do concreto reforçado com fibras de aço estão estruturas em contato com o solo, como pisos industriais, paredes de túneis e concreto projetado. Entretanto,

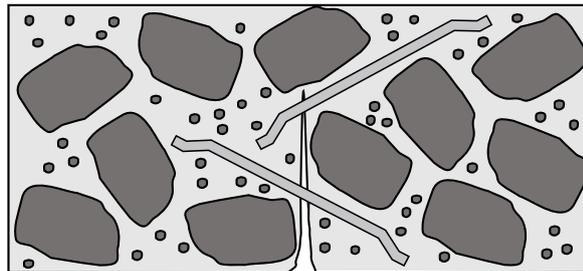
o interesse nesse material tem crescido, e diversas outras aplicações tem surgido, como por exemplo em elementos de casca, permitindo estruturas mais esbeltas.

2.4.3 Resistência à tração

Normalmente a resistência à tração do concreto é desprezada em verificações de Estado Limite Último (ELU) devido à sua fragilidade, baixa resistência e baixa capacidade de deformação à tração quando comparada à compressão. Em concretos de resistência normal, essa fraqueza é decorrente da região de interface entre os agregados e a pasta do concreto.

As fibras de aço, quando corretamente utilizadas, têm a capacidade de costurar essas regiões, atuando como ponte para transmissão dos esforços de tração e ajudando no controle da fissuração, conforme Figura 2.2.

Figura 2.2 - Efeito de ponte das fibras de aço



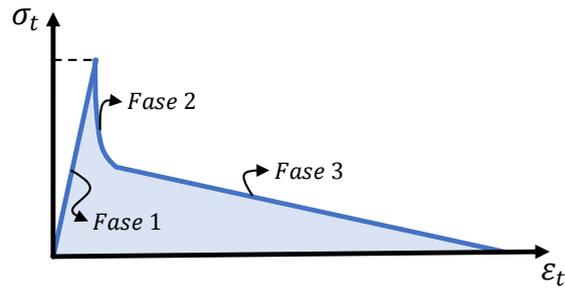
Fonte: do Autor

Logo, de forma geral, as fibras de aço têm pouca influência no regime elástico do concreto, atuando principalmente no comportamento pós-fissuração.

Quando a matriz de concreto fissura, a tensão antes resistida pelo concreto é transferida para as fibras, que de forma geral fornecem uma resistência residual à tração ao compósito, prolongando sua capacidade resistente até valores maiores de deformação específica.

Um comportamento típico de tensão-deformação à tração do CRFA é apresentado da Figura 2.3, que consta de três fases. Primeiramente tem-se a contribuição apenas do concreto (fase 1), em seguida, ocorre uma ação conjunta da matriz com as fibras (fase 2), por último, tem-se a contribuição apenas das fibras de aço (fase 3) (SINGH, 2017).

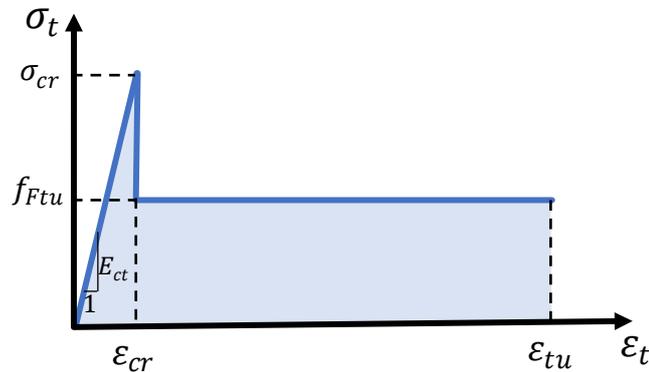
Figura 2.3 - Comportamento tensão-deformação à tração típico do CRFA



Fonte: adaptado de Singh (2017)

Lim *et al.* (1987) propôs um modelo constitutivo analítico para o concreto reforçado com fibras de aço à tração, no qual assume-se um comportamento elástico-linear do compósito até a deformação específica de fissuração, e então, considera uma queda imediata na tensão após a fissuração, seguida de uma tensão residual resistente constante até a ruína, conforme Figura 2.4.

Figura 2.4 – Modelo constitutivo à tração do CRFA



Fonte: adaptado de Lim *et al.* (1987)

A resistência última à tração do compósito após a fissuração (f_{Ftu}) é dada de acordo com a Equação (2.11).

$$f_{Ftu} = \eta_0 \eta_l V_f \frac{l_f}{d_f} \tau_u \quad (2.11)$$

Em que η_0 é um fator de orientação das fibras, com $\eta_0 = 0,405$ para os casos em que o comprimento da fibra é menor que as dimensões do elemento ($l_f < b, h$); η_l é o fator de eficiência do comprimento da fibra, dado pela Equação (2.12); V_f é a fração volumétrica de

fibra; l_f o comprimento da fibra, d_f o diâmetro da fibra; e τ_u a tensão de aderência resistente entre a fibra e a matriz.

$$\eta_l = \begin{cases} 0,5 & \text{para } l_f \leq l_c \\ 1 - l_c / (2 l_f) & \text{para } l_f > l_c \end{cases} \quad (2.12)$$

Sendo l_c o comprimento crítico da fibra, definido como o comprimento necessário para desenvolver a tensão última à tração na fibra (f_{Fy}) quando é assumida uma tensão última de aderência na interface da matriz com a fibra, dado pela Equação (2.13).

$$l_c = \frac{0,5 f_{Fy} d_f}{\tau_u} \quad (2.13)$$

Swamy *et al.* (1974), mostrou que a tensão de aderência média na flexão varia de 3,57 MPa na primeira fissura a 4,15 MPa na falha (τ_u) para uma ampla gama de traços, dimensões de agregados e geometria de fibra usualmente empregados. Narayanan e Darwish (1987) também adotam o valor de 4,15 MPa para a tensão média de aderência.

Voo e Foster (2003) utilizaram a relação $\tau_u = 0,396 \sqrt{f_{cm}}$ para fibras retas e $\tau_u = 0,825 \sqrt{f_{cm}}$ para fibras com ganchos nas extremidades. Singh (2017) utilizou o limite inferior empírico $\tau_u = 0,75 \sqrt{f_{ck}}$ para fibras retas, $\tau_u = 1,50 \sqrt{f_{ck}}$ para fibras com ganchos e $\tau_u = 2,25 \sqrt{f_{ck}}$ para fibras onduladas.

Singh (2017) propôs um modelo constitutivo analítico semelhante, com a resistência característica residual à tração, f_{Ftu} , dada pelo menor valor de dois termos: o primeiro considera a ruptura do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) devido ao arrancamento das fibras, o segundo, pela ruptura das fibras, conforme Equação (2.14).

Pontua-se que, ao seguir a dedução mostrada por Singh (2017), foi encontrado para o segundo termo um fator de 0,17 ao invés de 0,87, podendo Singh (2017) ter esquecido de multiplica-lo pelo coeficiente de orientação das fibras de 0,20.

$$f_{Ftu} \leq \begin{cases} 0,3 \cdot \eta_f \sqrt{f_c} \cdot V_f \cdot l_f / d_f \\ 0,87 \cdot f_{fy} \cdot V_f \end{cases} \quad (2.14)$$

Em que,

η_f : fator de aderência da fibra [1], dado por:

$$\eta_f = \begin{cases} 1 & (\text{fibra lisa}) \\ 2 & (\text{gancho nas extremidades}) \\ 3 & (\text{fibra ondulada}) \end{cases} \quad (2.15)$$

f_c : resistência à compressão do concreto [N/mm² = MPa];

V_f : fração volumétrica de fibra [1];

l_f/d_f : fator de forma da fibra (comprimento dividido pelo diâmetro da fibra) [1];

f_{fy} : resistência à tração da fibra [N/mm² = MPa].

A resistência característica à tração direta do concreto reforçado com fibras de aço (f_{ctk}) pode ser calculada, de acordo com o RILEM TC 162-TDF, por meio da Equação (2.16).

$$f_{ctk} = 0,21 f_{ck}^{2/3} \quad (2.16)$$

2.4.4 Resistência à flexão de uma seção de CRFA sem armadura

Singh (2014) propõe uma equação simplificada para o cálculo do momento resistente último de uma seção de CRFA. Adotando uma resistência à compressão de cálculo do CRFA de $0,5 f_c$, utiliza o modelo constitutivo para o concreto à compressão dado pela Equação (2.17)

$$f_c \leq \begin{cases} 0,5 f_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{0,002} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] & \varepsilon < 0,002 \\ 0,5 f_c & 0,002 \leq \varepsilon \leq 0,004 \end{cases} \quad (2.17)$$

Estabelecendo o equilíbrio da seção, e adotando algumas simplificações de cálculo conforme Figura 2.5, o autor chega no equacionamento para cálculo do momento fletor último (M_u) para uma seção de concreto reforçado com fibras de aço pela Equação (2.18).

$$\frac{M_u}{f_c b h^2} = 0,24 \left(\frac{x}{h} \right)^2 + 0,5 \frac{f_{Ftu}}{f_c} \left(1 - \frac{x}{h} \right)^2 \quad (2.18)$$

Em que,

x : altura da linha neutra da seção [mm];

h : altura da seção [mm];

b : largura da seção [mm];

f_{Ftu} : resistência residual à tração do CRFA [N/mm² = MPa];

f_c : resistência à compressão do concreto [N/mm² = MPa].

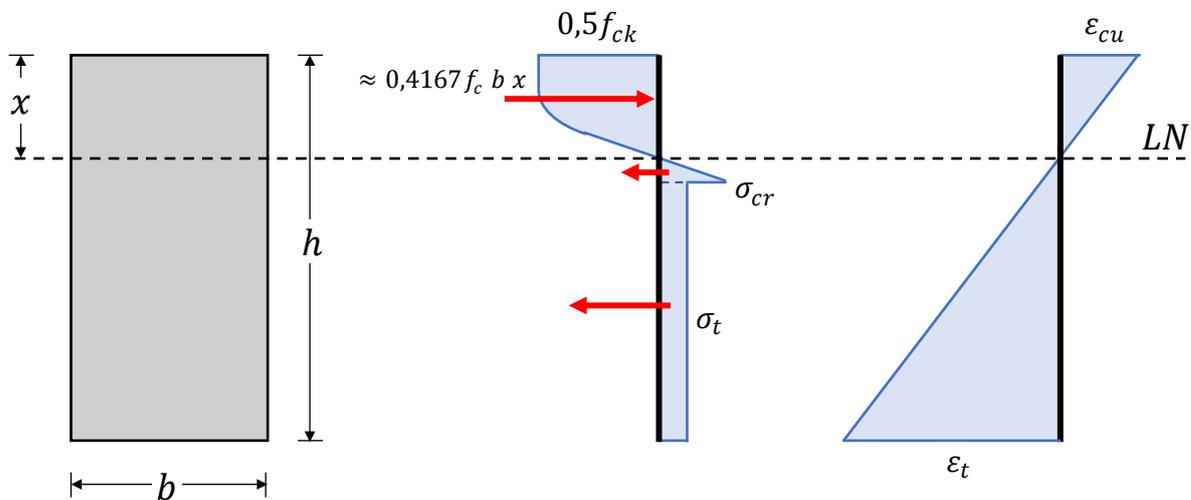
A relação x/h pode ser encontrada pela Equação (2.19).

$$\frac{x}{h} = \frac{2,38 \beta}{1 + 2,38 \beta} \quad (2.19)$$

Em que,

$$\beta = \frac{f_{Ftu}}{f_c} \quad (2.20)$$

Figura 2.5 – Diagrama esquemático da seção de CRF em flexão; perfil de tensão e deformação

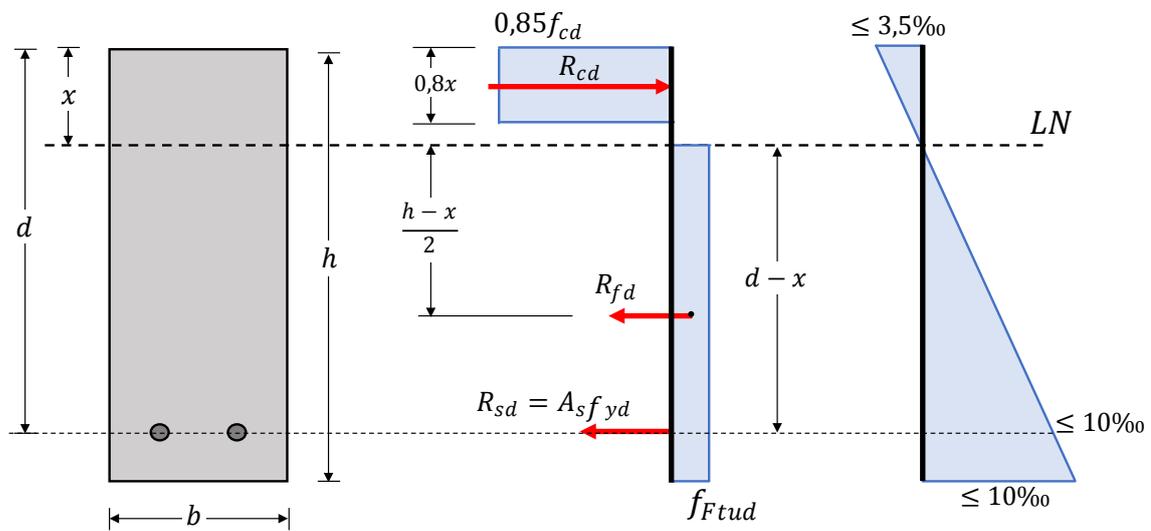


Fonte: adaptado de Singh (2014)

2.4.1 Resistência à flexão de uma seção de CRFA com armadura

A verificação da capacidade resistente à flexão da seção de concreto armado reforçado com fibras de aço pode ser feita de acordo com a NBR 16935 (2021), utilizando a distribuição de tensão ao longo da seção conforme Figura 2.6 (para concretos até C50).

Figura 2.6 – Distribuição de tensão em vigas de CRFA - ELU



Fonte: adaptado de NBR 16935 (2021)

Estabelecendo-se o equilíbrio das forças, pode-se encontrar a altura da linha neutra (x) por meio da Equação (2.23).

$$R_c = R_f + R_s \quad (2.21)$$

$$0,85f_c 0,8x b = f_{Ftu}(h-x)b + A_s f_y \quad (2.22)$$

$$x = \frac{b h f_{Ftu} + A_s f_y}{b(0,68f_c + f_{Ftu})} \quad (2.23)$$

O momento fletor na seção pode ser obtido fazendo a somatória de momentos em torno de algum ponto da seção. Aplicando as simplificações mencionadas anteriormente, pode-se chegar na Equação (2.24), utilizada nesse trabalho para o cálculo da estimativa da resistência à flexão das vigas chatas devido á combinação de armadura e fibras de aço.

$$M_u = f_{Ftu} b(h-x)(0,5h + 0,1x) + A_s f_y(d - 0,4x) \quad (2.24)$$

2.4.2 Resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA sem armadura transversal

As fibras de aço, distribuídas aleatoriamente no concreto, tem a capacidade, além de aumentar a resistência ao cisalhamento, de retardar significativamente a abertura de fissuras e sua subsequente propagação no elemento, por isso o uso das fibras ajuda a atender à armadura mínima de cisalhamento bem como a reduzir a quantidade necessária de estribos (SINGH, 2017).

A norma brasileira de projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras, NBR 16935:2021 adotou equacionamento similar ao da norma europeia, *Model Code 2010*, apresentando diretrizes para o projeto e dimensionamento de elementos de concreto reforçado com fibras, baseado na caracterização pós-pico do CRF.

O valor de projeto para a resistência ao cisalhamento de elementos com armadura longitudinal convencional, mas sem armadura transversal, de acordo com o *Model Code 2010*, é dado pela Equação (2.25).

$$V_{Rd,F} = \left\{ \frac{0,18}{\gamma_c} k \left[100\rho_l \left(1 + 7,5 \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right]^{1/3} + 0,15\sigma_{cp} \right\} b_w d \quad (2.25)$$

$$\geq (v_{min} + 0,15\sigma_{cp}) b_w d$$

Em que:

γ_c : fator de segurança parcial para o concreto sem fibras [1];

k : fator que leva em consideração o efeito escala [1], e é igual a:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (2.26)$$

d : é a altura útil da seção [mm];

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.27)$$

A_s : área da seção transversal da armadura que se estende por pelo menos $l_{bd} + d$ além da seção considerada [mm²];

f_{Ftuk} : valor característico da resistência à tração residual última para o CRF [N/mm² = MPa], considerando $w_u = 1,5mm$;

f_{ck} : resistência à compressão característica do corpo de prova cilíndrico [$\text{N}/\text{mm}^2 = \text{MPa}$];

σ_{cp} : tensão média [MPa] atuando na seção de concreto A_c [mm^2] devido a uma força axial N_{Ed} [N], devido à carregamento ou ações de protensão ($N_{Ed} > 0$ para compressão);

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd} \quad (2.28)$$

A_c : área da seção bruta de concreto [mm^2], dada por $A_c = b h$;

b_w : menor largura da seção transversal na área tensionada [mm];

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad (2.29)$$

Narayanan e Darwish (1987) propuseram uma formula semiempírica para o cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço, que ainda é competitiva quando comparada com as formulas mais modernas baseadas no caracterização pós-pico do CRF (MONDO, 2011), conforme Equação (2.30).

$$V_u = \left[e \left(0,24 f_{sp} + 80 \rho \frac{d}{a} \right) + v_b \right] b d \quad (2.30)$$

Em que:

V_u : resistência última ao cisalhamento da viga de CRFA [N];

e : fator adimensional que leva em conta o efeito de arco, dado por:

$$e = \begin{cases} 1,0 & \text{se } a/d > 2,8 \\ 2,8 d/a & \text{se } a/d \leq 2,8 \end{cases} \quad (2.31)$$

f_{sp} : resistência à tração por compressão diametral do concreto [$\text{N}/\text{mm}^2 = \text{MPa}$], dada por:

$$f_{sp} = \frac{f_{cuf}}{20 - \sqrt{F}} + 0,7 + \sqrt{F} \quad (2.32)$$

f_{cuf} : resistência à compressão do cubo de CRF [$\text{N}/\text{mm}^2 = \text{MPa}$]; A razão entre a resistência à compressão do cilindro e do cubo é tipicamente tomada como 0,8 para concreto de resistência normal.

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.33)$$

A_s : área da seção transversal da armadura longitudinal [mm^2];

F é o fator de fibra, dado por:

$$F = \frac{l_f}{d_f} V_f \eta_f \quad (2.34)$$

η_f é o fator de aderência da fibra, valendo:

$$\eta_f = \begin{cases} 0,5 & \text{para fibras redondas} \\ 0,75 & \text{para fibras onduladas} \\ 1,0 & \text{para fibras dentadas} \end{cases} \quad (2.35)$$

v_b é a resistência ao arrancamento das fibras ao longo da fissura inclinada, em MPa, dada por:

$$v_b = 0,41 \tau F \quad (2.36)$$

τ é a tensão de aderência média entre a fibra e a matriz, igual a 4,15MPa.

No estudo realizado por Lantsoght (2019), considerando as vigas esbeltas do banco de dados, o modelo proposto por Arslan (2014) foi o que obteve melhor performance.

A resistência última ao cisalhamento de uma viga de concreto reforçado com fibras de aço por Arslan (2014) é dada pela Equação (2.37).

$$V_u = \left[\left(0,2(f'_c)^{2/3} \frac{c}{d} + \sqrt{\rho(1+4F)f'_c} \right)^3 \sqrt{\frac{3}{a/d}} \right] b d \quad (2.37)$$

Em que:

V_u : resistência última ao cisalhamento da viga de CRFA [N];

F é o fator de fibra [1], dado por:

$$F = \frac{l_f}{d_f} V_f \eta_f \quad (2.38)$$

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.39)$$

A_s : área da seção transversal da armadura longitudinal [mm²];

η_f é o fator de aderência da fibra [1], valendo:

$$\eta_f = \begin{cases} 0,5 & \text{para fibras redondas} \\ 0,75 & \text{para fibras onduladas} \\ 1,0 & \text{para fibras dentadas} \end{cases} \quad (2.40)$$

Com a profundidade da linha neutra (c/d) podendo ser calculada por:

$$\left(\frac{c}{d}\right)^2 + \left(\frac{600\rho}{f'_c}\right)\left(\frac{c}{d}\right) - \frac{600\rho}{f'_c} = 0 \quad (2.41)$$

Arslan (2014) e Narayanan e Darwish (1987) não especificam o fator de aderência para fibras com ganchos nas extremidades. Assim como diversos trabalhos da literatura, será adotado o mesmo valor das fibras onduladas ($\eta_f = 0,75$).

Outra formulação difundida na literatura é a proposta por Imam *et al.* (1997), conforme Equação (2.42).

$$V_u = \left[0,6\psi^3\sqrt{\omega} \left(f'_c{}^{0,44} + 275 \sqrt{\frac{\omega}{(a/d)^5}} \right) \right] b d \quad (2.42)$$

Em que:

V_u : resistência última ao cisalhamento da viga de CRFA [N];

ψ : fator adimensional que leva em conta o efeito escala, dado por:

$$\psi = \frac{1 + \sqrt{\frac{5,08}{d_a}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}} \quad (2.43)$$

ω : fator de armadura [1], dado por:

$$\omega = \rho(1 + 4F) \quad (2.44)$$

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.45)$$

A_s : área da seção transversal da armadura longitudinal [mm²];

F é o fator de fibra [1], dado por:

$$F = \frac{l_f}{d_f} V_f \eta_f \quad (2.46)$$

η_f é o fator de aderência da fibra [1], valendo:

$$\eta_f = \begin{cases} 0,5 & \text{para fibras lisas} \\ 0,9 & \text{para fibras deformadas} \\ 1,0 & \text{para fibras com ganchos nas extremidades} \end{cases} \quad (2.47)$$

d_a : diâmetro máximo do agregado graúdo [mm];

Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022) propôs um modelo de programação genética para prever a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço com base no resultado de 752 ensaios experimentais, apresentando a Equação (2.48). A faixa de variação dos parâmetros utilizados no estudo é apresentada na Tabela 2.3.

$$V_u = K \lambda (6,7 \rho + 0,5 F^{0,25}) \left(\frac{d}{a}\right)^{0,75} \sqrt{f'_c} b d \quad (2.48)$$

Em que,

V_u : resistência última ao cisalhamento da viga de CRFA [N];

K : efeito escala [1], dado por:

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (2.49)$$

d : altura útil da viga [mm];

λ : fator de modificação para concretos leves [1], com:

$$\lambda = \begin{cases} 0,85 & \text{para concreto com areia leve} \\ 0,75 & \text{para todo concreto leve} \\ 1,0 & \text{para concreto de peso normal} \end{cases} \quad (2.50)$$

ρ : taxa de armadura longitudinal [1], dada por:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad (2.51)$$

A_s : área da seção transversal da armadura longitudinal [mm²];

F : fator de fibra [1] dado por:

$$F = \frac{l_f}{d_f} V_f \eta_f \quad (2.52)$$

η_f é o fator de aderência da fibra [1], valendo:

$$\eta_f = \begin{cases} 0,5 & \text{para fibras lisas} \\ 0,75 & \text{para fibras deformadas (ondulada e com gancho)} \\ 1,0 & \text{para fibras dentadas} \end{cases} \quad (2.53)$$

V_f : fração volumétrica de fibra [1];

l_f : comprimento da fibra [mm];

d_f : diâmetro da fibra [mm];

a : vão de cisalhamento [mm];

f'_c : resistência à compressão do concreto [N/mm² = MPa];

b : largura da viga [mm].

