

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - Mestrado

CAIO PRESTUPA MALTA ROLIM

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE  
CONECTORES DE CISALHAMENTO TIPO PINO COM  
CABEÇA PARA VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO COM  
LAJES ALVEOLARES**

Maringá

2019

CAIO PRESTUPA MALTA ROLIM

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE  
CONECTORES DE CISALHAMENTO TIPO PINO COM  
CABEÇA PARA VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO COM  
LAJES ALVEOLARES**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Vanalli

Maringá

2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)**

R748a Rolim, Caio Prestupa Malta  
Análise numérica do comportamento de conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça para vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares / Caio Prestupa Malta Rolim. -- Maringá, 2019.  
192 f. : il. (algumas color.)

Orientador (a): Prof. Dr. Leandro Vanalli.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2019.

1. Conector de cisalhamento. 2. Viga mista aço-concreto. 3. Laje alveolar. 4. Análise numérica. I. Vanalli, Leandro, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 21.ed.624

**MAS-CRB 9/1094**

CAIO PRESTUPA MALTA ROLIM

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE CONECTORES DE  
CISALHAMENTO TIPO PINO COM CABEÇA PARA VIGAS MISTAS  
AÇO-CONCRETO COM LAJES ALVEOLARES**

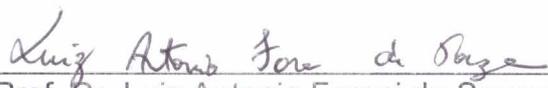
Dissertação apresentada à Universidade  
Estadual de Maringá, como requisito parcial para  
a obtenção do título de mestre.

Aprovado em: 18/03/2019

**BANCA EXAMINADORA**



Prof. Dr. Leandro Vanalli  
Universidade Estadual de Maringá



Prof. Dr. Luiz Antonio Farani de Souza  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná



Prof. Dr. Rodrigo Ribeiro Paccola  
Escola de Engenharia de São Carlos

## RESUMO

O comportamento das vigas mistas aço-concreto, ultimamente, está sendo estudado largamente no Brasil e no mundo, devido à ampliação do uso das estruturas metálicas como, por exemplo, vigas sob lajes de concreto. A análise da área de interação entre estes materiais é de grande relevância para o estudo geral do comportamento da viga mista, principalmente a avaliação dos conectores de cisalhamento, responsáveis por impedir o deslizamento horizontal e o deslocamento vertical da interface. O emprego das lajes alveolares pré-moldadas de concreto na construção civil está sendo realizado, frequentemente, pela facilidade de execução, baixo peso, alta resistência e flexibilidade. O objetivo deste trabalho é modelar e analisar numericamente com o *software* ABAQUS, versão 6.12, o comportamento dos conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça. Simulações de ensaios *push-out* de vigas mistas com lajes alveolares encontrados na literatura foram efetuadas com o intuito de validar o modelo proposto. Foram processados modelos com a finalidade de verificar a interferência da capa estrutural, da taxa de armadura, altura da laje e da resistência do concreto, na análise de tensões, deformações e deslizamentos dos conectores, bem como a interferência da armadura transversal no combate à fissuração da laje. Ao final do trabalho, foi proposta uma nova formulação teórica, por meio de um comparativo com equações normativas, para o cálculo da capacidade de cisalhamento de ligações com conectores do tipo pino com cabeça, considerando as defasagens apresentadas em relação às variáveis aplicadas neste estudo.