Tabela 2.3 – Faixa de variação dos parâmetros no estudo

Parâmetro	Limite inferior	Limite Superior
Largura (b) [mm]	40	610
Altura (h) [mm]	100	1220
Altura útil (d) [mm]	80	1118
Altura útil / vão de cisalhamento (a/d)	0,46	6
Resistência à compressão (f'_c) [MPa]	13,5	172
Densidade do concreto [kg/m^3]	1775	2606
Taxa de armadura longitudinal (ρ_s) [%]	0,38	5,8
Volume de fibra (V_f) [%]	0,2	4,5
Fator de forma da fibra (l_f/d_f)	25	133
Tipo de fibra	Reta, plana, chata, ponta cônica, reciclada, ondulada, fio, corrugada, com gancho e deformada	

Fonte: adaptado de Ismail, Yosri e El-Dakhkhni (2022)

Morsy e Elrakib (2018) afirmam que a maioria dos modelos disponíveis na literatura para cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço sem estribos são capazes de fornecer resultados razoáveis para estimar a capacidade resistente de vigas chatas. Zarrinpour e Chao (2017) também concluem que a largura de uma viga de concreto reforçado com fibras de aço não tem nenhum efeito na tensão de cisalhamento na ruptura.

2.4.3 Vigas chatas de CRFA

Conforti, Minelli e Plizzari (2013) estudaram o comportamento de vigas chatas reforçadas com fibras de aço com 2050 mm de vão, seção transversal com altura de 250 mm e larguras de 750 e 1000 mm, e consumos de fibra de 25 e 35 kg/m^3 .

Dentre as principais conclusões do autor temos que a ruptura ao cisalhamento das vigas, mesmo as sem fibras, ocorreu com aviso visível, o que não é típico de vigas sem estribos. A relação b/d não indicou influência significativa no mecanismo de falha e capacidade resistente. Os dois consumos de fibra, considerados relativamente baixos, foram capazes de fornecer à viga chata um desempenho superior ao grupo com armadura transversal convencional mínima.

Morsy e Elrakib (2018) estudaram o comportamento de vigas chatas de concreto, com vão de 1200 mm e seção de 200 mm de altura e 450 mm de largura, reforçado com fibras de aço nos teores de 0,75% e 1,25% (consumos de aproximadamente 60 e 100 kg/m³). Variou-se a resistência à compressão do concreto (30 e 50 MPa) bem como a relação vão de cisalhamento/altura útil (a/d) (1,8 e 2,4).

Dentre as principais conclusões dos autores estão: a ductilidade da viga aumenta com o aumento da relação a/d ; a adição de um teor de fibra de aço de 0,75% nas vigas é suficiente para alcançar a mesma resistência última ao cisalhamento que a viga de concreto armado com estribos; e seria necessário um teor de pelo menos 1,25% para fornecer uma ductilidade ao cisalhamento razoável ao elemento.

Uma peculiaridade em vigas chatas, é que tanto a armadura mínima de cisalhamento, ou fibras em quantidades relativamente pequenas, são capazes de atrasar o mecanismo de falha por cisalhamento em vigas chatas, e eventualmente alterar o colapso de cisalhamento para flexão (CONFORTI; MINELLI; PLIZZARI, 2013).

2.4.4 Caracterização do CRFA

Os ensaios de caracterização do concreto reforçado com fibras de aço têm o objetivo principal de mensurar seu comportamento à tração, em especial seu comportamento pós-fissuração.

Devido à natureza heterogênea do compósito, normalmente apresenta uma maior variabilidade em suas propriedades mecânicas. Fator que é transmitido ao ensaio de caracterização. Visando uma maior precisão e menor variabilidade na caracterização do compósito, surgiram diversas metodologias de ensaio.

As principais normas se valem de ensaios à flexão de prismas para capturar esse comportamento à tração de forma indireta.

Uma das dificuldades de se ensaiar o CRF, é a instabilidade gerada após a fissuração da matriz de concreto. Os ensaios de caracterização do CRF com uma maior confiabilidade são os baseados em um sistema fechado (*closed loop*), com controle da taxa de aplicação de carregamento, de forma a controlar a taxa de deflexão, ou de abertura de fissura, durante o ensaio.

Ensaio à flexão em que a viga sofre um entalhe, no centro de seu banzo inferior, normalmente também resultam em dados com menor variabilidade, pois as fissuras são induzidas a ocorrer na seção entalhada.

A norma britânica BS EN 14651 (2005), para caracterização do CRF, utiliza esses dois artifícios em um ensaio à flexão em 3 pontos. Sendo adotada, entre outras, pelo CEB-FIP (2010) e pela NBR 16935:2021, como parâmetros base para o dimensionamento de estruturas em CRF.

Entretanto para a execução desse tipo de ensaio, é necessário um sistema fechado para execução, equipamento não disponível em muitos laboratórios.

Já o ensaio de caracterização apresentado pela norma japonesa JSCE-SF4 (1984) é um dos mais simples na execução, pois não requer sistema fechado nem entalhe no prisma, sendo registrada a relação força-deslocamento central do prisma sob ensaio de flexão em 4 pontos. No entanto, poucas provisões para o dimensionamento de CRFA com base nesse ensaio de caracterização estão disponíveis na literatura.

2.5 DOSAGEM DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

Como qualquer outro tipo de concreto, a dosagem do CRFA depende de requisitos de projeto, em termos de trabalhabilidade, resistência, durabilidade e assim por diante (BENTUR E MINDES, 1990).

Em diversos casos, a adição de fibras de aço não requer nenhuma alteração no traço do concreto (ACI 544.3R, 2008). A norma norte americana afirma ainda que para volumes de fibra maiores que aproximadamente 0,33% pode ser necessário alguns ajustes para correção da trabalhabilidade, como aumentar a quantidade de pasta do traço, adicionar materiais cimentícios suplementares como cinza volante e sílica ativa, seja adição ou substituição parcial, aumentar a quantidade de água e utilização de aditivos plastificantes.

Bentur e Mindes (1990), afirmam que para volumes de fibra relativamente pequenos (menores que aproximadamente 0,5%), os métodos de dosagem utilizados para o concreto simples convencional, baseados nas considerações de resistência normal e durabilidade, pode ser utilizado sem modificações, entretanto para volumes de fibras maiores devem ser utilizados métodos de dosagem com ênfase na trabalhabilidade do CRFA.

A matriz de concreto deve ser dosada para atingir uma trabalhabilidade satisfatória com uma quantidade mínima de água, ao mesmo tempo que mantém a dimensão máxima dos agregados menor que o comprimento das fibras (JOHNSTON, 2010).

Entre os fatores que influenciam o abatimento, pode-se citar o tipo, comprimento, fator de forma e teor de fibras, consumo de cimento, consumo de areia e forma e graduação dos agregados (ACI 544.3R, 2008).

A mistura do CRFA pode ser realizada por diversos métodos, com a escolha do método dependente dos tipos de requisitos de projeto e instalações disponíveis, sendo importante alcançar uma distribuição uniforme das fibras e prevenir a aglomeração ou segregação das fibras durante a mistura (ACI 544.1R-96, 2009).

Areias arredondadas com um baixo módulo de finura e predominância de partículas passantes nas peneiras de $600\mu\text{m}$ e $300\mu\text{m}$ são preferíveis a areias grosseiras (SCHRAEDER, 1988 apud JOHNSTON, 2010).

Embora misturas com agregados graúdos com dimensão máxima de 38mm tenham sido feitas de forma satisfatória, usualmente não se deve exceder 25mm (TATRO, 1987 apud JOHNSTON, 2010).

Reduzindo-se a fração volumétrica de agregado graúdo, como em um concreto dosado para bombeamento, permite que a fração de agregado miúdo e de argamassa aumentem quando a água e o cimento permanecem constantes, facilitando a acomodação das fibras e melhorando a trabalhabilidade (JOHNSTON, 2010). O autor ainda afirma que de forma alternativa o volume de pasta pode ser aumentado sem aumentar a areia através do uso de cinza volante, escória, ou fumo de sílica.

Comumente, para melhorar a trabalhabilidade e reduzir o consumo de cimento, até 35% do cimento pode ser substituído por cinza volante (BENTUR E MINDES, 1990).

Figueiredo (2000) afirma que, no caso específico do CRF, teores de argamassa mais altos fornecem uma melhor distribuição das fibras, e que normalmente, na prática, é recomendado um teor de argamassa mínimo de 50%.

Figueiredo (1997) aponta que para minimizar o risco de segregação das fibras e exsudação do concreto, pode-se limitar os valores das relações água/cimento (a/c) e água/materiais secos (H), podendo utilizar como primeira estimativa do valor limite $a/c=0,55$ e $H=11,5\%$.

A norma japonesa (JSCE, 1983), por questões de durabilidade, também limita a relação a/c de concreto reforçado com fibras à 0,55.

Edgington *et al.* (1974 apud BENTUR E MINDES, 1990) mostraram que para um tipo particular de fibra, a trabalhabilidade da mistura diminui conforme o tamanho e a quantidade de partículas de agregado maiores que 5 mm aumentam; a presença de partículas de agregado menores que 5mm tiveram pouco efeito nas propriedades de compactação da mistura. Eles propuseram uma equação para estimar o volume crítico de fibras que torna a mistura difícil de trabalhar:

$$V_{f,cr,trab} = 75\pi \frac{d_f}{l_f} \frac{W_{arg}}{(W_{arg} + W_{agre})} \quad (2.54)$$

Em que:

$V_{f,cr,trab}$: volume crítico de fibras para a trabalhabilidade;

d_f : diâmetro das fibras;

l_f : comprimento das fibras;

W_{arg} : peso da fração de argamassa (<5mm) [podendo ser entendida como a quantidade de ar, água, cimento e agregado miúdo do concreto];

W_{agre} : peso da fração de agregados (>5mm) [podendo ser entendida como a porcentagem retida na peneira de 5mm].

Os autores recomendam que para permitir uma compactação apropriada, o volume de fibras não deve exceder $0,75V_{f,cr,trab}$.

Johnston (2010) afirma que o teor máximo possível de fibras recomendado sem que problemas de trabalhabilidade e aglomeração sejam encontrados reflete os efeitos do fator de forma das fibras, da fração volumétrica de agregado graúdo e da dimensão máxima do agregado graúdo. O autor apresenta uma tabela com teores máximos de fibra de aço para o CRFA recomendados pela N.V. Bekaert S.A (Tabela 2.4).

Tabela 2.4 - Máximos teores de fibra de aço recomendados para o CRF

Diâmetro máximo do agregado graúdo [mm]	Fator de forma da fibra					
	60		75		100	
	Normal	Bombeado	Normal	Bombeado	Normal	Bombeado
4	160	120	125	95	95	70
8	125	95	100	75	75	55
16	85	65	70	55	55	40
32	50	40	40	30	30	25

Fonte: Bentur e Mindes (1990)

A norma norte americana ACI 544.1R-96 (2009) apresenta valores empíricos de graduações granulométricas recomendadas dos agregados graúdos e miúdos em conjunto, que minimizam a tendência de aglomeração das fibras e melhoram a trabalhabilidade, conforme Tabela 2.5.

Tabela 2.5 - Graduações granulométricas recomendadas dos agregados combinados para concreto reforçado com fibras de aço

Porcentagem passante para o diâmetro máximo de:					
Série de peneira padrão dos EUA	10 mm	13 mm	19 mm	25 mm	38 mm
51 mm	100	100	100	100	100
38 mm	100	100	100	100	85-100
25 mm	100	100	100	94-100	65-85
19 mm	100	100	94-100	76-82	58-77
13 mm	100	93-100	70-88	65-76	50-68
10 mm	96-100	85-96	61-73	56-66	46-58
5 mm	72-84	58-78	48-56	45-53	38-50
2,4 mm	46-57	41-53	40-47	36-44	29-43
1,1 mm	34-44	32-42	32-40	29-38	21-34
600 µm	22-33	19-30	20-32	19-28	13-27
300 µm	10-18	8-15	10-20	8-20	7-19
150 µm	2-7	1-5	3-9	2-8	2-8
75 µm	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2

Fonte: adaptado de ACI 544.1R-96 (2009)

Essa norma também apresenta como alternativa traços baseados na experiência, para serem utilizados como traço piloto experimental de acordo com a Tabela 2.6. Bentur e Mindes (1990) enfatizam que esses são apenas valores típicos, e que qualquer fibra deve ser avaliada por seus próprios méritos para encontrar os traços ótimos.

Em geral, para fornecer melhor trabalhabilidade, traços de CRFA contém maiores consumos de cimento e maiores relações agregado miúdo/agregado graúdo que concretos normais, logo, os procedimentos de dosagem que se aplicam ao concreto convencional podem não ser inteiramente aplicáveis ao CRFA (BENTUR E MINDES, 1990).

Tabela 2.6 – Faixa de variação do traço para concreto de peso normal reforçado com macrofibras

Parâmetros da mistura	Dimensão máxima do agregado		
	9,5 mm	20 mm	38 mm
Consumo de material cimentício (kg/m ³)	356 a 593	297 a 534	279 a 415
Relação água/cimento (a/c)	0,35 a 0,45	0,35 a 0,50	0,35 a 0,55
Relação entre agregado miúdo e graúdo (%)	45 a 60	45 a 55	40 a 55
Teor de fibra em volume (%)	0,3 a 2,0	0,2 a 0,8	0,2 a 0,7

Fonte: adaptado de ACI 544.1R-96 (2009)

3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Neste capítulo são apresentadas as características das vigas ensaiadas, o sistema de ensaio e instrumentação, os materiais utilizados bem como os procedimentos de confecção e caracterização dos concretos. Todos os ensaios foram realizados nos Laboratório de Materiais de Construção e de Estruturas do Departamento da Engenharia Civil (DEC) da Universidade Estadual de Maringá (UEM).

3.1 CARACTERISTICAS DAS VIGAS

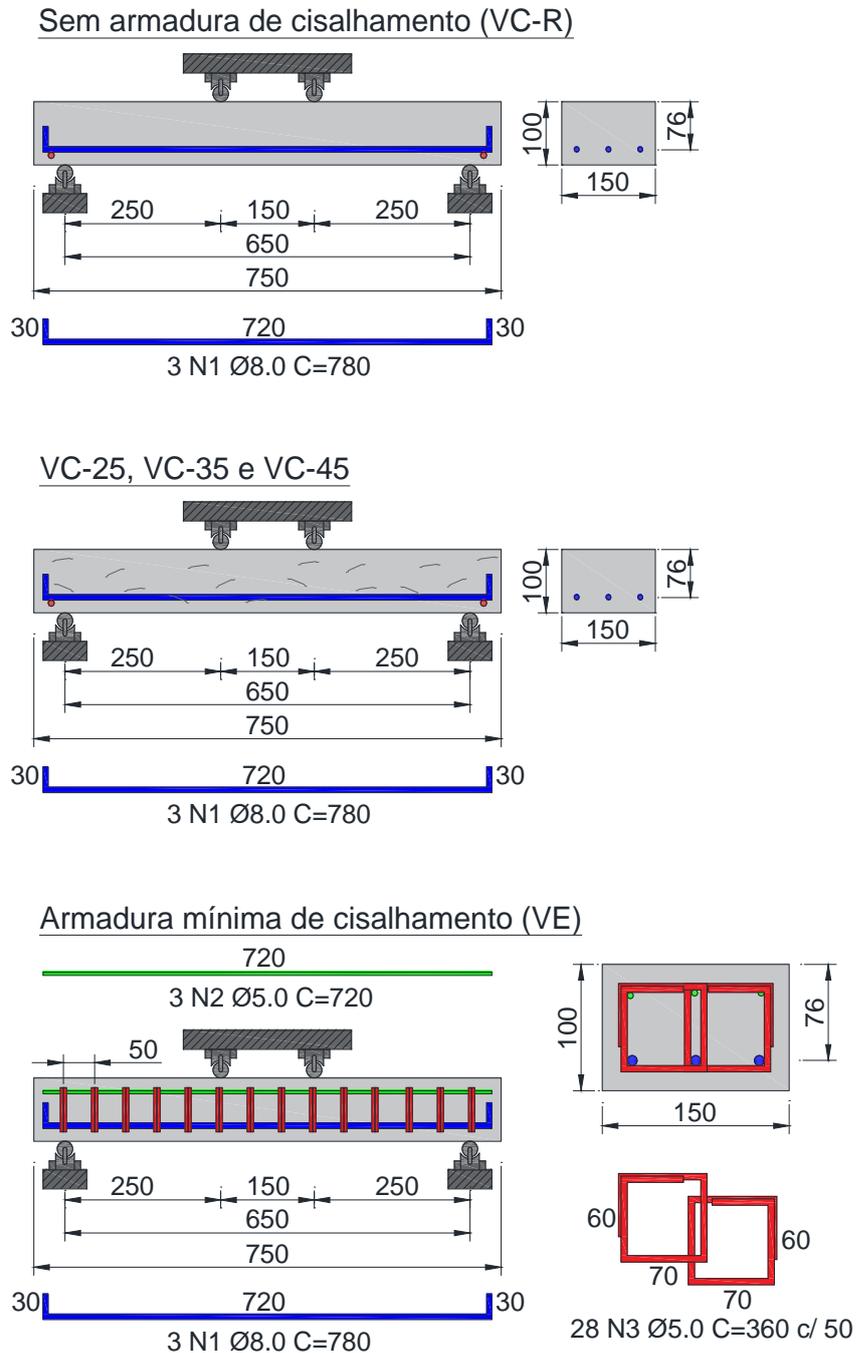
O programa experimental é composto por cinco distintos grupos de vigas chatas com seção transversal de largura igual a 150 mm, altura de 100 mm e comprimento de 750 mm. Os grupos estão descritos na Tabela 3.1 e na Figura 3.1 encontra-se indicado o esquema estático do ensaio, as dimensões e o detalhamento da armadura. Como se vê, as vigas de todos os grupos foram dotadas de armadura longitudinal composta por três barras de 8 mm de diâmetro. Estribos foram utilizados, com taxa mínima, apenas nas vigas do grupo 5 (VE) para efeito de comparação do desempenho com relação às vigas dos grupos 2, 3 e 4.

Tabela 3.1 – Grupos de vigas

Grupo		Consumo de fibras de aço (kg/m ³)	Armadura
Nº	Nomenclatura		
1	VC-R	0	Longitudinal
2	VC-25	25	Longitudinal
3	VC-35	35	Longitudinal
4	VC-45	45	Longitudinal
5	VE	0	Longitudinal + transversal (quantidade mínima)

Fonte: do Autor

Figura 3.1 – Grupos de vigas analisados



Fonte: do Autor

O grupo 1, denominado VC-R, composto por duas vigas moldadas com concreto convencional de resistência média à compressão (f_{cm}) igual a 30 MPa foi idealizado para ruína por cisalhamento, evitando-se ruptura por seccionamento da armadura longitudinal ou ruptura do concreto comprimido.

Os grupos 2, 3 e 4, denominados por VC-25, VC-35 e VC-45 foram moldados com a mesma composição do concreto do grupo 1 e com a adição de fibras curtas de aço em consumo de 25, 35 e 45 kg/m³, respectivamente. Esses grupos foram idealizados para o estabelecimento de comparações acerca do comportamento ao cisalhamento em relação a viga do grupo 1 e também com relação a influência do aumento do consumo de fibras quanto a resposta estrutural sob o efeito do cisalhamento.

Os consumos de fibra adotados são relativamente baixos, entretanto, as previsões analíticas são indicativas de aumento significativo na resistência ao cisalhamento das vigas chatas dos grupos 2 ao 4. Esse aumento, previsto analiticamente, é gradual com o aumento da quantidade de fibras.

O grupo 5 (VE) foi moldado com o mesmo concreto convencional dos demais grupos, sem adição de fibras, e composto por armadura em forma de estribos com taxa mínima reproduzida em termos de barras de 5 mm de diâmetro a cada 50 mm. Foram utilizados estribos duplos (4 ramos) para atender ao critério de espaçamento transversal máximo entre as pernas dos estribos, conforme item 18.3.3.2 da NBR 6118:2014.

A armadura longitudinal das vigas foi posicionada utilizando-se um cobrimento de concreto de 15 mm garantido por meio de espaçadores de argamassa confeccionados para a pesquisa, conforme Figura 3.2.

Figura 3.2 – Viga chata com armadura posicionada no interior da forma (Grupo 5 – VE)



Fonte: do Autor

As vigas foram submetidas a ensaio de flexão em quatro pontos, conforme já indicado na Figura 3.1, sendo o vão de 650 mm, trecho central entre as cargas igual a 150 mm e o vão de cisalhamento (distância do apoio ao primeiro ponto de aplicação da força) de 250 mm. A

relação entre a/d é igual a 3,29, sendo “ a ” o vão de cisalhamento e “ d ” a altura útil da viga, igual a 76 mm para todas as vigas.

3.2 SISTEMA DE ENSAIO E INSTRUMENTAÇÃO

A força foi aplicada por prensa hidráulica com capacidade de 600 kN (Instron EMIC 23-600) em uma taxa de deslocamento do pistão de 0,23 mm/min. A força aplicada foi medida pela célula de carga acoplada à prensa. A Figura 3.3 mostra o equipamento e a viga posicionada para ensaio.

Figura 3.3 – Equipamento de ensaio e viga posicionada

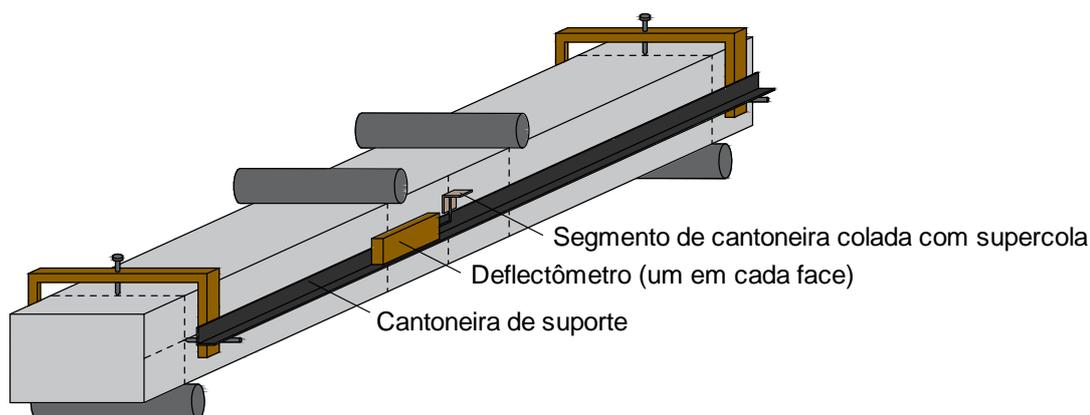


Fonte: do Autor

Os deslocamentos das vigas foram monitorados por meio de dois deflectômetros eletrônicos EMIC EE12 com faixa de medição de 0,001 - 12,50 mm.

Os deflectômetros foram posicionados por meio do dispositivo *Yoke*, composto por cantoneiras metálicas fixadas sobre os apoios na altura média da viga, conforme Figura 3.4. O ponto monitorado foi a seção central de cada viga, sendo registrada a média dos deflectômetros em cada face. O critério de interrupção do ensaio foi o deslocamento de 6 mm em todas as vigas ensaiadas.

Figura 3.4 – Esquema estático da viga e dispositivo Yoke



Fonte: do Autor

Uma das faces das vigas foi pintada de branco e quadriculada com uma malha de 25 mm para facilitar a visualização da fissuração, em termos da fissuração principal associada com a ruína.

3.3 MATERIAIS UTILIZADOS

A composição do concreto é a indicada na Tabela 3.2. O consumo de cimento foi de 462,64 kg/m³ e a relação a/c foi de 0,52 em todos os grupos.

A composição do traço foi dosada para obter resistência à compressão de 30 MPa aos 28 dias de idade para um abatimento de 100 mm. O traço em massa é de 1:1,45:2,10:0,52. Para os grupos de vigas VC-25, VC-35 e VC-45, as fibras de aço foram adicionadas à matriz de concreto do traço indicado.

Tabela 3.2 – Materiais constituintes dos concretos

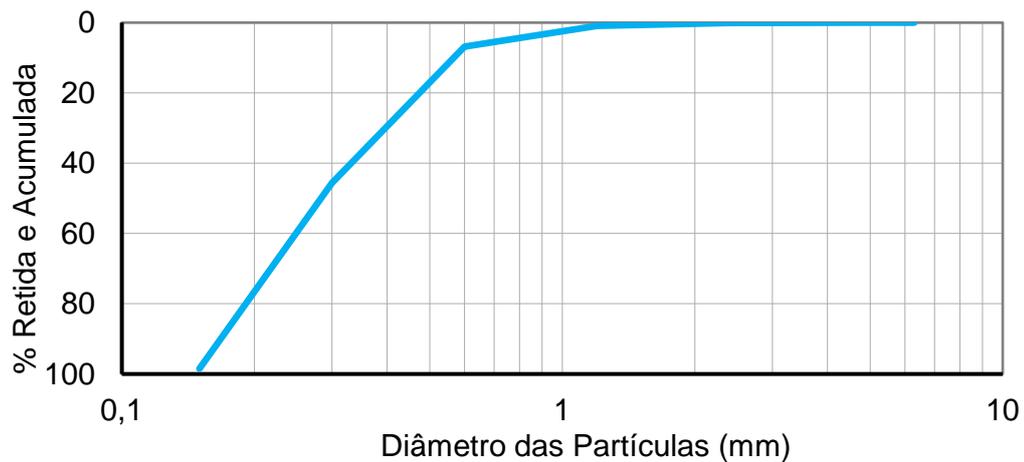
Materiais	Consumo (kg/m ³)
Cimento CP II-Z-32	462,64
Agregado miúdo (areia fina $MF=1,52$)	670,82
Agregado graúdo (brita 0, $d_{máx}=9,5\text{mm}$)	971,54
Água	240,57
Fibras de aço	0
<i>a/c</i>	0,52

Fonte: do Autor

O cimento utilizado foi o Portland CP II-Z-32 da marca Votoran, com massa específica absoluta conforme fabricante de 2,8 a 3,2 g/cm³.

O Agregado miúdo foi composto por areia fina da região da cidade de Maringá. Sua distribuição granulométrica é apresentada na Figura 3.5, com módulo de finura de 1,52 conforme NBR NM 248:2003 e massa específica de 2,65 g/cm³ conforme NBR MN 52:2009.

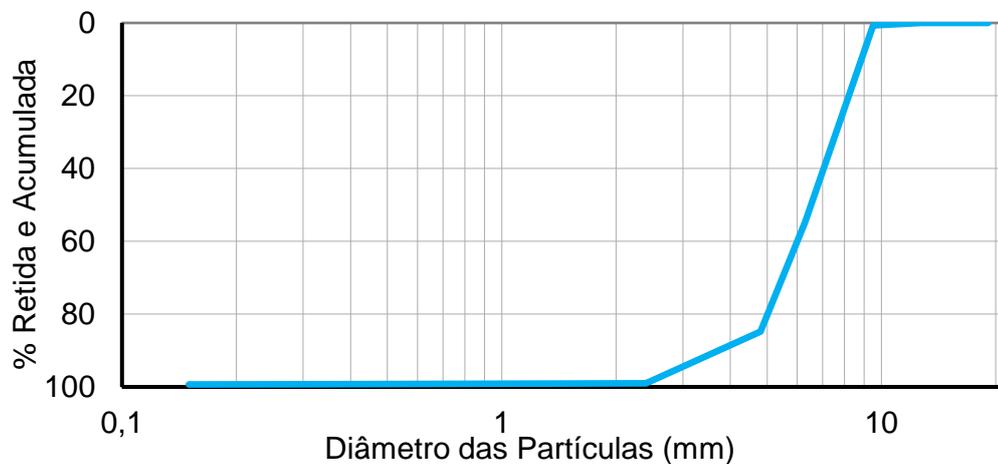
Figura 3.5 – Granulometria da areia



Fonte: do Autor

O agregado graúdo utilizado nesse estudo foi constituído por brita 0. Esse agregado apresentou, a partir da distribuição granulométrica preconizada pela NBR MN 248 (2003) representada na Figura 3.6, diâmetro máximo de 9,5 mm e módulo de finura de 5,81. Além disso, para esse agregado a massa específica é igual a 2,88 g/cm³.

Figura 3.6 – Granulometria da brita



Fonte: do Autor

A fibra de aço utilizada foi do tipo A1, arame trefilado a frio com gancho nas extremidades denominada por Wirand® FS3N, conforme o fabricante (Figura 3.7), a fibra tem comprimento $L_f = 33 \text{ mm}$, diâmetro $D_f = 0,75 \text{ mm}$, sendo o fator de forma de $L_f/D_f = 44$. A resistência à tração é de 1100 MPa e módulo de elasticidade de 210 GPa, conforme indicações do fabricante.

Figura 3.7 – Fibras de aço utilizadas



Fonte: do Autor

3.4 PREPARO E MOLDAGEM DOS GRUPOS

Os concretos desta pesquisa foram preparados utilizando-se uma betoneira elétrica com capacidade de 600 litros. O procedimento de mistura dos materiais foi composto pela sequência: adição de toda a brita na betoneira, seguida por 50% da água, misturando-se por 3 min; adição do cimento, misturando por mais 3 min; adição da areia e, gradualmente, o restante da água, misturando por mais 3 min. Ao concreto pré-misturado, para as vigas dos grupos 2, 3 e 4, adicionou-se manualmente as fibras de forma gradual para evitar a formação de empolamentos. A Figura 3.8 ilustra a produção do concreto.

Figura 3.8 – Produção do concreto e adição das fibras de aço



Fonte: do Autor

O lançamento do concreto foi realizado manualmente e o processo de adensamento das vigas e dos corpos de prova prismáticos foram realizados com uma ligeira imersão do vibrador de agulha em dois pontos do elemento moldado. Os corpos de prova cilíndricos foram adensados por processo manual com haste metálica, conforme NBR 5738:2015.

As formas das vigas e dos corpos de prova prismáticos foram confeccionadas com folhas de madeirite do tipo plastificado (espessura = 10 mm), conforme Figura 3.9, sendo untadas com desmoldante para facilitar a desforma. O processo de cura dos concretos em câmara úmida teve início após 24 h da moldagem. Todas as vigas, bem como os corpos de prova, foram ensaiadas aos 28 dias.

Figura 3.9 – Conjunto de formas utilizados para cada grupo



Fonte: do Autor

3.5 CARACTERIZAÇÃO DO CONCRETO

Para a obtenção da resistência à compressão foram moldados 4 corpos de prova cilíndricos com dimensões de 100x200 mm e submetidos ao ensaio conforme a NBR 5739 (2018), os corpos de prova foram retificados e ensaiados a uma taxa de 0,45 MPa/s até a ruptura, na mesma data das vigas (28 dias).

Para a obtenção do módulo de elasticidade foram moldados 4 corpos de prova cilíndricos com dimensões de 100x200 mm e submetidos ao ensaio conforme a NBR 8522 (2017), na mesma data das vigas (28 dias). O módulo de elasticidade foi determinado conforme NBR 8522 (2017), pela metodologia da tensão σ_a fixa. A deformação do corpo de prova foi medida por meio de dois extensômetros EMIC EE08, fixados diametralmente opostos no corpo de prova, conforme Figura 3.10.

Figura 3.10 – Ensaio para determinação do módulo de elasticidade

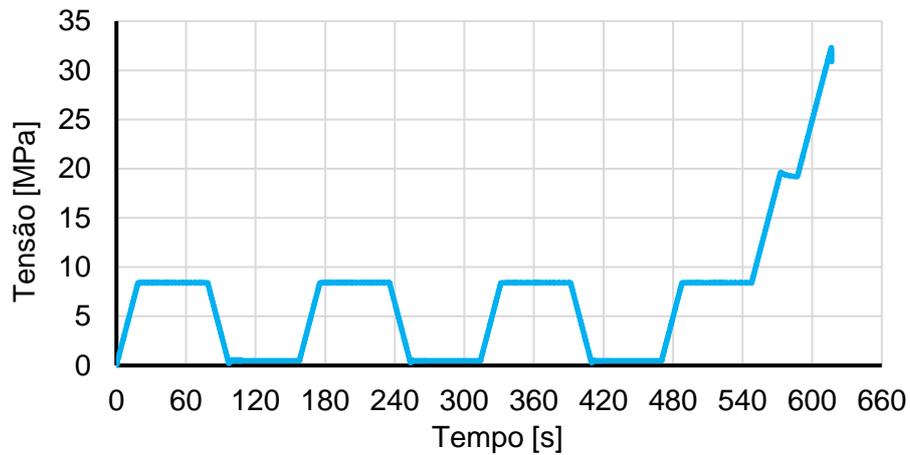


Fonte: do Autor

Na Figura 3.11 está representado um ciclo de ensaio de um corpo de prova. Com base na relação tensão-deformação obtida, determina-se o módulo de elasticidade conforme Equação (3.1).

$$E_{ci,i} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} 10^{-3} = \frac{\sigma_b - 0,5}{\varepsilon_b - \varepsilon_a} 10^{-3} \quad (3.1)$$

Figura 3.11 – Ciclo para determinação do módulo de elasticidade



Fonte: do Autor

Para a obtenção da resistência à tração por compressão diametral foram moldados 4 corpos de prova cilíndricos com dimensões de 100x200 mm, conforme NBR 7222 (2011) utilizando-se um dispositivo auxiliar em aço onde o corpo de prova é submetido à compressão diametral conforme mostrado na Figura 3.12. A resistência à tração por compressão diametral é calculada pela Equação (3.2).

$$f_{ct,sp} = \frac{2 F}{\pi d L} \quad (3.2)$$

Em que,

$f_{ct,sp}$: resistência à tração por compressão diametral [N/mm² = MPa];

F : máxima força de compressão [N];

d : diâmetro do corpo de prova [mm];

L : comprimento do corpo de prova [mm].

Figura 3.12 – Ensaio de compressão diametral

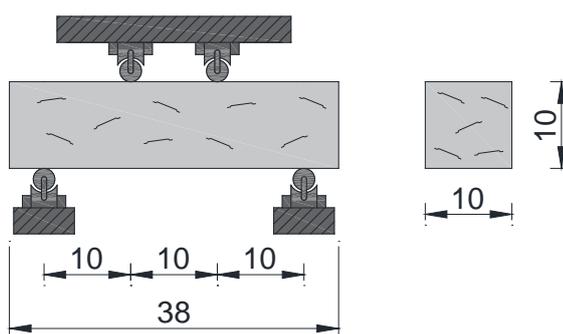


Fonte: do Autor

A caracterização do comportamento à flexão do concreto de cada grupo de viga foi realizada seguindo-se as recomendações da JSCE-SF4 (1984). Para tanto, em cada grupo foram moldados 4 corpos de prova prismáticos com seção transversal de 100x100 mm e comprimento de 380 mm. O esquema estático de ensaio é mostrado na Figura 3.13.

Os corpos de prova foram retirados da fôrma após 24 h da moldagem e submetidos ao processo de cura em câmara úmida de onde foram retirados para ensaio na mesma data do respectivo grupo de vigas (28 dias).

Figura 3.13 – Esquema do ensaio à flexão do corpo de prova



Fonte: do Autor

O ensaio de caracterização na flexão foi realizado utilizando-se a prensa hidráulica Instron EMIC 23-600, sob uma taxa de deslocamento do pistão da prensa de 0,20 mm/min. A deflexão da seção central dos corpos de prova foi monitorada por meio de dois deflectômetros EMIC EE12, um de cada lado, fixados por meio do dispositivo *Yoke*, conforme Figura 3.14.

Figura 3.14 – Ensaio à flexão do prisma



Fonte: do Autor

A resistência à flexão, σ_b , é calculada de acordo com a Equação (3.3).

$$\sigma_b = \frac{P_b l}{b h^2} \quad (3.3)$$

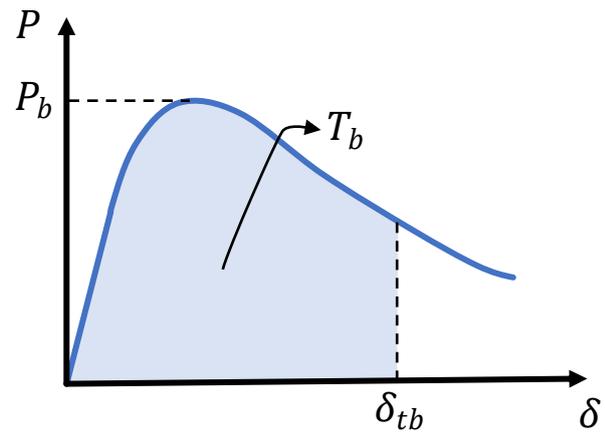
Nesta equação, P_b é a força máxima, $l = 300 \text{ mm}$ é o vão do prisma, $b = 100 \text{ mm}$ é a largura e $h = 100 \text{ mm}$ a altura do prisma.

O fator de tenacidade à flexão, $\overline{\sigma}_b$, representa a resistência equivalente para a deflexão de $l/150 = 2 \text{ mm}$, e é calculado de acordo com a Equação (3.4).

$$\overline{\sigma}_b = \frac{T_b l}{\delta_{tb} b h^2} \quad (3.4)$$

Nesta equação, δ_{tb} é o deslocamento equivalente a $l/150 = 2 \text{ mm}$, e T_b , a área do gráfico sob a curva carga-deslocamento até o deslocamento δ_{tb} , conforme Figura 3.15.

Figura 3.15 – Tenacidade à flexão



Fonte: adaptado de JSCE-SF4 (1984)

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados provenientes da caracterização das propriedades mecânicas dos concretos e do ensaio das vigas chatas. Os resultados analíticos de estimativa da capacidade resistente de cada grupo de viga são apresentados e comparados com os valores obtidos experimentalmente.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DOS CONCRETOS

4.1.1 Trabalhabilidade

Para o concreto no estado fresco foi desenvolvido o ensaio de abatimento do tronco de cone (conforme a NBR NM 67:98) visando-se avaliar a influência das fibras de aço na mobilidade de cada mistura. Para tanto, o ensaio foi realizado antes e após a adição das fibras na mistura. Os resultados estão indicados na Tabela 4.1.

Como se vê, a adição das fibras alterou as condições de trabalhabilidade das misturas de cada grupo. Fica evidente que o valor do *slump* diminuiu com o aumento do volume de fibras. Nesse sentido, a maior alteração no *slump* (redução em torno de 40% em relação a mesma mistura sem fibras) foi aquela para o concreto do grupo VC-45.

Mediante os volumes moderados de fibras utilizadas em cada grupo e os valores de *slump* obtidos, não se fez necessária a utilização de aditivo do tipo superplastificante, pois todas as misturas apresentaram a mobilidade necessária para a moldagem das vigas chatas de cada grupo.

Tabela 4.1 – Valores de *slump* dos concretos

Grupo	<i>Slump</i> (mm)	
	Antes das fibras	Com adição das fibras
VC-R	120	-
VC-25	135	110
VC-35	110	90
VC-45	110	65

Fonte: do Autor

4.1.2 Resistência à compressão axial, resistência à tração por compressão diametral e módulo de elasticidade

Na Tabela 4.2 encontram-se indicados os valores médios para a resistência à compressão, resistência à tração por compressão diametral e módulo de elasticidade dos concretos de cada grupo, juntamente com seus respectivos coeficientes de variação.

A presença de fibras nos volumes de 25 e 35 kg/m³ não alterou significativamente a resistência à compressão do concreto, sendo observada redução de 7% para o volume de 45 kg/m³ de fibras.

O módulo de elasticidade dos concretos dos grupos VC-25 e VC-35 tem o mesmo valor (26 GPa) e é marginalmente superior (4%) ao concreto sem fibras do grupo VC-R (25 GPa) e inferior (4%) ao valor obtido para o concreto contendo 45 kg/m³ de fibras do grupo VC-45 (27 GPa). Então, para o módulo de elasticidade, assim como para a resistência à compressão, as fibras nos volumes estudados, não modificaram significativamente os valores dessa propriedade mecânica do material concreto.

A resistência à compressão indireta evidenciou tendência de redução nos valores com a adição de fibras de aço. Em relação ao concreto sem fibras, a redução foi em torno de 7% para 25 e 35 kg/m³ de fibras e, de até 17% para o grupo contendo 45 kg/m³ de fibras. O fato observado indica relação com a menor trabalhabilidade do concreto e distribuição menos homogênea das fibras na matriz cimentícia.

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas dos concretos

Grupo	Resistência à compressão (f_{cm}) [MPa]	Resistência à tração ($f_{ctm,sp}$) [MPa]	Módulo de elasticidade (E) [GPa]
VC-R	31,76 ± 3%	2,66 ± 6%	25,60 ± 6%
VC-25	31,69 ± 2%	2,46 ± 6%	26,92 ± 9%
VC-35	31,75 ± 6%	2,50 ± 4%	26,35 ± 3%
VC-45	29,64 ± 5%	2,27 ± 6%	27,28 ± 7%

Fonte: do Autor

4.1.3 Resistência e tenacidade à flexão do CRFA

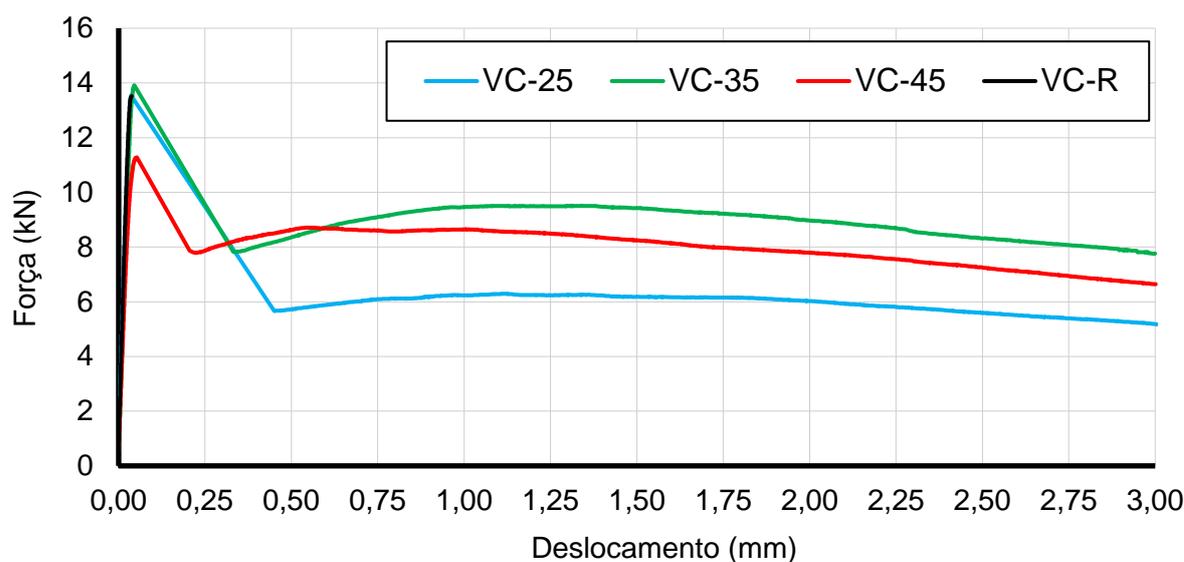
As curvas médias do tipo força-deslocamento central ($P \times \delta$) para os concretos são apresentadas na Figura 4.1 e, na Tabela 4.3 constam os valores médios dos parâmetros de caracterização do comportamento mecânico à flexão.

Em todos os corpos de prova prismáticos, pode-se perceber o efeito de instabilidade pós-pico, característico desse tipo de ensaio em equipamento com sistema aberto (controle de deslocamento do pistão) e com concretos com volumes baixos e moderados de fibras. Com o aumento do volume de fibras, menor foi o intervalo de deformação relacionado com a instabilidade pós-pico. Entretanto, ficou evidenciado, como mostram as curvas, melhora na resposta de resistência pós-pico (resistências residuais) dos concretos VC-35 e VC-45 em relação ao concreto VC-25.

Os valores de resistência à flexão (σ_b), indicados na Tabela 4.3 denotam que, com a adição de fibras nos volumes 25 e 35 kg/m³ não ocorreu aumento e nem mesmo diminuição nos valores dessa propriedade que foi calculada tendo-se como referência a força de pico do gráfico. Entretanto, para o concreto contendo 45 kg/m³ ocorreu diminuição significativa da resistência (em torno de 18%) em relação ao concreto sem fibras.

A resistência residual pós-pico dos concretos, medida pelo fator de tenacidade à flexão ($\overline{\sigma}_b$), apresentou aumento (45%) do grupo VC-25 para o VC-35. Entretanto, para o grupo VC-45, essa esperada tendência não foi constatada, pois apresentou um resistência pós-pico menor que o grupo VC-35 (10%) e maior que a do grupo VC-25 (31%). Novamente aqui, a redução nas resistências (flexão e residual), do concreto do grupo VC-45 em relação aos grupos VC-25 e VC-35, guarda relação com a mobilidade da mistura que, no caso do grupo VC-45 ficou prejudicada.

Figura 4.1 – Curvas médias força-deslocamento dos corpos de prova prismáticos



Fonte: do Autor

Tabela 4.3 – Parâmetros de resistência do comportamento mecânico à flexão

Grupo	Resistência à flexão (σ_b) [MPa]	Tenacidade à flexão (T_b) [N.m]	Fator de tenacidade à flexão ($\bar{\sigma}_b$) [MPa]
VC-R	4,08 ± 10%	-	-
VC-25	3,91 ± 6%	13,18 ± 12%	1,86 ± 10%
VC-35	4,08 ± 4%	18,49 ± 15%	2,69 ± 16%
VC-45	3,36 ± 17%	16,78 ± 25%	2,43 ± 26%

Fonte: do Autor

Os resultados obtidos por meio da caracterização na flexão foram analisados conforme a proposta da ASTM C1609 (2012) por meio das resistências residuais pós-pico na deformação de $L/600 = 0,50 \text{ mm}$ (f_{600}^D) e $L/150 = 2,0 \text{ mm}$ (f_{150}^D), e da proposta da EN 14651 (2007): por meio do estabelecimento da equivalência entre δ e CMOD foi possível determinar os valores de forças residuais associadas com as deformações equivalentes δ_1 e δ_3 (F_j) e, conseqüentemente os valores de resistência residual ($f_{R,j}$). Uma comparação entre os parâmetros de resistência residual à flexão é apresentada na Tabela 4.4.

Conforme os resultados, percebe-se a mesma tendência de comportamento, ou seja, a resistência residual é aumentada do concreto VC-25 para o VC-35, mas a tendência não é verificada para o VC-45, ficando a resistência nesse último grupo, acima do VC-25 e inferior ao VC-35.

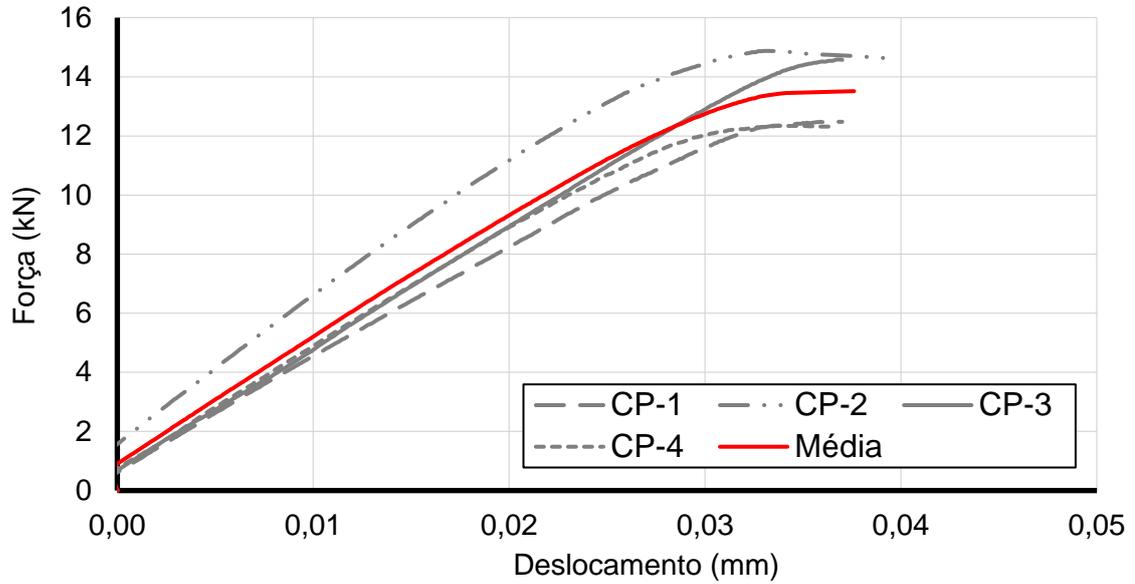
Tabela 4.4 – Resistência à flexão conforme ASTM C1609 (2012) e EN 14651 (2007)

Grupo	ASTM C1609 (2012)		EN 14651 (2007)		
	f_{600}^D [MPa]	f_{150}^D [MPa]	f_{R1} [MPa]	f_{R3} [MPa]	f_{Ftu} [MPa]
VC-25	1,62 ± 16%	1,70 ± 11%	1,60 ± 17%	1,66 ± 11%	0,59
VC-35	2,44 ± 20%	2,61 ± 17%	2,40 ± 20%	2,56 ± 16%	0,91
VC-45	2,50 ± 28%	2,25 ± 29%	2,47 ± 28%	2,21 ± 28%	0,81

Fonte: do Autor

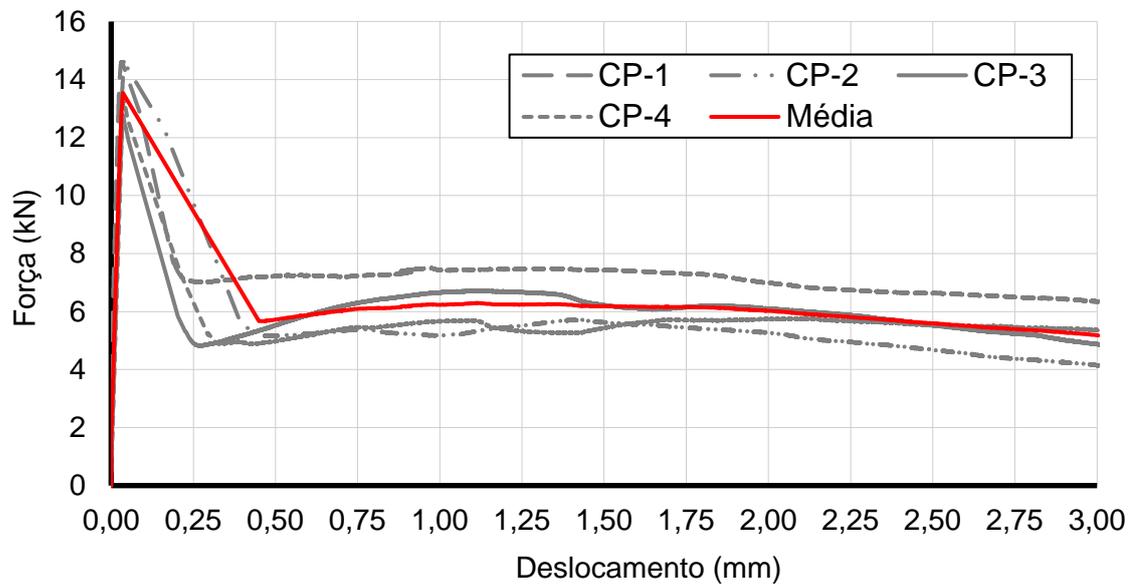
As curvas força-deslocamento central dos concretos de cada grupo são apresentadas nas Figura 4.2 a Figura 4.5.

Figura 4.2 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-R)



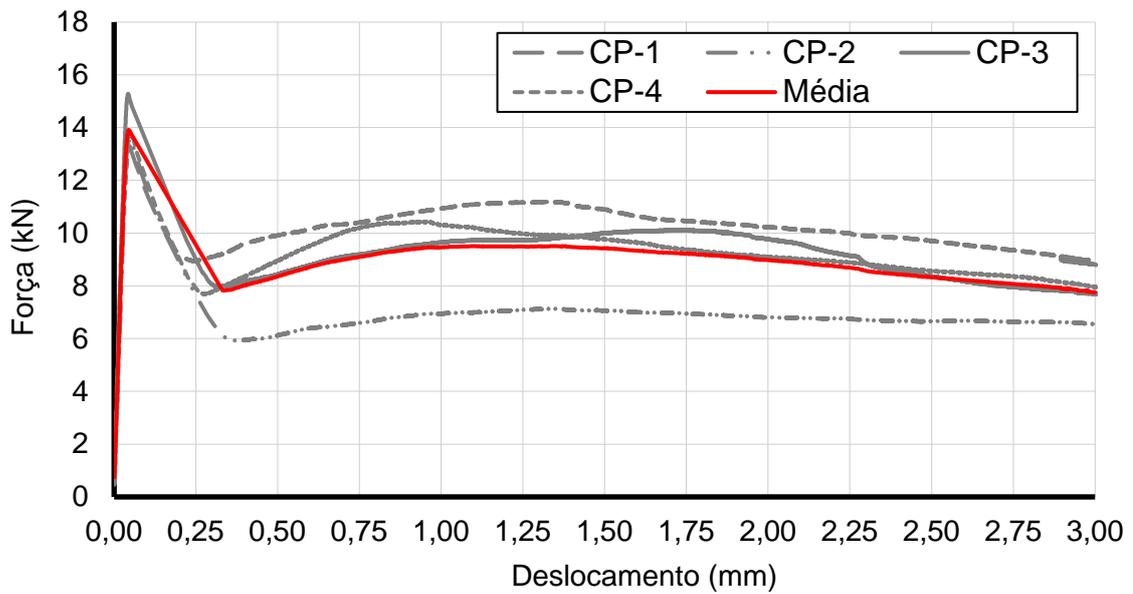
Fonte: do Autor

Figura 4.3 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-25)



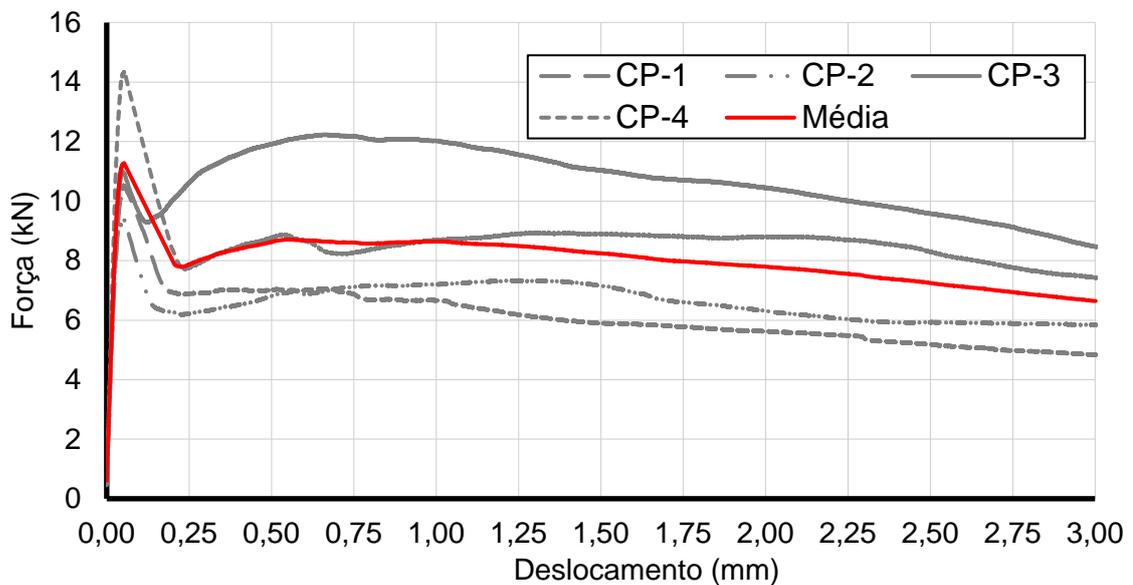
Fonte: do Autor

Figura 4.4 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-35)



Fonte: do Autor

Figura 4.5 – Ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos (VC-45)

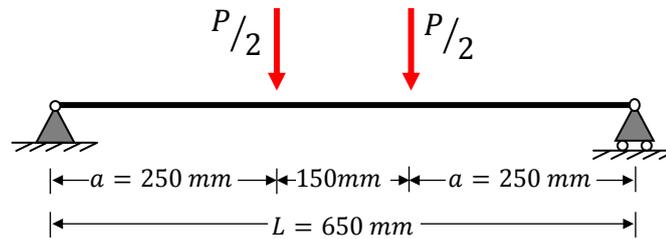


Fonte: do Autor

4.2 VIGAS

Para os resultados experimentais e analíticos, a força P se refere à força total aplicada sobre a viga (força registrada pela célula de carga), conforme esquema estático mostrado na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Esquema estático das vigas chatas

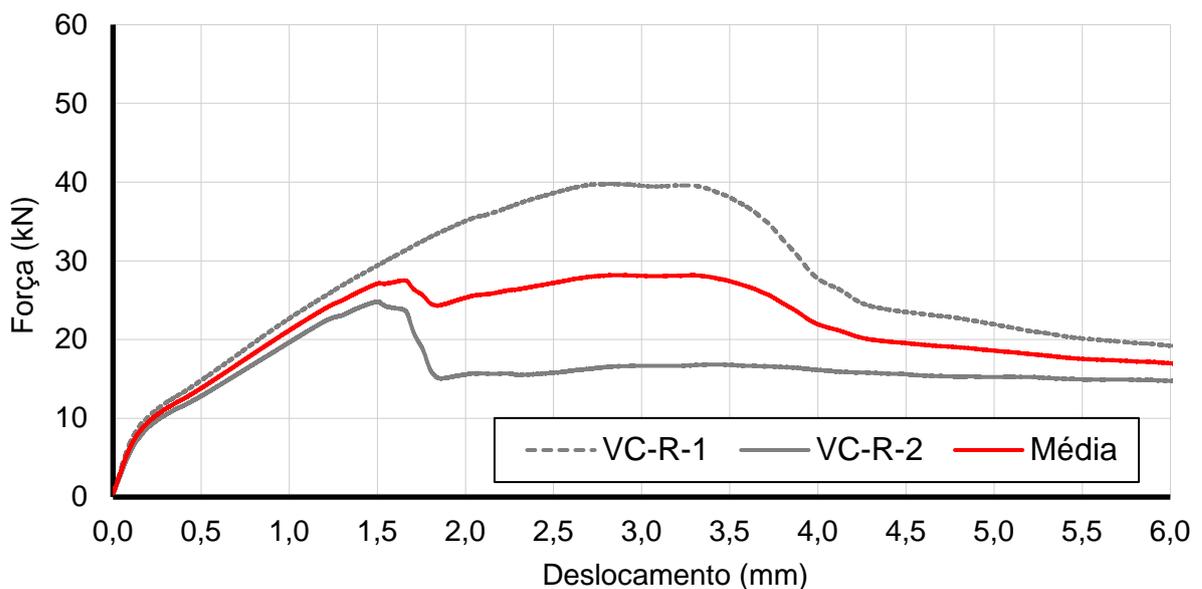


Fonte: do Autor

Na Figura 4.7, apresenta-se o comportamento das vigas chatas do grupo VC-R (VC-R-1 e VC-R-2) em termos de resposta força-deslocamento vertical da seção do meio do vão. Pode ser visualizado que a primeira fissura para a viga VC-R-1 foi correspondente à força de 7,69 kN e para a viga VC-R-2 de 6,72 kN. O comportamento de cada viga, agora fissurada, seguiu linear com leve queda de rigidez até o surgimento da fissura diagonal de cisalhamento correspondente as forças de 35,32 kN e 23,35 kN para as vigas VC-R-1 e VC-R-2, respectivamente.

Após o surgimento da fissura de cisalhamento, a resposta das vigas deu-se mediante nova queda da rigidez, ainda sob incremento de força e deslocamento até o ponto da curva correspondente as forças máximas de pico de 39,78 kN e 24,77 kN, respectivamente para as vigas VC-R-1 e VC-R-2.

Figura 4.7 – Vigas do grupo VC-R



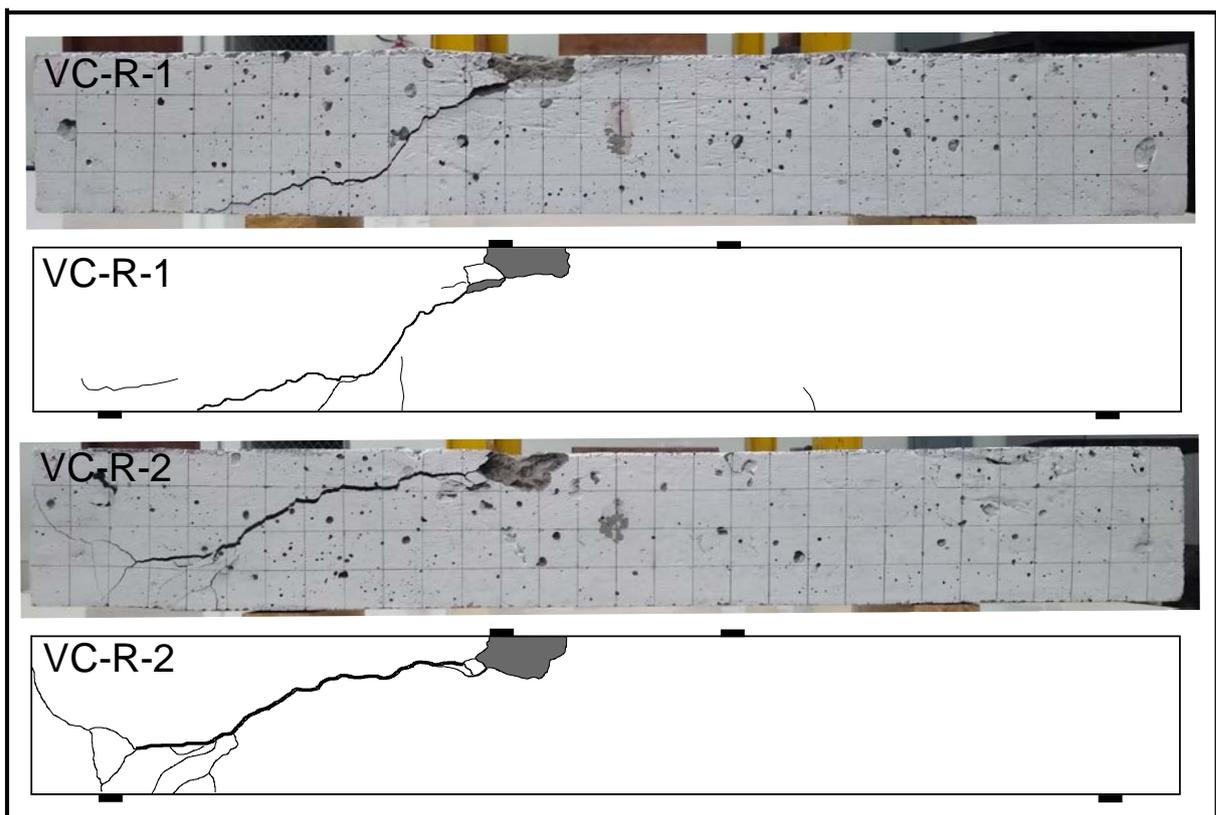
Fonte: do Autor

As primeiras fissuras nas vigas do grupo VC-R foram aquelas de flexão na região entre os pontos de aplicação das forças, praticamente verticais, com aberturas reduzidas e de pequena propagação, quase que imperceptíveis após o descarregamento da viga.

A força de pico foi aquela correspondente ao estágio avançado de abertura e extensão de propagação da fissura diagonal de cisalhamento considerada como representativa do modo de ruína das vigas, como é indicado na Figura 4.8.

Após a força de pico, ocorreu queda brusca na resposta das curvas das vigas e a abertura da fissura principal de cisalhamento aumentou gradativamente com o aumento da deformação da viga e sem correspondência a novos incrementos de força. A fissura então, correspondente a uma ruptura de cisalhamento por tração diagonal do concreto, propagou-se de forma inclinada entre o ponto de aplicação da força e a região do apoio.

Figura 4.8 – Fissura principal de cisalhamento do grupo VC-R



Fonte: do Autor

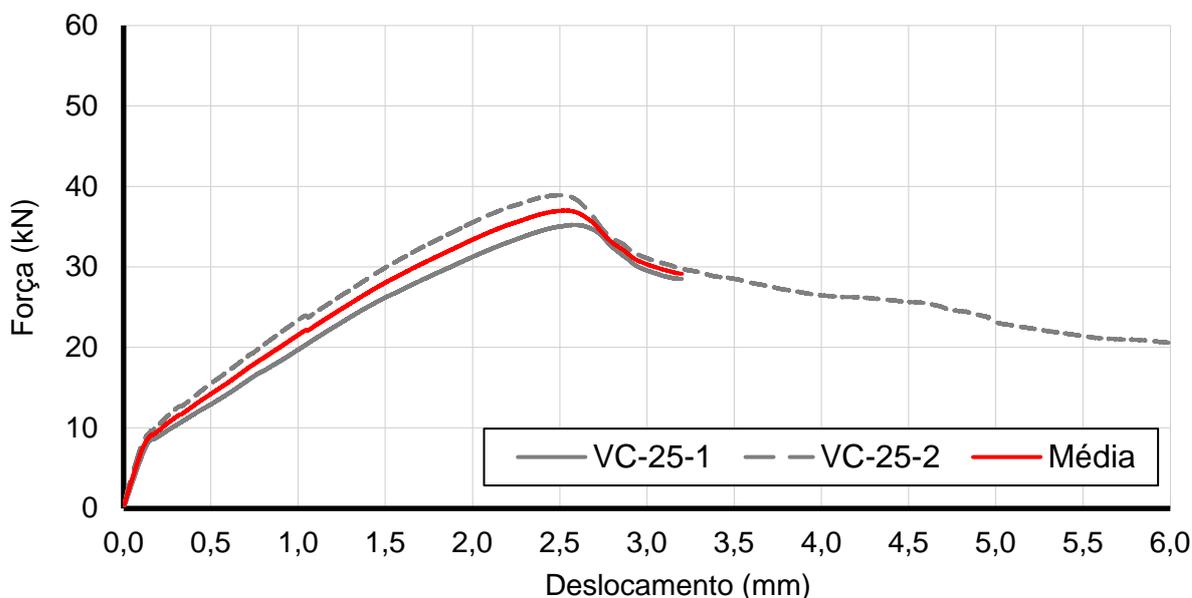
Na Figura 4.9 apresenta-se o comportamento das vigas chatas do grupo VC-25 (VC-25-1 e VC-25-2) em termos de resposta força-deslocamento vertical da seção do meio do vão. Pode ser visualizado que a primeira fissura para a viga VC-25-1 foi de 8,01 kN e para a viga VC-25-

2 foi de 8,55 kN. O comportamento de cada viga, agora fissurada, seguiu linear com leve queda de rigidez até as forças de, respectivamente, 27,30 kN e 24,08 kN para as vigas VC-25-1 e VC-25-2, correspondente ao surgimento de uma fissura inclinada de cisalhamento.

Com o surgimento da fissura de cisalhamento houve pequena queda de rigidez, sem ressaltos significativos nas curvas, com a resposta linear do respectivo trecho até as forças máximas de pico iguais a 35,23 kN para a viga VC-25-1 e 38,92 kN para a VC-25-2.

O comportamento das duas vigas, representativas do grupo, foi praticamente o mesmo: os estágios de comportamento são iguais, as forças de fissuração diferem-se de apenas 7%, as forças de fissura de cisalhamento diferem de apenas 12 % e as correspondentes ao pico diferem-se de 10%.

Figura 4.9 – Vigas do grupo VC-25

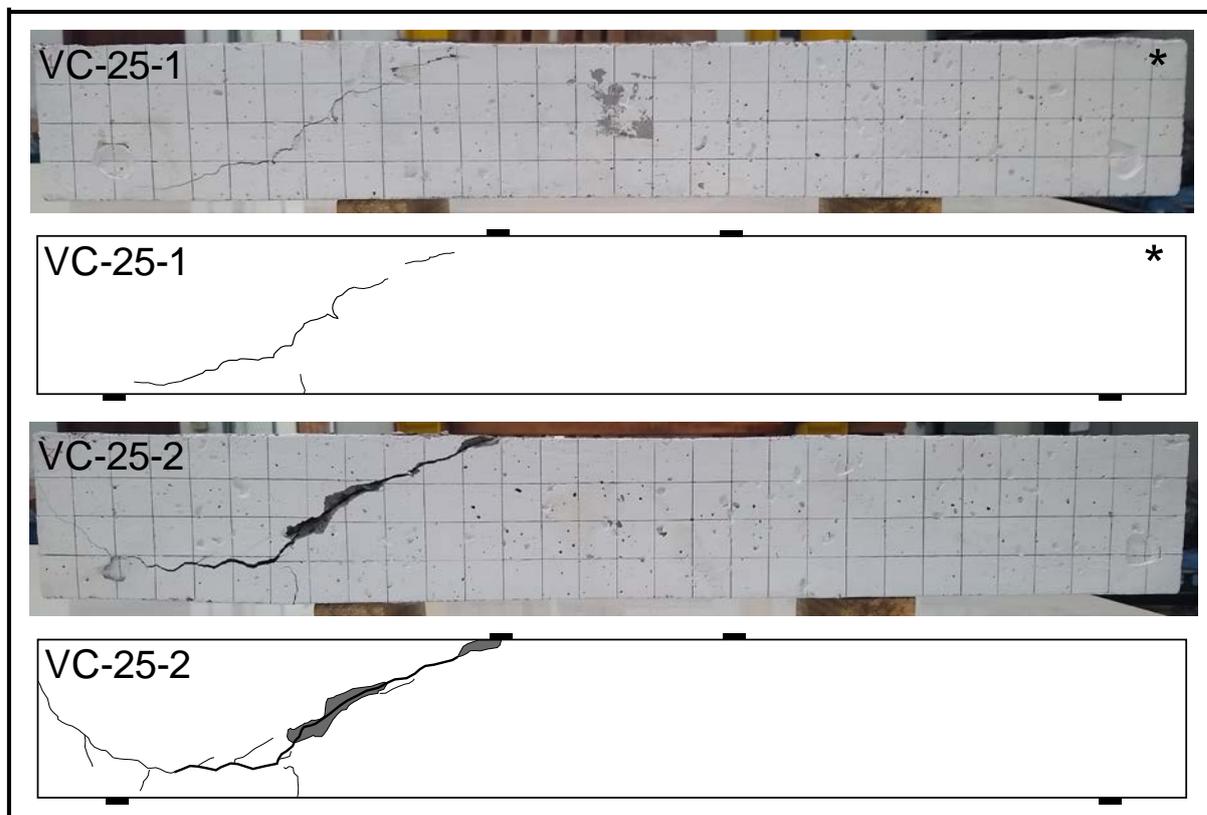


Fonte: do Autor

Na Figura 4.10 indica-se o panorama de fissuração de cada uma das vigas do grupo VC-25 (*devido a problemas na aquisição de dados, a viga VC-25-1 foi ensaiada até o deslocamento central de aproximadamente 3 mm). As primeiras fissuras foram de flexão, e surgiram na região central das vigas, com aberturas reduzidas e pequena propagação. A fissura principal diagonal, iniciou-se com a força correspondente ao surgimento da fissura de cisalhamento, propagando-se sob incremento de força e deslocamento até o pico da curva, representando propagação da fissura entre o apoio e o ponto de aplicação da força.

A ruína do grupo VC-25 ficou então caracterizada por ruptura ao cisalhamento por tração diagonal no concreto.

Figura 4.10 – Fissura principal de cisalhamento do grupo VC-25



Fonte: do Autor

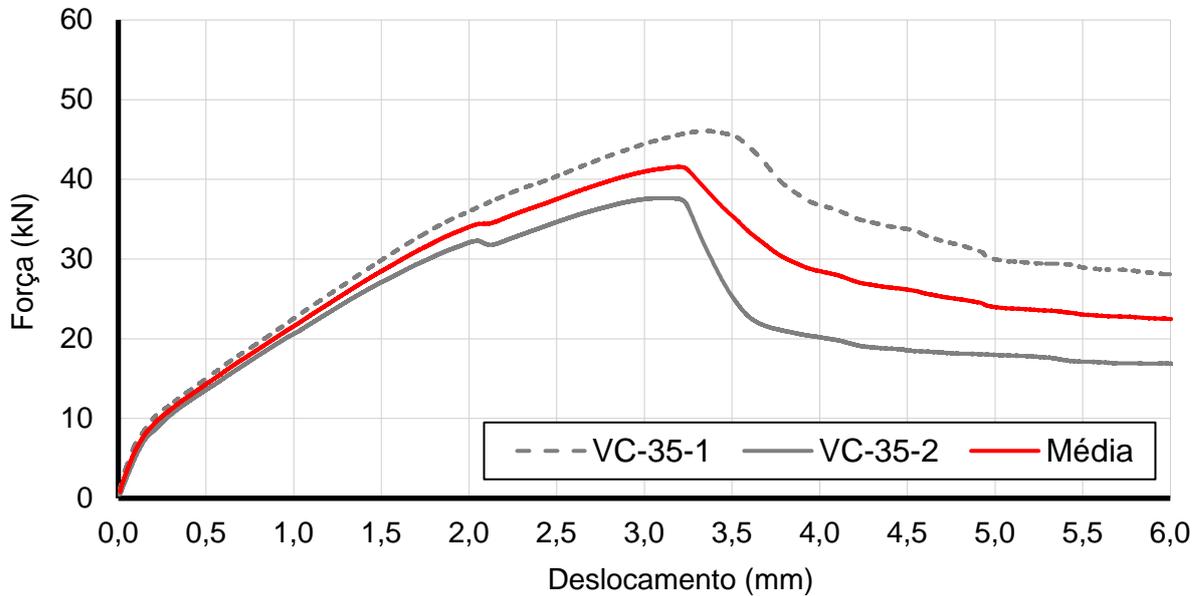
Na Figura 4.11 apresenta-se o comportamento das vigas chatas do grupo VC-35 (VC-35-1 e VC-35-2) em termos de resposta força-deslocamento vertical da seção do meio do vão. Pode ser visualizado que a primeira fissura para a viga VC-35-1 foi de 7,42 kN e para a viga VC-35-2 foi de 6,85 kN. O comportamento de cada viga fissurada seguiu com leve queda de rigidez até as forças de 36,05 kN para a VC-35-1 e 31,97 kN para a VC-35-2, correspondentes ao surgimento da fissura inclinada de cisalhamento.

Com o surgimento da fissura de cisalhamento ocorreu nova queda de rigidez, como pode ser claramente visualizado pelas curvas, e a resposta deu-se de forma linear com incremento na força e deslocamento até a força de pico de 46,09 kN e 37,64 kN para as vigas VC-35-1 e VC-35-2, respectivamente.

Nesse grupo, as duas vigas apresentaram a mesma resposta em termos de estágios de comportamento. A força de fissuração diferiu de apenas 8%, a força da fissura de cisalhamento

diferiu de 12%, entretanto, a força de pico diferiu em até 22%. No estágio pós-pico a resposta da VC-35-1 deu-se sob níveis de força maiores do que aqueles observados na viga VC-35-2.

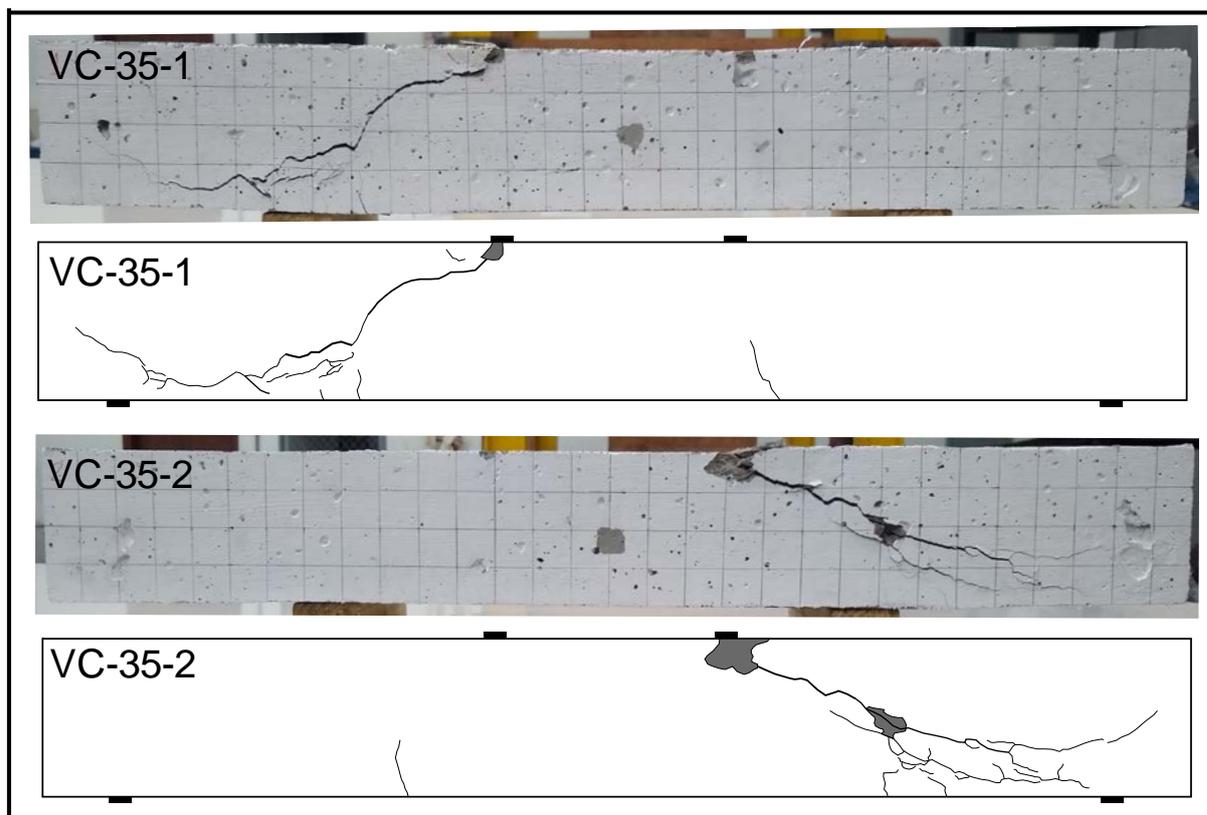
Figura 4.11 – Vigas do grupo VC-35



Fonte: do Autor

Na Figura 4.12 indica-se o panorama de fissuração de cada uma das vigas do grupo VC-35. Novamente aqui, as primeiras fissuras foram aquelas associadas com as tensões normais devido ao momento fletor no trecho entre os pontos de aplicação das forças. A fissura correspondente à ruína das vigas foi aquela que se iniciou com a formação da fissura inclinada de cisalhamento e, se propagou de forma gradual mediante novos incrementos de forças até o pico que, representa o estágio avançado da fissura entre o apoio e o ponto de aplicação da força. A ruína ficou caracterizada pela ruptura por tração diagonal do concreto.

Figura 4.12 – Fissura principal de cisalhamento do grupo VC-35

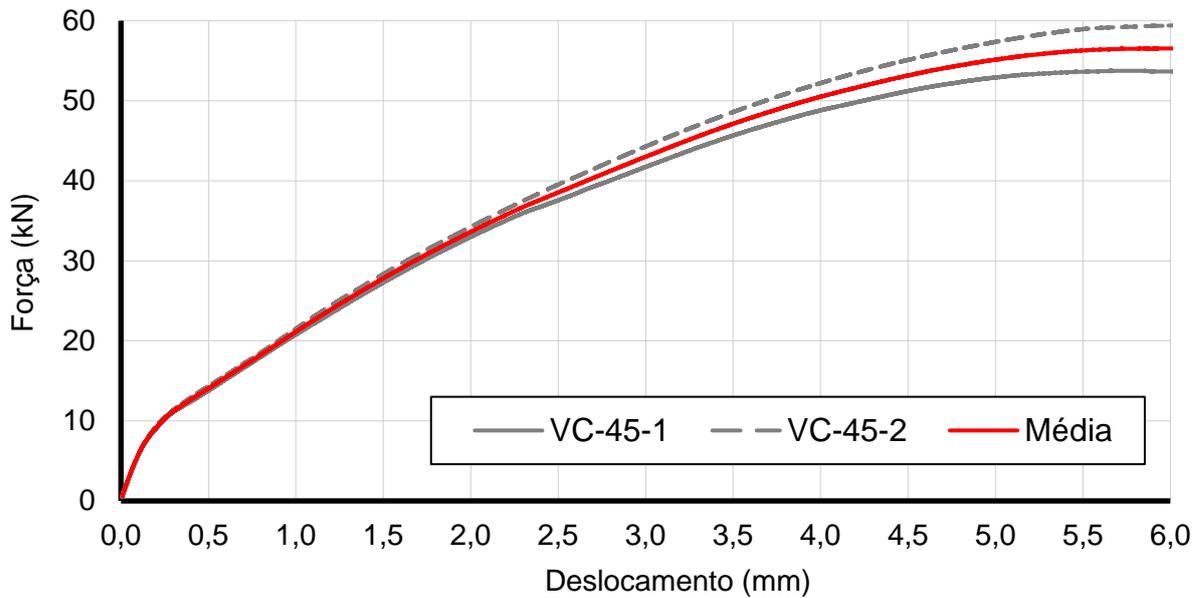


Fonte: do Autor

Na Figura 4.13 apresenta-se o comportamento das vigas chatas do grupo VC-45 (VC-45-1 e VC-45-2) em termos de resposta força-deslocamento vertical da seção do meio do vão. Pode ser visualizado que as duas vigas apresentaram o mesmo valor para a primeira fissura, sendo 6,79 kN para a VC-45-1 e de 6,89 kN para a viga VC-45-2. Com a primeira fissura, foi observada leve queda de rigidez na curva de ambas as vigas, entretanto as respostas seguiram, praticamente idênticas, com incrementos nos valores de força e de deformação. Nova queda de rigidez das vigas foram observadas para as forças de 34,57 kN e 38,51 kN, respectivamente para as vigas VC-45-1 e VC-45-2. Essa modificação na resposta foi bem sutil e refere-se à formação da fissura inclinada de cisalhamento.

A aquisição de dados foi interrompida no deslocamento de 6 mm (visando-se a remoção dos transdutores para resguarda deste) e a força continuou sendo aplicada até a ruína das vigas. Foi observado que novos incrementos de força não foram registrados.

A força de pico registrada para a viga VC-45-1 foi de 53,74 kN e de 59,40 kN para a viga VC-45-2.

Figura 4.13 – Vigas do grupo VC-45

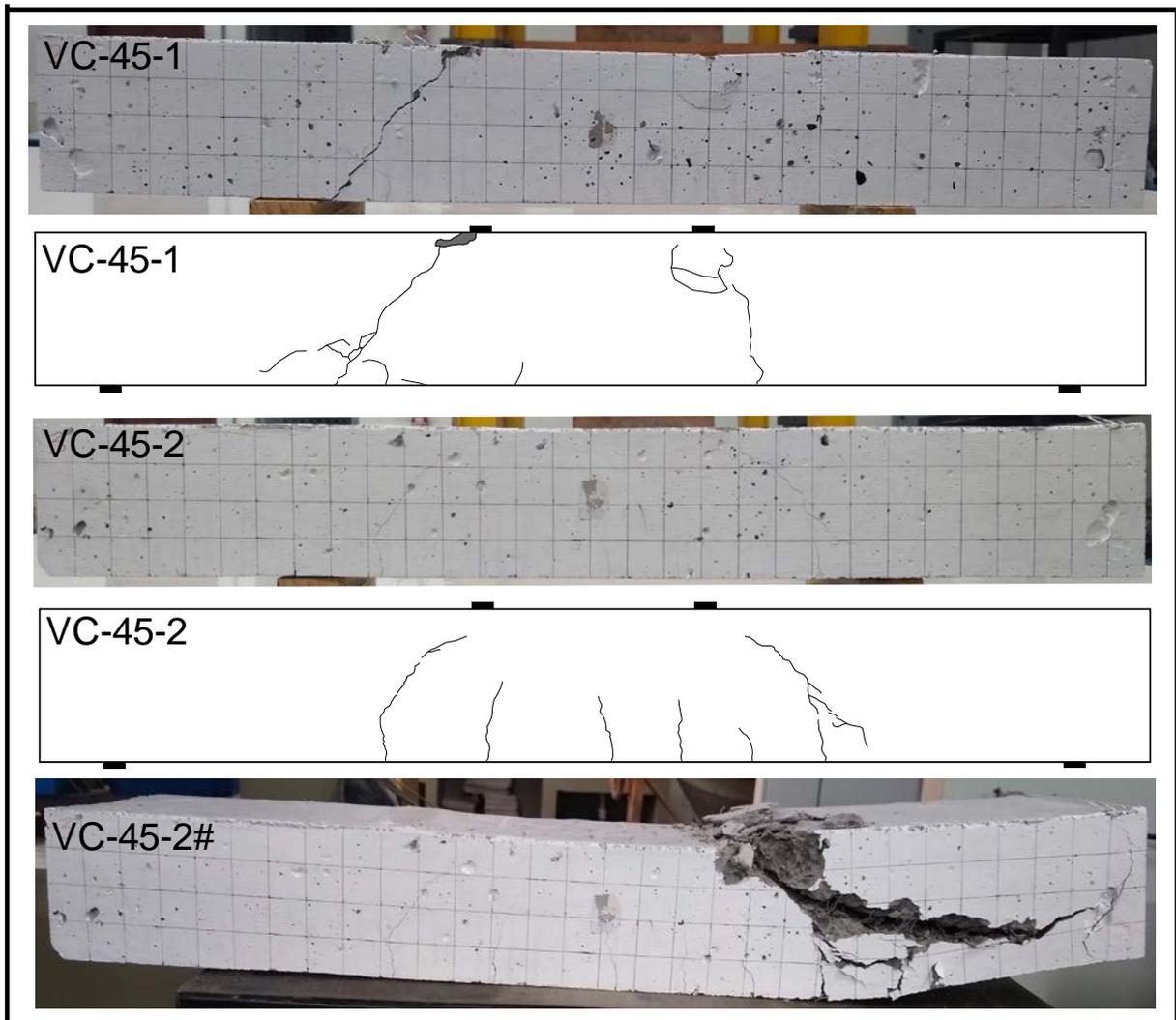
Fonte: do Autor

Na Figura 4.14 indica-se o panorama de fissuração de cada uma das vigas do grupo VC-45. As primeiras fissuras surgiram na região central das vigas, entre os pontos de aplicação das forças, com aberturas reduzidas e praticamente verticais. Fissuras inclinadas surgiram em ambos os lados das vigas, a partir da meia altura da seção, propagando-se gradativamente para o ponto de aplicação da força e para o banzo inferior da viga.

A fissura inclinada nas vigas do grupo VC-45, como mostrado na Figura 4.14, foi formada sem queda de rigidez significativa ou mesmo perceptível por ressaltos nas curvas das vigas.

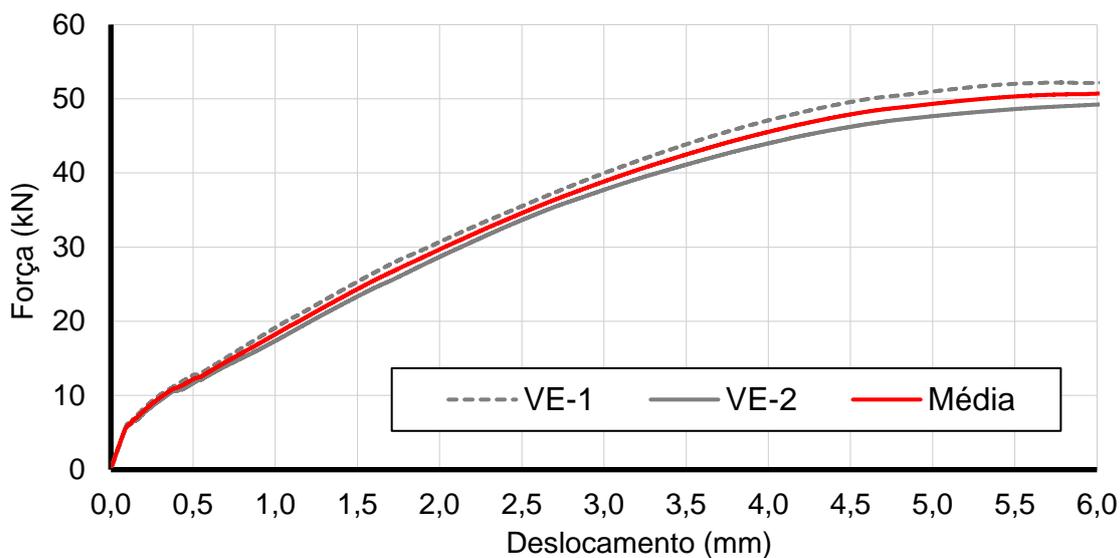
Adicionalmente, para a quantidade de 45 kg/m³ de fibras foi observada uma múltipla fissuração semelhante àquela da viga armada com estribos.

Figura 4.14 – Fissuração do grupo VC-45



Fonte: do Autor

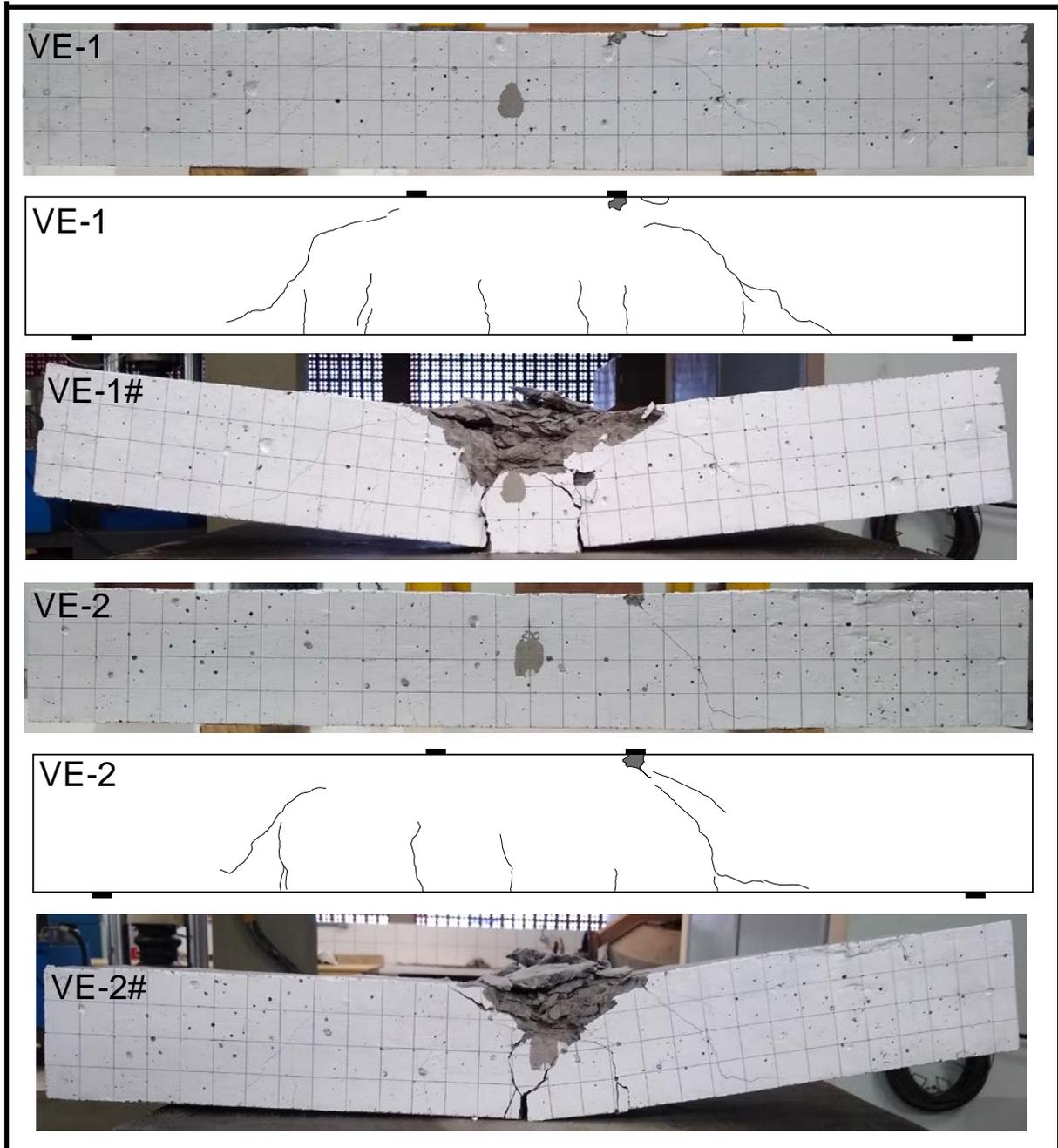
Na Figura 4.15 apresenta-se o comportamento das vigas chatas do grupo VE (VE-1 e VE-2) em termos de resposta força-deslocamento vertical da seção do meio do vão. Pode ser visualizado que a primeira fissura para a viga VE-1 foi correspondente a força de 5,56 kN e para a viga VE-2 de 6,24 kN. O comportamento de cada viga, agora fissurada, seguiu com leve queda de rigidez até as forças de 33,12 kN e 33,79 kN, respectivamente para as vigas VE-1 e VE-2, onde ocorreu nova queda de rigidez por conta da formação da fissura inclinada de cisalhamento. O comportamento das vigas seguiu mediante incrementos na força e deslocamento até o patamar que representa as forças máximas de pico de 52,20 kN e 49,22 kN, respectivamente para as vigas VE-1 e VE-2.

Figura 4.15 – Vigas do grupo VE

Fonte: do Autor

Na Figura 4.16 indica-se o panorama de fissuração de cada uma das vigas do grupo VC-E. Nesse grupo, as primeiras fissuras foram aquelas de flexão e na região entre os pontos de aplicação das forças. As fissuras de cisalhamento tiveram sua abertura e propagação restringida pela presença dos estribos. O mesmo aspecto foi observado no grupo VC-45, onde as fibras, pelo efeito de ponte, atuaram no sentido de impedir a abertura e a propagação da fissura principal de cisalhamento.

Na Figura 4.16 apresenta-se o aspecto das vigas até ao final da aquisição de dados (no deslocamento de 6 mm), mas também a configuração final na ruína da viga (VE-1# e VE-2#).

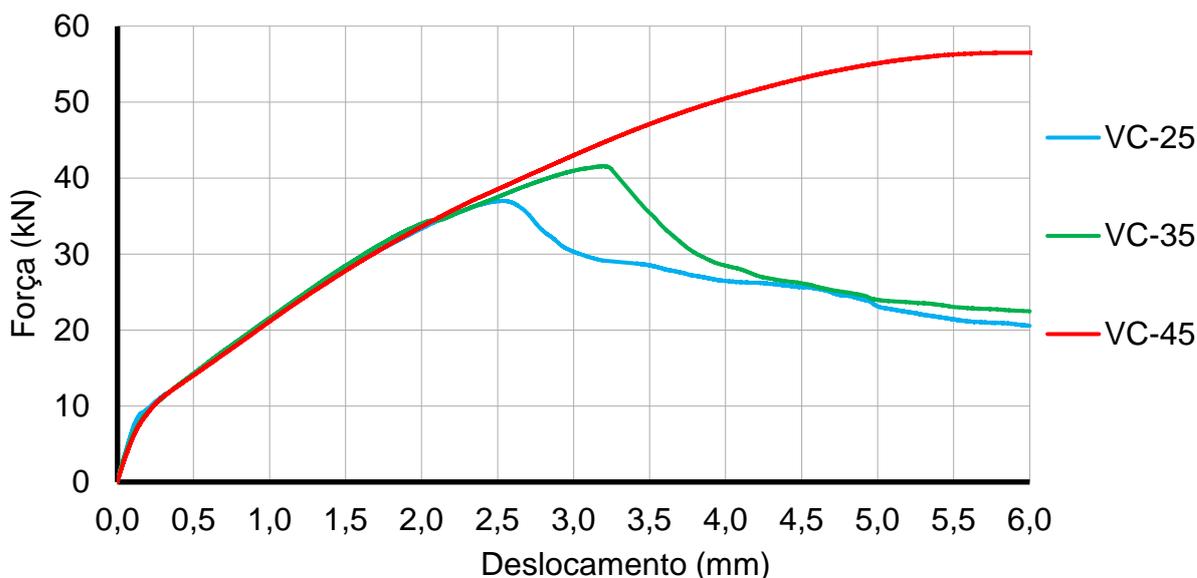
Figura 4.16 – Fissuração do grupo VE

Fonte: do Autor

Na Figura 4.17 são reunidas as curvas médias força-deslocamento somente daqueles grupos de vigas contendo fibras. Fica evidenciado que ocorrem diferenças nas respostas entre as vigas conforme varia-se a quantidade de fibras. Com o aumento da quantidade de fibras verifica-se tendência de melhora do comportamento pós-pico e de aumento da resistência do elemento estrutural.

Uma das principais implicações observadas é que, as vigas chatas alcançaram uma resistência última ao cisalhamento maior do que aquela correspondente a primeira fissura de cisalhamento. O colapso não corresponde ao surgimento da primeira fissura de cisalhamento. A mesma constatação foi registrada pela pesquisa de Conforti, Minelli e Plizzari (2013).

Figura 4.17 – Curvas médias força-deslocamento das vigas com fibras



Fonte: do Autor

Na Figura 4.18 são reunidas as curvas médias força-deslocamento de cada grupo de viga para efeito de estabelecimento de comparações.

Percebe-se que, para os consumos de fibra estudados, as fibras de aço não alteraram a rigidez à flexão das vigas nos Estádios I e II. Em relação ao grupo VC-R, com o aumento do volume de fibras, percebe-se incremento gradativo na força de pico e resposta pós-pico em patamar de rigidez mais elevado.

As fibras, mesmo em baixos consumos (25 e 35 kg/m³), foram suficientes para modificar a resposta, antes e após o pico, em relação as vigas do grupo VC-R sem estribos. A modificação antes do pico foi aquela observada pelo atraso no surgimento da fissura de cisalhamento e aumento da força de pico. Após o pico, a modificação observada é aquela caracterizada por maiores valores de força com o aumento da deformação da viga.

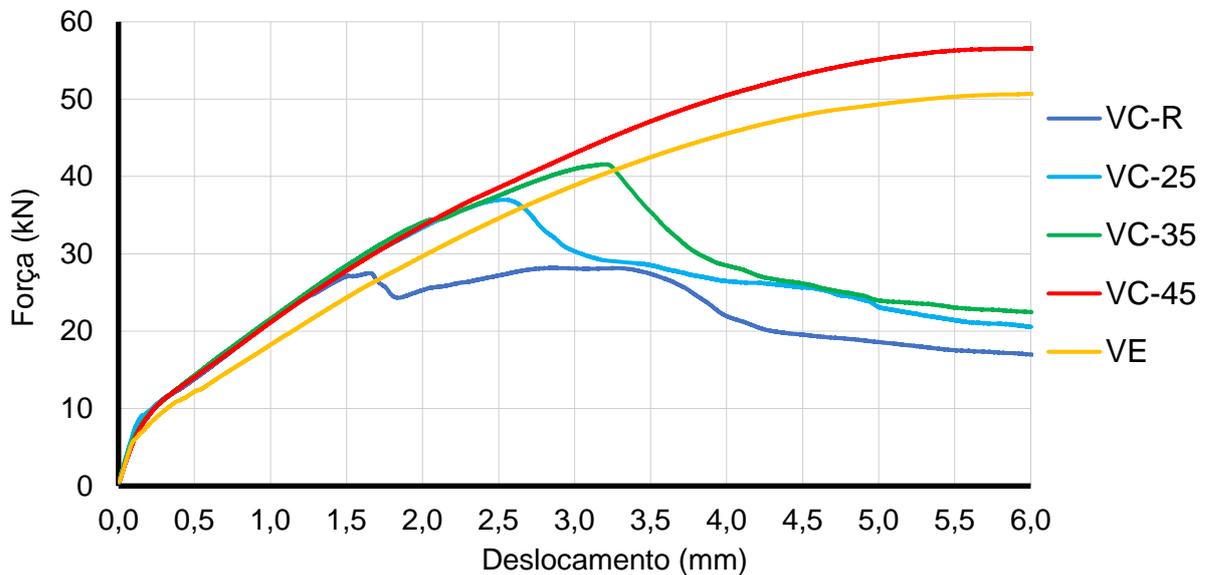
Com o consumo de 45 kg/m³ de fibras, o comportamento da viga foi significativamente modificado em relação a resposta da viga sem estribo (VC-R). Na viga sem estribo, a diferença entre a força máxima e a de surgimento da fissura principal foi de apenas 10%, enquanto que na VC-45 essa diferença chegou a 70%.

As fibras, portanto, condicionaram a propagação da fissura principal com aumentos gradativos nos valores de força. Já na viga VC-R, a força máxima é quase que aquela correspondente ao surgimento da fissura de cisalhamento.

Outra importante consideração a ser estabelecida é quando da comparação da resposta da viga VC-45 com a viga armada convencionalmente com estribos. O comportamento das vigas é semelhante, a diferença fica apenas na maior rigidez no Estádio II da viga com fibras em relação a viga armada. Nesse sentido, vê-se que com a quantidade de 45 kg/m³ de fibras seria possível substituir completamente a quantidade mínima de armadura de cisalhamento na viga chata, pois a resposta do grupo VC-45 diferencia-se dos grupos contendo 25 e 35 kg/m³ de fibras, assemelhando-se ao comportamento da viga contendo estribos, porém sob maiores valores de forças (cisalhamento e de pico).

Segundo resultados da pesquisa realizada por Conforti, Minelli e Plizzari (2013), o consumo de apenas 25 kg/m³ de fibras já seria suficiente para substituir completamente a quantidade mínima de armadura em vigas chatas.

Figura 4.18 – Curvas médias força-deslocamento dos grupos de vigas



Fonte: do Autor

Na Tabela 4.5 são agrupados os valores de força das vigas e seus valores médios representativos de cada grupo. São indicados os valores das forças de fissuração (P_f), força correspondente ao surgimento da fissura de cisalhamento (P_f) e força de pico (P_u). Para cada um dos valores de força são associados os respectivos deslocamentos, sendo eles: deslocamento

equivalente a força de primeira fissura (δ_r), deslocamento equivalente ao surgimento da fissura de cisalhamento (δ_f) e deslocamento correspondente à força de pico (δ_u).

As vigas com estribo apresentaram ruptura típica correspondente ao ELU do Domínio 3, caracterizada por escoamento da armadura tracionada, seguido pelo esmagamento do concreto do banzo comprimido. As demais vigas apresentaram ruína por cisalhamento caracterizada pela fissura diagonal que surgiu no vão entre a força e o apoio, sendo demonstrado que as fibras tiveram condições de melhorar o comportamento das vigas chatas (aqui analisadas) em termos de aumento da força máxima e da força de surgimento da fissura principal de cisalhamento. Ficou também revelado que há uma tendência de melhora na resposta das vigas chatas (em termos de forças e de ductilidade) com o aumento do consumo de fibras.

Tabela 4.5 – Forças de fissuração, cisalhamento e de pico

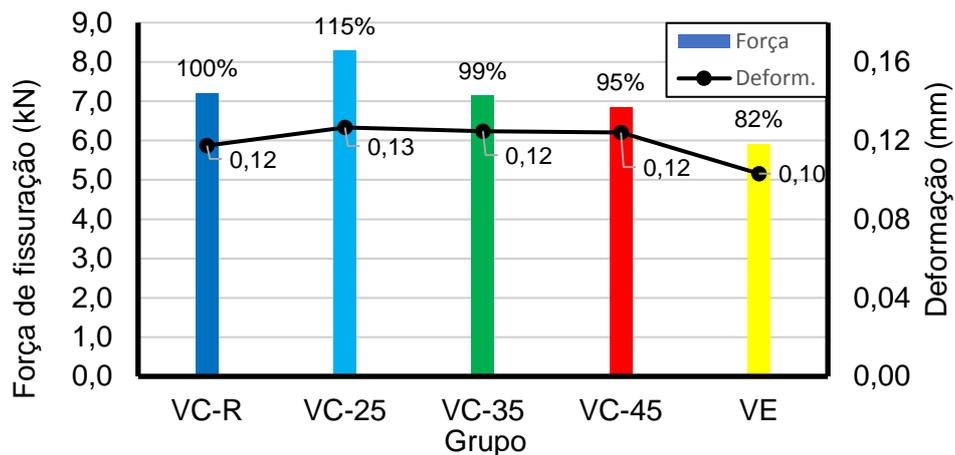
Grupo	Viga	P_r (kN)	δ_r (mm)	P_f (kN)	δ_f (mm)	P_u (kN)	δ_u (mm)	Modo de ruína
VC-R	VC-R-1	7,69	0,11	35,32	2,04	39,78	2,83	Cisalhamento
	VC-R-2	6,72	0,12	23,35	1,32	24,77	1,50	Cisalhamento
	Média	7,20	0,12	29,34	1,68	32,28	2,16	-
VC-25	VC-25-1	8,01	0,14	27,30	1,61	35,23	2,59	Cisalhamento
	VC-25-2	8,55	0,12	24,08	1,09	38,92	2,50	Cisalhamento
	Média	8,28	0,13	25,69	1,35	37,08	2,54	-
VC-35	VC-35-1	7,42	0,11	36,05	2,01	46,09	3,36	Cisalhamento
	VC-35-2	6,85	0,14	31,97	2,00	37,64	3,05	Cisalhamento
	Média	7,14	0,12	34,01	2,00	41,87	3,20	-
VC-45	VC-45-1	6,79	0,12	34,57	2,15	53,74	5,83	Cisalhamento
	VC-45-2	6,89	0,12	38,51	2,40	59,40	6,00	Cisalhamento
	Média	6,84	0,12	36,54	1,97	56,57	5,91	-
VE	VE-1	5,56	0,10	33,12	2,25	52,20	5,81	Flexão
	VE-2	6,24	0,11	33,79	2,51	49,22	6,00	Flexão
	Média	5,90	0,10	33,46	2,38	50,71	5,90	-

Fonte: do Autor

Na Figura 4.19 comparam-se as forças médias de fissuração para cada grupo, bem como o respectivo deslocamento. Em relação ao grupo VC-R, o grupo VC-25 apresentou um aumento de 15%, o grupo VC-35 uma redução de apenas 1%, o grupo VC-45 uma redução de 5%, e o grupo VE também apresentou uma redução de 18% no valor da força de fissuração.

As deformações relativas à força de fissuração das vigas foram muito similares, e praticamente deram-se com valor médio de 0,12 mm de deslocamento. Assim, é possível afirmar que somente no grupo VC-25 as fibras exerceram influência sobre a força de primeira fissura, elevando-a. Nos demais grupos, as fibras tendem a diminuir a força de primeira fissura com o aumento do teor de fibras.

Figura 4.19 – Força de fissuração dos grupos

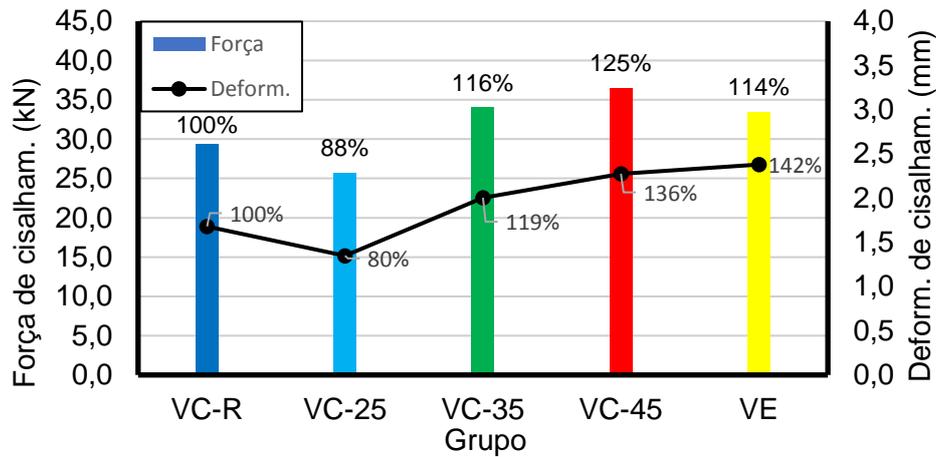


Fonte: do Autor

Na Figura 4.20 comparam-se as forças médias correspondentes ao surgimento da fissura de cisalhamento, bem como o respectivo deslocamento. Em relação ao grupo VC-R, o grupo VC-25 apresentou uma redução de 12%, o grupo VC-35 um aumento de 16%, o grupo VC-45 um aumento de 25%, e o grupo VE um aumento de 14% no valor da força de correspondente ao surgimento da fissura de cisalhamento.

Fica destacada a resposta para o teor de fibras de 45 kg/m³, em que, maior valor de força de fissura de cisalhamento foi registrada. Além disso, o grupo com estribos apresentou um maior deslocamento até o surgimento dessa fissura.

Figura 4.20 – Força de cisalhamento dos grupos

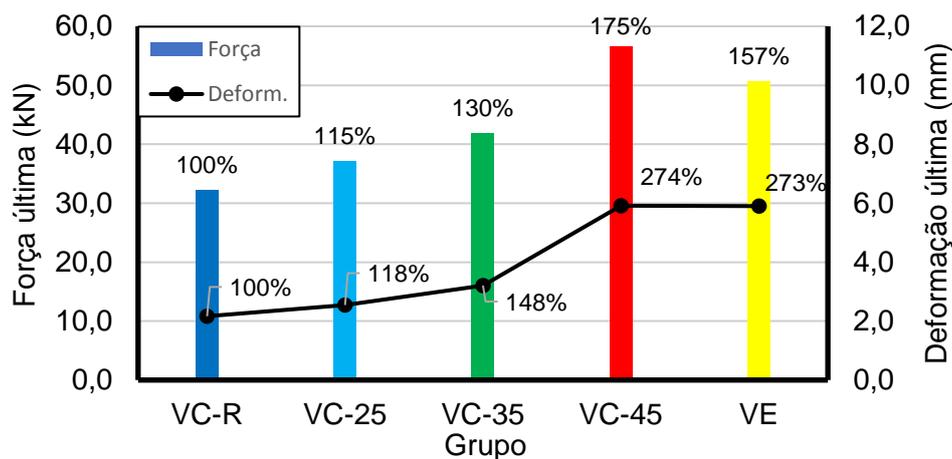


Fonte: do Autor

Na Figura 4.21 compara-se a força média de pico dos grupos, bem como o deslocamento associado. Em relação ao grupo de referência VC-R, ocorreu aumento de 15% na força de pico para o grupo VC-25, de 30% para o grupo VC-35, de 75% para o grupo VC-45 e, 57% para o grupo VE.

Comportamento similar ocorreu com o deslocamento último, com um crescimento mais expressivo em relação ao grupo VC-R, de 18%, 48%, 174% e 173% respectivamente, para cada grupo.

Figura 4.21 – Força de pico dos grupos

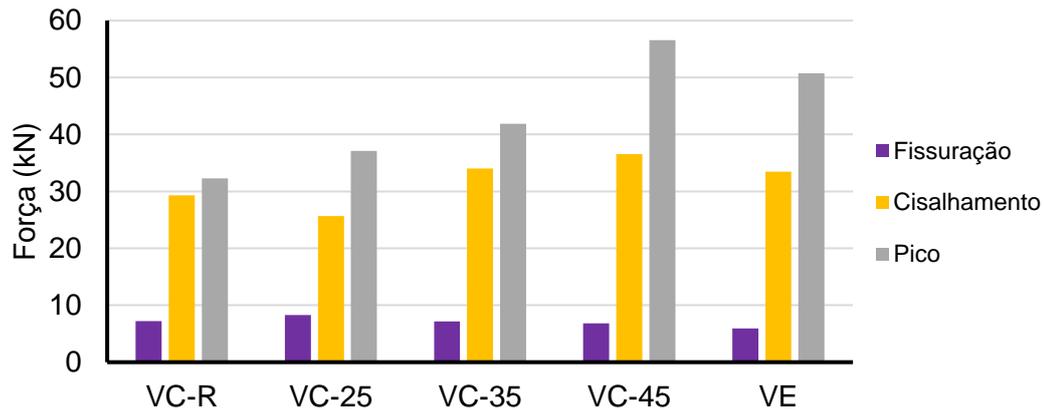


Fonte: do Autor

Para efeitos de comparações, na Figura 4.22 são reunidas as forças médias de fissuração, de cisalhamento e de pico de cada grupo de vigas. Da figura verifica-se que o intervalo entre a

força correspondente a fissura de cisalhamento e de pico tende a aumentar do grupo VC-R para o grupo VC-45, denotando-se a influência das fibras em melhorar a capacidade de carga entre o intervalo em que surge a primeira fissura de cisalhamento e aquele em que a viga atinge sua capacidade máxima.

Figura 4.22 – Forças médias



Fonte: do Autor

Tem-se então que nenhuma das vigas chatas falharam logo quando do surgimento da fissura de cisalhamento, ocorrendo um intervalo de capacidade resistente (força de pico/força de fissura de cisalhamento). Esse intervalo de capacidade resistente foi maior nos grupos com fibras, e para o consumo de 45 kg/m³, superou inclusive o grupo com estribos.

Na Tabela 4.6 é também estabelecido o indicador ($\mu = \delta_u / \delta_f$) para representar a ductilidade em termos de deformação entre a força de pico e de surgimento da fissura de cisalhamento.

Tabela 4.6 – Intervalo de capacidade resistente

Grupo	P_u/P_f	δ_u/δ_f
VC-R	1,10	1,29
VC-25	1,44	1,89
VC-35	1,23	1,60
VC-45	1,55	2,60
VE	1,52	2,48

Fonte: do Autor

4.3 ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA DAS VIGAS

Nesse item, os resultados experimentais são comparados com modelos analíticos, valores normativos, bem como *software* de análise estrutural.

4.3.1 Estimativa da resistência residual à tração do CRFA

Para estimar a resistência residual à tração do CRFA (f_{Ftu}), utilizou-se o modelo constitutivo de Singh (2017), de acordo com a Equação (2.14). A resistência à compressão utilizada foi aquela obtida experimentalmente para cada grupo, e a resistência e geometria das fibras são aquelas fornecidas pelo fabricante.

$$f_{Ftu} \leq \begin{cases} 0,3 \cdot \eta_f \sqrt{f_c} \cdot V_f \cdot l_f / d_f \\ 0,87 \cdot f_{fy} \cdot V_f \end{cases} \quad (2.14)$$

Em posse das respectivas resistências residuais à tração dos grupos, utilizando a formulação da resistência da seção de CRFA à flexão de Singh (2014), conforme Equação (2.18), pode-se calcular o momento último para a seção dos prismas ensaiados à flexão.

$$\frac{M_u}{f_c b h^2} = 0,24 \left(\frac{x}{h}\right)^2 + 0,5 \frac{f_{Ftu}}{f_c} \left(1 - \frac{x}{h}\right)^2 \quad (2.18)$$

Por meio do esquema estático do ensaio à flexão dos prismas, pode-se calcular a força última, referente ao momento último da seção. Os resultados intermediários do cálculo são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Momento e força última para os prismas

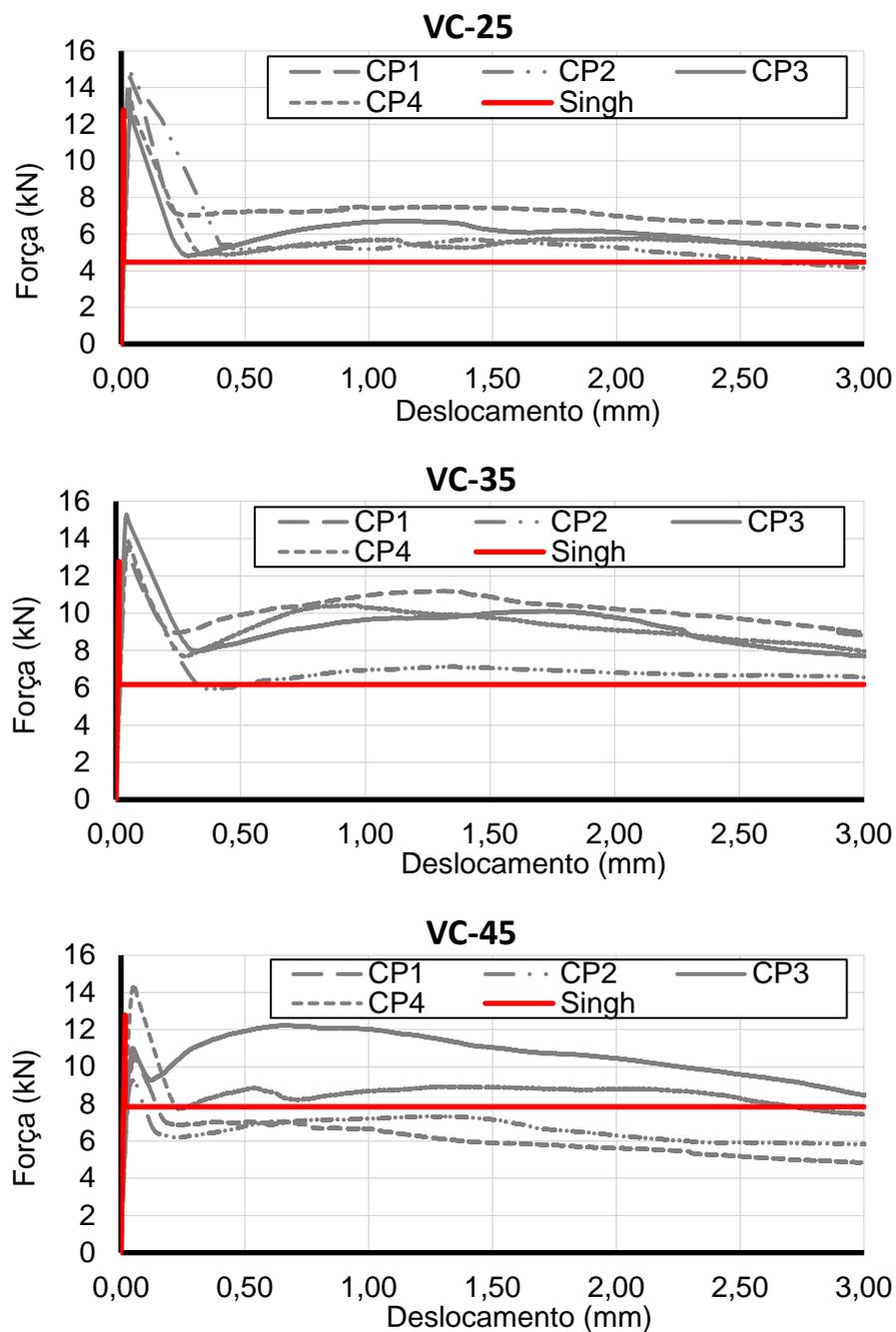
Grupo	Resistência residual à tração (f_{Ftu}) pelo modelo de Singh (2017) [MPa]	Momento último [kN.m]	Força última [kN]
VC-25	0,473	0,230	4,59
VC-35	0,663	0,318	6,36
VC-45	0,824	0,390	7,80

Fonte: do Autor

Na Figura 4.23 é apresentada uma comparação das curvas experimentais do ensaio dos corpos de prova prismáticos à flexão, com a força última analítica.

Para os teores de 25 e 35 kg/m³, o modelo analítico estimou com segurança o comportamento (similar à curva inferior). Para o teor de 45 kg/m³, que teve uma maior variabilidade no ensaio, o modelo analítico se aproximou da curva média.

Figura 4.23 – Ensaio à flexão - experimental vs analítico



Fonte: do Autor

4.3.2 Modelos analíticos para descrição do comportamento das vigas chatas

Para uma viga de concreto armado sujeita à flexão simples, com armadura transversal mínima, estribos perpendiculares ao eixo longitudinal e bielas de compressão à 45°, a força cortante resistente de cálculo (V_{Rd}), de acordo com a NBR 6118 (2014), é dada pela Equação (4.1).

$$V_{Rd} \leq \begin{cases} 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} b d \\ 0,6 f_{ctd} b d + \frac{A_{sw}}{s} 0,9 d f_{ywd} \end{cases} \quad (4.1)$$

Para elementos lineares de CRFA, com armadura longitudinal e sem armadura transversal, o esforço cortante resistente de cálculo, de acordo com a NBR 16935 (2021) é dada pela Equação (2.25).

$$V_{Rd,F} = \left\{ \frac{0,18}{\gamma_c} k \left[100 \rho_l \left(1 + 7,5 \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right]^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp} \right\} b_w d \geq V_{Rd,F,min} \quad (2.25)$$

A resistência à flexão de uma seção de concreto armado reforçado com fibras de aço, de acordo com a NBR 16935 (2021), pode ser dada pela Equação (2.24).

$$M_u = f_{Ftu} b (h - x) (0,5h + 0,1x) + A_s f_y (d - 0,4x) \quad (2.24)$$

Na Tabela 4.8, para todos os grupos, são indicados a força de pico experimental ($P_{u,exp}$), a capacidade de carga teórica ao cisalhamento ($P_{u,teor,c}$) e a capacidade de carga teórica à flexão ($P_{u,teor,fl}$), calculadas de acordo com a NBR 6118 (2014) para o grupo VE, e de acordo com a NBR 16935 (2021) aliada ao modelo de Singh (2017) para o restante dos grupos.

Como todos os valores de $P_{u,exp} / P_{u,teor}$ foram maiores que 1, os equacionamentos das normas brasileiras, aliados ao modelo constitutivo de Singh (2017) para o CRFA, conseguiram prever com segurança a ruína de todos os grupos de vigas chatas estudados.

Tabela 4.8 – Capacidade de carga ao cisalhamento e à flexão

Grupo	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,teor,c}$ [kN]	$P_{u,teor,fl}$ [kN]	Ruptura	$P_{u,exp} / P_{u,teor}$
VC-R	32,28	28,00	39,90	Cisalhamento	1,15
VC-25	37,08	36,37	40,79	Cisalhamento	1,02
VC-35	41,87	38,84	41,42	Cisalhamento	1,08
VC-45	56,57	41,02	42,99	Cisalhamento	1,38
VE	50,71	147,08	39,90	Flexão	1,27

Fonte: do Autor

Percebe-se que os menores coeficientes de segurança são aqueles relativos aos grupos com menores quantidades de fibra, indicando que se deve tomar cuidado ao trabalhar com consumos de fibra muito pequenos, e reforçando a importância da preconização de um desempenho mínimo para o CRFA.

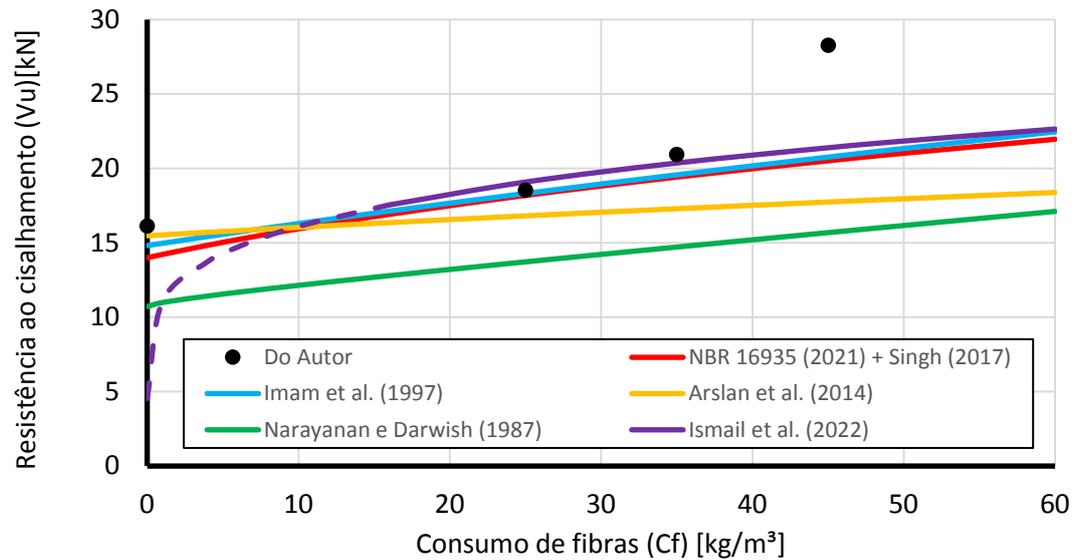
Para melhor avaliar a influência das fibras de aço, na Figura 4.24 e Tabela 4.10 é apresentado uma comparação da evolução da resistência ao cisalhamento da viga chata em função do consumo de fibras, com base na formulação da NBR 16935 (2021) em conjunto com Singh (2017), de Imam *et al.* (1997), de Arslan (2014), de Narayanan e Darwish (1987), e Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022) conforme equações da Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA

Autor	Equação
Narayanan e Darwish (1987)	$V_u = \left[e \left(0,24 f_{sp} + 80 \rho \frac{d}{a} \right) + v_b \right] b d \quad (2.30)$
Arslan (2014)	$V_u = \left[\left(0,2 (f'_c)^{2/3} \frac{c}{d} + \sqrt{\rho (1 + 4F) f'_c} \right)^3 \sqrt{\frac{3}{a/d}} \right] b d \quad (2.37)$
Imam <i>et al.</i> (1997)	$V_u = \left[0,6 \psi^3 \sqrt{\omega} \left(f_c'^{0,44} + 275 \sqrt{\frac{\omega}{(a/d)^5}} \right) \right] b d \quad (2.42)$
Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022)	$V_u = K \lambda (6,7 \rho_s + 0,5 F^{0,25}) \left(\frac{d}{a} \right)^{0,75} \sqrt{f'_c} b d \quad (2.48)$

Fonte: do Autor

Figura 4.24 – Progressão da resistência ao cisalhamento da viga chata



Fonte: do Autor

Os modelos de Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022), NBR 16935 (2021) + Singh (2017) e Imam *et al.* (1997) apresentaram uma maior convergência na previsão. Deve-se observar que dentre a faixa de variação dos parâmetros da equação de Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022), está uma fração volumétrica de fibra de aço maior que 0,20%, conforme Tabela 2.3. O modelo proposto por Narayanan e Darwish (1987) se mostrou o mais conservador para a tipologia estudada.

Todos os modelos apresentaram taxa de crescimento da resistência ao cisalhamento com o aumento do consumo de fibras com valor similar, com exceção de Arslan (2014), que aponta uma menor progressão da resistência ao cisalhamento com o aumento do consumo de fibras.

Os três primeiros pontos experimentais apresentam uma tendência de crescimento próxima à das curvas analíticas. O último ponto, referente ao maior teor de fibras (45 kg/m³) não seguiu essa tendência, apontando uma resistência cerca de 30% maior que o esperado.

Esse efeito pode estar ligado a menor trabalhabilidade desse concreto, favorecendo a concentração de fibras em certas regiões, e possivelmente elevando a resistência ao cisalhamento local do elemento.

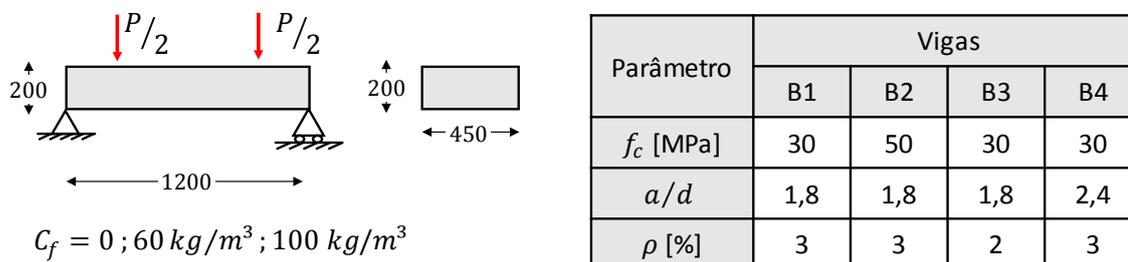
Tabela 4.10 – Previsão da resistência ao cisalhamento das vigas chatas de CRFA

Viga	Resistência ao cisalhamento (V_u) [kN]					
	Do Autor	NBR 16935 (2021) + Singh (2017)	Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022)	Imam <i>et al.</i> (1997)	Arlsan (2014)	Narayanan e Darwish (1987)
VC-R	16,14	14,00	-	14,82	15,48	10,71
VC-25	18,54	18,19	19,09	18,32	16,81	13,72
VC-35	20,94	19,42	20,36	19,57	17,29	14,72
VC-45	28,28	20,51	21,39	20,76	17,74	15,69

Fonte: do Autor

Para melhor avaliar o comportamento desses modelos em vigas chatas, eles também são comparados os resultados experimentais de Conforti, Minelli e Plizzari (2013) e Morsy e Elrakib (2018).

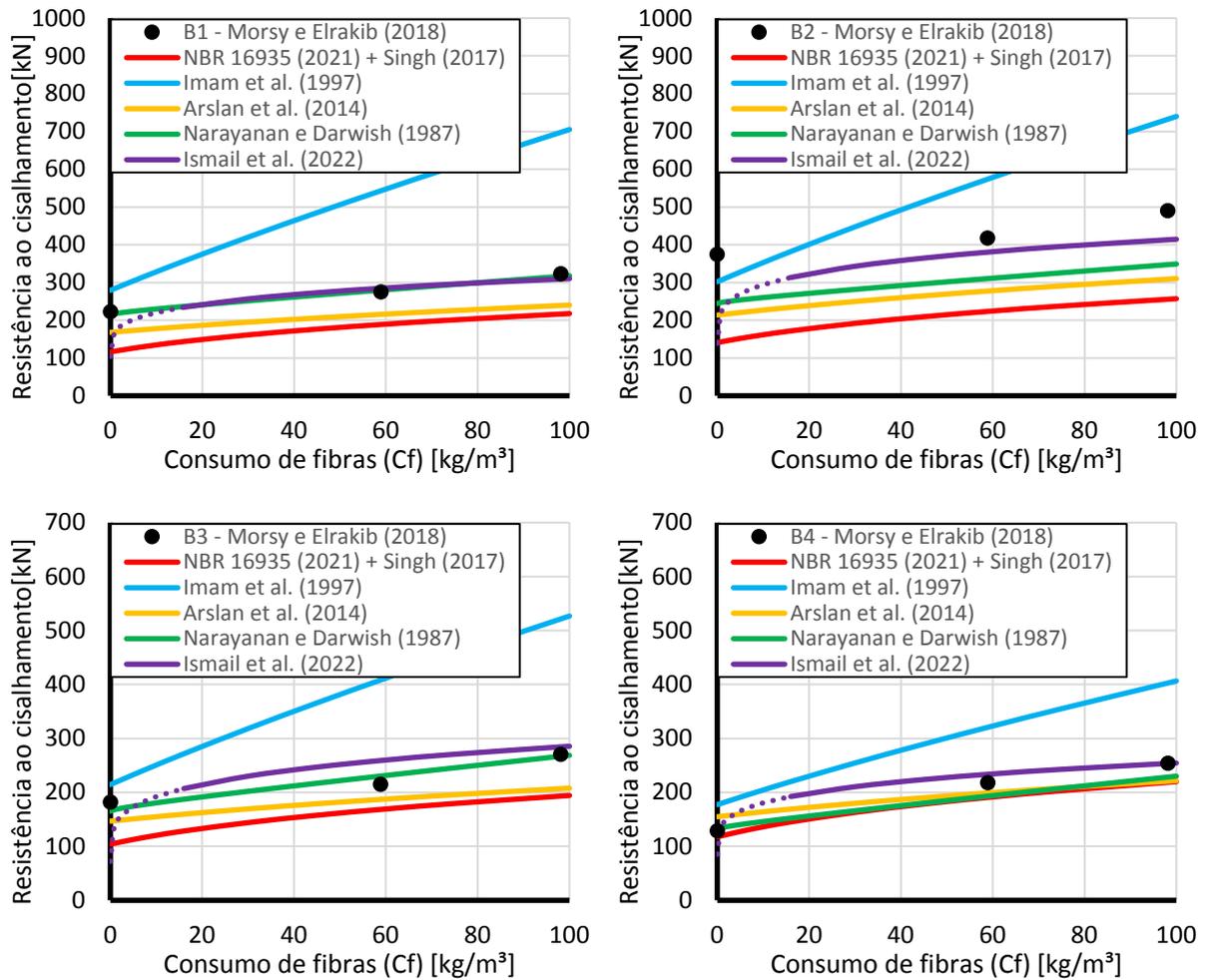
As principais características das vigas chatas ensaiadas por Morsy e Elrakib (2018) são apresentadas na Figura 4.25. Todas as vigas apresentaram ruptura ao cisalhamento.

Figura 4.25 – Vigas chatas de Morsy e Elrakib (2018)

Fonte: adaptado de Morsy e Elrakib (2018)

Como pode se observar na Figura 4.26, nessa tipologia o modelo de Imam *et al.* (1997) forneceu resultados muito contra a segurança (até cerca de 1,5 vezes o valor experimental), conforme também indicado por Morsy e Elrakib (2018). A maior inclinação da curva desse modelo tem forte influência com a baixa relação a/d . Pode-se observar que para maiores valores de a/d os modelos apresentam uma maior convergência. O modelo de Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022) foi o que melhor conseguiu prever a resistência ao cisalhamento dos grupos de vigas, dentro do seu domínio de aplicação.

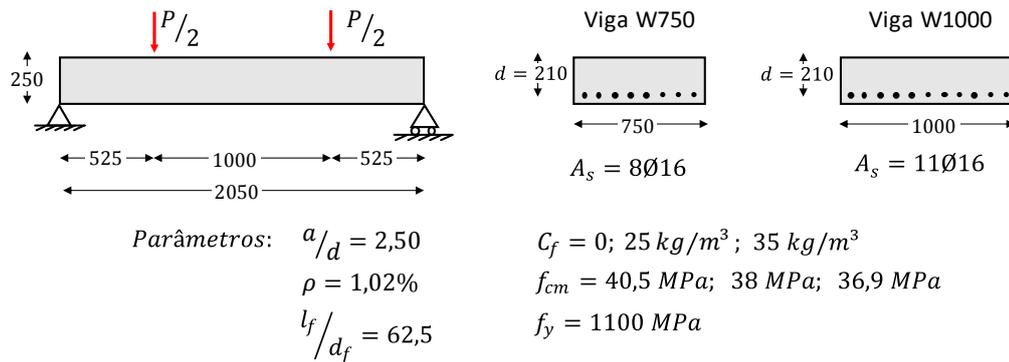
Figura 4.26 – Previsão para as vigas chatas de Morsy e Elrakib (2018)



Fonte: do Autor

As principais características das vigas chatas ensaiadas por Conforti, Minelli e Plizzari (2013) são apresentadas na Figura 4.27. Apenas as vigas sem fibra apresentaram ruptura ao cisalhamento.

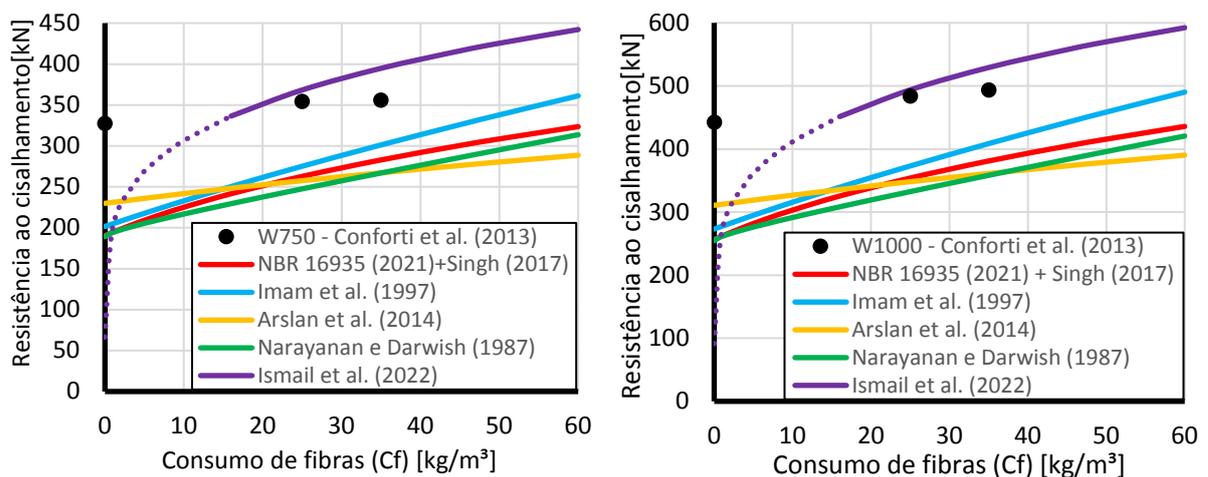
Figura 4.27 – Vigas chatas de Conforti, Minelli e Plizzari (2013)



Fonte: adaptado de Conforti, Minelli e Plizzari (2013)

Como pode se observar na Figura 4.28, com exceção do modelo de Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022), todos os modelos forneceram estimativas muito conservadoras para a resistência ao cisalhamento para os dois grupos de vigas chatas. Pontua-se que a entre a faixa de variação dos parâmetros do modelo de Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022) está uma largura limite da viga de 610 mm, conforme Tabela 2.3, ainda sim, para essas vigas com largura de 750 e 1000 mm, foi o modelo que melhor conseguiu prever sua resistência ao cisalhamento para sua faixa de variação do consumo de fibras.

Figura 4.28 – Previsão para as vigas chatas de Conforti, Minelli e Plizzari (2013)

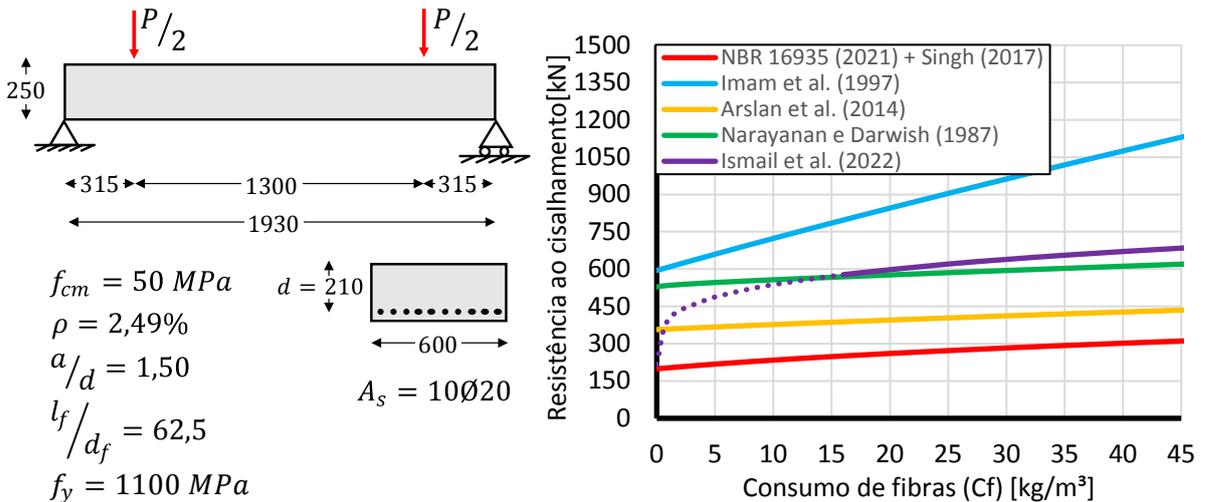


Fonte: do Autor

De forma geral, pôde-se observar que para as tipologias analisadas a divergência entre os modelos tende a aumentar quanto maior a relação b/d , maior a resistência à compressão do concreto, maior a taxa de armadura longitudinal e quanto menor a relação a/d . Essa situação é exemplificada na viga chata hipotética da Figura 4.29, na qual ocorreu uma ampla faixa de

variação da previsão da resistência ao cisalhamento entre os modelos, com a maior previsão superando em mais de três vezes a menor. Logo, para determinadas tipologias deve-se tomar cuidado com o modelo utilizado, devido à grande divergência, podendo conduzir a valores de resistência ao cisalhamento contra a segurança.

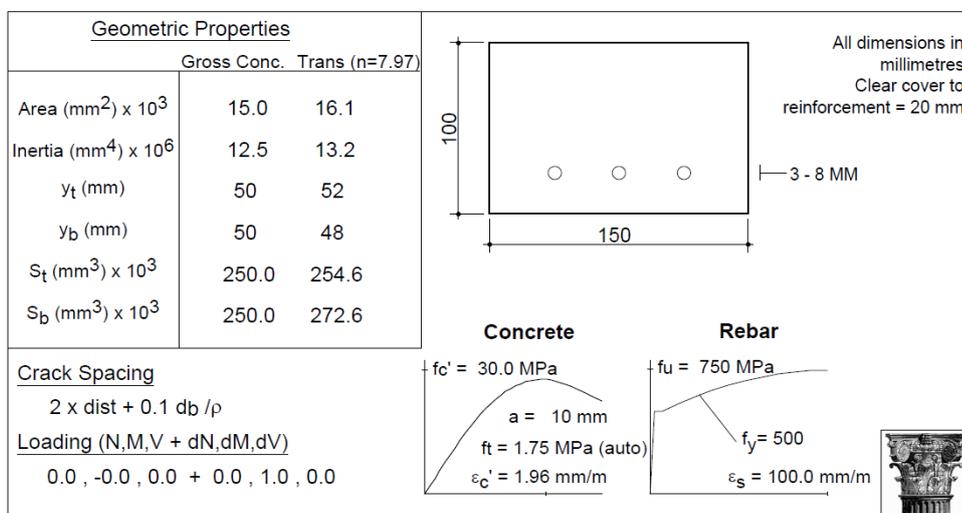
Figura 4.29 – Viga chata hipotética



Fonte: do Autor

Para avaliação do comportamento mecânico dos grupos de vigas chatas sem fibras de aço (VE e VC-R), utilizou-se o programa *Response-2000*. Na Figura 4.30 são apresentados os parâmetros base para o cálculo do grupo VC-R no *software Response-2000*.

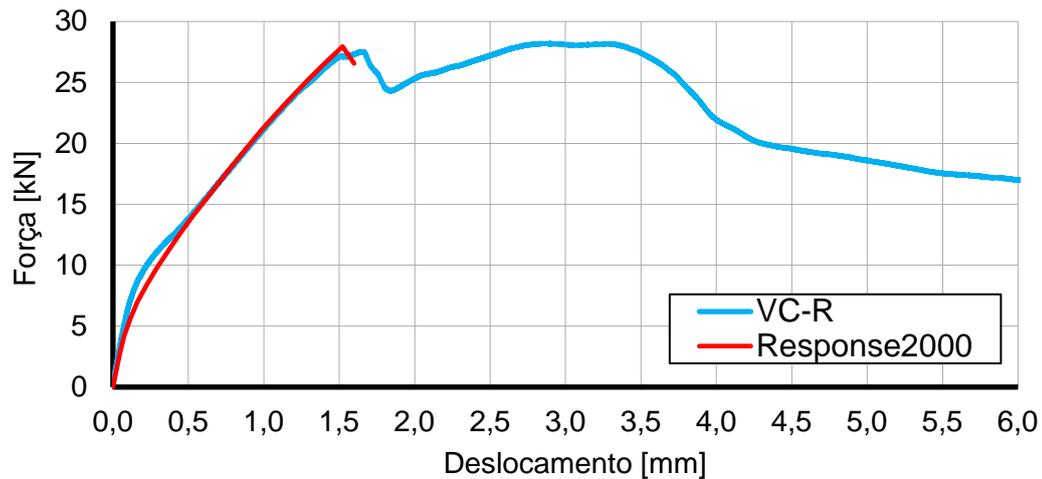
Figura 4.30 – Parâmetros Response-2000 (VC-R)



Fonte: do Autor

Na Figura 4.31 é apresentada uma comparação entre a curva experimental do grupo sem armadura transversal (VC-R) e a curva analítica calculada pelo *Response-2000*. O programa conseguiu prever de forma satisfatória o comportamento da viga até sua ruína, bem como sua resistência última ao cisalhamento, não sendo capaz de fornecer o comportamento pós-pico do elemento, visto que o processo iterativo acaba assim que uma seção se rompe.

Figura 4.31 – Curva experimental x *Response-2000* (VC-R)



Fonte: do Autor

A capacidade de carga ao cisalhamento do grupo VC-R ($P_u = 32,28 \text{ kN}$) também foi comparada com os equacionamentos propostos por Bazãnt e Kim (1984), pelo Model Code (2010) e pelo ACI 318-19, conforme Tabela 4.11.

O programa computacional forneceu a resistência ao cisalhamento mais próxima ao valor experimental (13% menor). O restante dos equacionamentos forneceu resistência de 33 a 42% menor que o valor experimental.

Tabela 4.11 – Resistência ao cisalhamento do grupo VC-R

Referência	$P_{u,teor}$ [kN]	$P_{u,exp} / P_{u,teor}$
<i>Response-2000</i>	27,95	1,15
Bazãnt e Kim (1984)	21,34	1,51
Model Code (2010)	18,64	1,73
ACI 318-19	19,62	1,64

Fonte: do Autor

O programa também calcula uma estimativa do panorama de fissuração e abertura de fissuras. É importante salientar que esse diagrama de fissuração, como consta no próprio manual do programa, é bastante aproximado, e não deve ser utilizado sozinho para estimar a integridade de uma estrutura.

Além disso, uma das simplificações adotadas pelo programa é a hipótese das seções planas, válida para as chamadas regiões contínuas (região C), ou seja, pontos afastados do ponto de aplicação da força de aproximadamente a altura do elemento, conforme princípio de Saint-Venant.

Como no presente trabalho, a maior parte da viga chata se encontra em uma região de descontinuidade (região D), conforme Figura 4.32, pode-se esperar certa divergência dos resultados experimentais com o *Response-2000*.

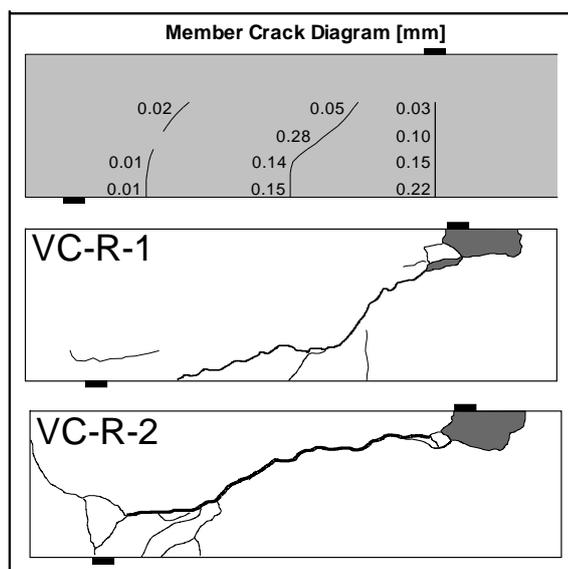
Figura 4.32 – Regiões C e D dos grupos de vigas chatas



Fonte: do Autor

Na Figura 4.33 é apresentada uma comparação da fissuração experimental do grupo VC-R com o diagrama de fissuração calculado pelo *software*.

Figura 4.33 – Fissuração do elemento (VC-R)



Fonte: do Autor

O programa prevê fissuras de flexão com aberturas similares as de cisalhamento, enquanto que experimentalmente foi observado fissuras de flexão com aberturas bem menores que a fissura principal de cisalhamento.

A fissuração da viga VC-R-1 se assemelhou mais à previsão do software quanto à posição e inclinação da fissura diagonal, apresentando, entretanto, um trecho horizontal a mais na região inferior da viga devido ao efeito de pino da armadura longitudinal. Efeito esse não considerado pelo software, visto que ele calcula o comportamento do trecho de elemento através da integração do comportamento individual de suas seções transversais.

Para estimativa do comportamento da viga com estribos (VE), além do programa *Response-2000*, também foi utilizada a Fórmula de Branson, conforme NBR 6118 (2014). Na Tabela 4.12 é apresentada uma comparação dos valores teóricos e experimental da capacidade de carga à flexão teórica desse grupo. Os dois equacionamentos previram valores próximo entre si, e cerca de a 20% menor que o experimental.

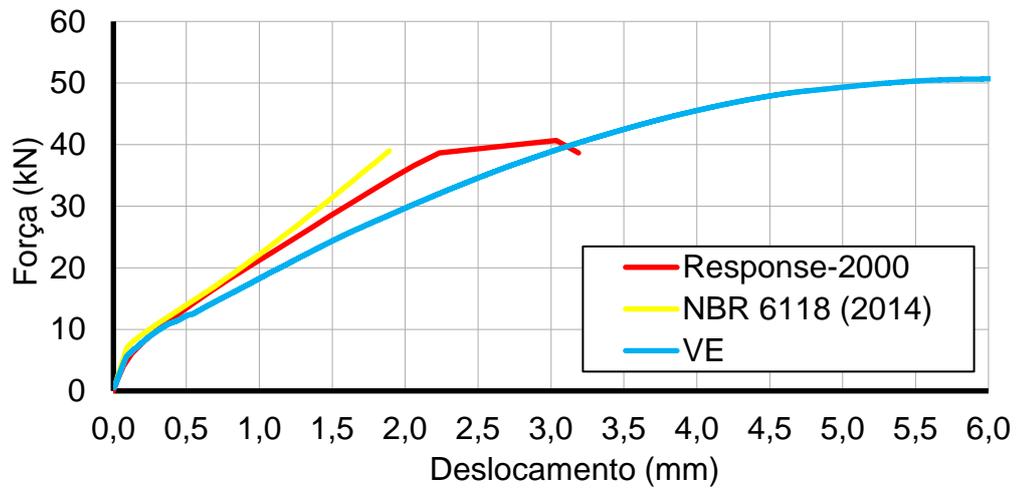
Tabela 4.12 – Força última à flexão da viga VE

Referência	Capacidade de carga à flexão (P_u) [kN]	$P_{u,exp} / P_{u,teor}$
<i>Response-2000</i>	40,67	1,25
NBR 6118 (2014)	39,90	1,27

Fonte: do Autor

Uma comparação das curvas é mostrada na Figura 4.34. Pode-se perceber que a curva média experimental apresentou resistência última maior que o previsto pelos modelos, bem como uma rigidez menor no Estádio II. Essa maior resistência pode estar relacionada com o efeito de confinamento devido à alta quantidade de estribos empregada.

Figura 4.34 – Curva experimental x curvas analíticas (VE)

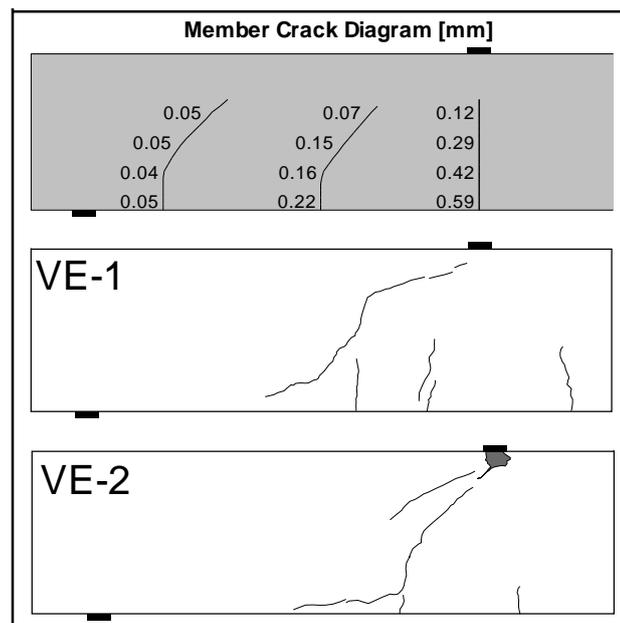


Fonte: do Autor

Na Figura 4.35 é representado o diagrama de fissuração calculado pelo *Response-2000*, bem como o panorama de fissuração experimental.

O software previu um panorama de fissuração similar ao do grupo VC-R, mas com aberturas de fissura maiores. Nesse grupo, a fissuração experimental se aproximou mais ao panorama analítico: fissura diagonal principal ligando o ponto de aplicação da força ao centro do vão de cisalhamento.

Figura 4.35 – Fissuração do elemento (VE)



Fonte: do Autor

5 CONCLUSÕES

A pesquisa estudou a influência da quantidade de fibras de aço sobre o desempenho de vigas chatas submetidas a esforços provenientes da flexão. A pesquisa procurou também comparar a resposta das vigas contendo fibras com vigas de concreto com e sem estribos. Baseado nos resultados experimentais obtidos nesta pesquisa, as seguintes considerações podem ser obtidas:

- Apenas o consumo de fibras de 45kg/m³ provocou redução mais significativa na trabalhabilidade do concreto (de 11cm para 6,5cm), indicando que para o tipo de fibra estudado o uso de aditivos para aumentar a plasticidade do concreto pode ser necessário para teores acima desse valor;
- Por meio dos ensaios efetuados, pode-se concluir que a presença das fibras influenciou minimamente na resistência à compressão, causando uma variação de aproximadamente 4% em relação ao concreto sem fibras. O mesmo ocorreu com o módulo de elasticidade, com uma variação menor que 7%;
- A resistência à tração por compressão diametral também obteve pouca variação (até 7%), com exceção do traço CRFA-45, que resultou em uma redução de 15% em relação ao traço sem fibras. Esse fenômeno pode ser devido à menor trabalhabilidade do traço, e consequente distribuição menos homogênea das fibras na matriz de concreto;
- O ensaio de flexão em prisma mostrou que a resposta linear da relação força-deslocamento (P- δ) não foi influenciada pela adição das fibras. A resistência última à flexão dos prismas também se manteve bem próxima (variação de até aproximadamente 4%), com exceção do traço CRFA-45, que resultou em uma redução de 18% em relação ao concreto sem fibras. O ganho principal foi em termos de tenacidade à tração, devido à resistência residual fornecida pelas fibras de aço;
- A ruína ao cisalhamento das vigas foi associada com avisos visíveis, fissuras e deformações que não são típicas de vigas clássicas sem estribos;
- As fibras de aço, mesmo em baixas taxas, influenciaram o comportamento ao cisalhamento das vigas chatas, basicamente no sentido de atrasar a fissura de cisalhamento de ruína, fornecendo maior capacidade de carga e ductilidade;

A abordagem teórica abordou 5 equacionamentos para estimar a resistência ao cisalhamento de vigas chatas em concreto reforçado com fibras de aço, Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022), NBR 16935 (2021) em conjunto com o modelo constitutivo de Singh (2017), Narayanam e Darwish (1987), Imam *et al.* (1997) e Arslan (2014), bem como o programa *Response2000* para estimar o comportamento de vigas de concreto armado com e sem estribos. Baseado nos resultados analíticos, pode-se chegar nas seguintes conclusões:

- O modelo constitutivo de Singh (2017) conseguiu estimar com segurança o parâmetro de resistência residual do CRFA;
- Para determinadas características de vigas chatas reforçadas com fibras de aço, os modelos podem fornecer valores divergentes de resistência ao cisalhamento, inclusive contra a segurança;
- O equacionamento Ismail, Yosri e El-Dakhakhni (2022) obteve os resultados mais próximos ao experimental para as tipologias analisadas, fornecendo uma boa estimativa da resistência ao cisalhamento de vigas chatas para a faixa de variação dos parâmetros do modelo;
- O programa *Response-2000* também se mostrou efetivo para prever o comportamento e o panorama de fissuração das vigas chatas de concreto armado com ou sem estribos.

REFERÊNCIAS

ACI COMMITTEE 544. **ACI 544.1R-96**: Report on Reinforced Concrete (Reapproved 2009). ACI, 2009. ISBN: 9780870315282.

ACI COMMITTEE 544. **ACI 544.2R-17**: Measurement of Properties of Fiber Reinforced Concrete. ACI, 2017. ISBN: 978-1-945487-64-4.

ACI COMMITTEE 318. **Building code requirements for reinforced concrete**. ACI, 2019. ISBN: 978-1-64195-056-5. DOI: 10.14359/51716937.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS. **ASTM C1609**: Standard test method for flexural performance of fiber-reinforce concrete (using beam with third-point loading), Philadelphia, 2010.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS. **ASTM C1116**: Standard Specification for Fiber-Reinforced Concrete. Annual Book of ASTM Standards, 2009.

ARSLAN, G. Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC) Slender Beams. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 18, n. 2, p. 587-594, mar. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12205-014-0320-x>.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 67**: Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 1998.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15530**: Fibras de aço para concreto - Especificação. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16889**: Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16935**: Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras - Procedimento. Rio de Janeiro, 2021.

BAŽANT, Z. P.; KIM, J. K. Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams. **ACI Journal**, Proceedings, v. 81, n. 5, p. 456-468, set.-out. 1984. DOI: <http://dx.doi.org/10.14359/10696>.

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious composites**. United Kingdom: Elsevier, 1990.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 2010**. Final Draft, Lausanne, Switzerland, 2012.

CONFORTI, A.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G. A. Wide-shallow beams with and without steel fibres: A peculiar behaviour in shear and flexure. **Composites: Part B**. Elsevier, 2013. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.03.033>.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 14651**: Test method for metallic fiberreinforced concrete – Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual), CEN, London, 15 p., 2007.

FIGUEIREDO, A.D.; NUNES, N.L. e TANESI, J. **Mix design analysis on steel fiber reinforced concrete**. In: Fifth International Rilem Symposium On Fibre-Reinforced Concretes (FRC), 2000, Lyon. Fibre-Reinforced Concretes (FRC) – BEFIB'2000. RILEM Publications S.A.R.L., p. 103-118, 2000.

FIGUEIREDO, A. D.; *et al.* **Metodologia de dosagem do concreto reforçado com fibras de aço para pavimentos**. 48º Congresso Brasileiro do Concreto. Instituto Brasileiro do Concreto – IBRACON, Rio de Janeiro, 2006.

FIGUEIREDO, A. DOMINGUES DE. **Concreto Reforçado Com Fibras**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011.

HIGA, L. H.; FRANCO, B. L. M.; PAIVA, G. P. **Método de dosagem do concreto reforçado com fibras de aço para otimização da tenacidade**. Anais. Bento Gonçalves, RS: IBRACON, 2007.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F.; VAN GEMERT, D. Shear domain of fibre reinforced high-strength concrete beams. **Engineering Structures**, v. 19, n. 9, p. 738-747, set. 1997. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(96\)00150-2](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(96)00150-2).

ISMAIL, M., K.; YOSRI, A.; EL-DAKHAKHNI, W. A Multi-Gene Genetic Programming Model for Predicting Shear Strength of Steel Fiber Concrete Beams. **ACI Structural Journal**. v. 119, n. 2, mar. 2022. DOI: 10.14359/51734345.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **JSCE-SF4**: Method of tests for flexural strength and flexural toughness of steel fiber reinforced concrete. Concrete Library of JSCE. Part III-2 Method of tests for steel fiber reinforced concrete, n. 3, p. 58-61, jun. 1984.

JOHNSTON, C. D. **Fiber-Reinforced Cements and Concretes**. Vol. 3. Ottawa: V. M. Malhotra, 2010. ISBN 0-203-86070-5.

LANTSOGHT, E. O. L. Database of Shear Experiments on Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **Materials**, v. 12, n. 917, mar. 2019. DOI: [doi:10.3390/ma12060917](https://doi.org/10.3390/ma12060917).

LIM, T. Y.; PARAMASIVAM, P.; LEE, S. L. Analytical Model for Tensile Behavior of Steel-Fiber Concrete. **ACI Materials Journal**, v. 84, n. 4, p. 286-298, jul.-ago. 1987.

METWALLY, I. M. Evaluate the capability and accuracy of response-2000 program in prediction of the shear capacities of reinforced and prestressed concrete members. **HBRC Journal, Housing and Building National Research Center**, v. 8 n. 2, p. 99-106, 2012. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.hbrcj.2012.09.005>.

MONDO, E. **Shear Capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete Beams Without Conventional Shear Reinforcement**. Dissertação (Mestre das ciências). Royal Institute of Technology, Stockholm: MoST, Sweden, 2011.

MORSY, A. M.; ELRAKIB, T. M. Shear Behaviour of Steel Fiber Reinforced Concrete Wide Beams without Stirrups. **International Journal of Scientific & Engineering Research**, v. 9, n. 1, jan. 2018. ISSN 2229-5518.

NARAYANAN, R.; DARWISH, I.Y.S. Use of steel as shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 84, n. 3, p. 216-227, mai.-jun. 1987. DOI: <https://doi.org/10.14359/2654>.

PANDA, S. S.; GANGOLU, A. R. Study of Dowel Action in Reinforced Concrete Beam by Factorial Design of Experiment. **ACI Structural Journal**, v. 114, n. 6, nov.-dez. 2017. DOI: 10.14359/51700831.

REINECK, KH. Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived from a Mechanical Model. **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 5, set-out. 1991. DOI: 10.14359/2784.

ROSSI, C. R. C. **Aderência de armadura em concreto reforçado com fibra de aço**. Universidade Federal do Pará (UFPA), 2018.

SHERWOOD, E. G.; LUBELL, A. S.; BENTZ, E. C.; COLLINS, M. P. One-Way Shear Strength of Thick Slabs and Wide Beams. **ACI Structural Journal**, v. 103, n. 6, p. 794-802, nov.-dez. 2006. DOI: 10.14359/18229.

SINGH, H. Flexural Modeling of Steel Fiber-Reinforced Concrete Members: Analytical Investigations. **Practice Periodical on Structural Design and Construction**, v. 20, n. 4, 2014. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000244](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000244).

SINGH, H. **Steel Fiber Reinforced Concrete: Behaviour, Modelling and Design**. Editora Springer. Singapore: Springer Nature, 2017. ISBN 978-981-10-2506-8. DOI: 10.1007/978-981-10-2507-5.

ZARRINPOUR, M. R.; CHAO, S. H. Shear Strength Enhancement Mechanisms of Steel Fiber-Reinforced Concrete Slender Beams. **ACI structural journal**, v. 114, n. 3, p. 729-742, mai.-jun. 2017. DOI: <https://doi.org/10.14359/51689449>.