**Palavras-chave:** Conector de cisalhamento. Viga mista aço-concreto. Laje alveolar. Análise numérica.

## ABSTRACT

The behavior of steel-concrete composite beams has been studied extensively in Brazil and in the world, due to the expansion of the use of steel structures as beams under concrete slabs. The analysis of the interaction area between these materials is of great relevance for the general study of the behavior of the composite beam, mainly the evaluation of the shear connectors, responsible for preventing the horizontal sliding and the vertical displacement of the interface. The use of precast concrete hollow-core slabs in civil construction is often occurring through ease of execution, low weight, high strength and flexibility. The objective of this work is to numerically model and analyze the behavior of the headed stud shear with the head through the simulation of push-out tests of steel-concrete composite beams with hollow-core slabs, using the commercial software ABAQUS version 6.12, which works with the Finite Element Method. The results of this numerical simulation will be compared with experimental literature. Models were processed in order to verify the interference of the in situ concrete for infill, the reinforcement rate, the height of the slab and the resistance of the concrete in the analysis of stress, strains and sliding of the connectors, as well as the interference of the transverse reinforcement in the fight against slab splitting. At the end of the work, a new theoretical formulation was proposed, through a comparative with normative equations, for the calculation of the shear capacity of headed stud, considering the lags presented in relation to the variables applied in this study.

**Keywords: Stud shear. Composite beam steel-concrete. Hollow-core slab. Numerical analysis.**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Viga Mista aço-concreto com laje alveolar .....	18
Figura 1.2 – (a) Viga mista aço-concreto com laje <i>steel deck</i> ; (b) Conector de cisalhamento do tipo pino com cabeça .....	18
Figura 2.1 – Curvas tensão-deformação para o aço e o concreto .....	23
Figura 2.2 – Equilíbrio de forças de seção mista aço-concreto .....	26
Figura 2.3 – Equilíbrio de forças segundo a Eurocode 4.....	26
Figura 2.4 – Deslizamento de uma viga mista aço-concreto.....	27
Figura 2.5 – Graus de interação da viga mista aço-concreto.....	29
Figura 2.6 – Conector espiral .....	30
Figura 2.7 – Conectores rígidos de barras retangulares de aço com gancho.....	30
Figura 2.8 – Conectores <i>perfobond</i> e <i>Crestbond</i> .....	31
Figura 2.9 – Conectores usuais de cisalhamento.....	31
Figura 2.10 – Conector pino com cabeça ( <i>stud</i> ) em situação real.....	32
Figura 2.11 – Processo de soldagem do conector pino com cabeça ( <i>stud</i> ) .....	32
Figura 2.12 – Interação conector – concreto envolvente. A travejado zonas de concreto comprimido.....	33
Figura 2.13 – Curva força x escorregamento dos conectores de cisalhamento.....	34
Figura 2.14 – Equilíbrio de forças no componente de concreto.....	34
Figura 2.15 – Efeito de <i>uplift</i> .....	35
Figura 2.16 – Distribuição de tensões dos conectores na laje de concreto.....	36
Figura 2.17 – Modos de fissuração pela ação dos conectores de cisalhamento .....	37
Figura 2.18 – Seção transversal da laje alveolar .....	39
Figura 2.19 – Uso da capa estrutural em concreto moldado <i>in loco</i> .....	40
Figura 2.20 – Transferência por atrito .....	41
Figura 2.21 – Transferência por ação mecânica.....	42
Figura 3.1 – Ensaio de flexão de viga mista aço-concreto .....	43
Figura 3.2 – Ensaio de compressão excêntrica.....	44
Figura 3.3 – Compressão x deformação de acordo com a taxa de armadura dos ensaios de Lam et al. (2000a) .....	45
Figura 3.4 – Largura efetiva da laje: a) Seção; b) Elevação .....	46
Figura 3.5 – Mecanismo de transferência de cisalhamento longitudinal: (a) vista em planta da interface da laje alveolar com o concreto de preenç.; (b) detalhe A .....	46

Figura 3.6 – Modelo de Elementos Finitos executado no ABAQUS por Lam e El Lobody (2005)	47
Figura 3.7 – Curva Força x deslizamento do conector de cisalhamento de 19mm com laje de concreto fck 50 (Modelo SP1)	47
Figura 3.8 – Curva Força x deslizamento de diferentes conectores de cisalhamento para concreto Fck 25	48
Figura 3.9 – Curva Força x deslizamento de diferentes conectores de cisalhamento para concreto Fck 40	48
Figura 3.10 – Comparativo de Carga por conector em porcentagem x deslizamento para conectores de cisalhamento de 19 x 100 mm com laje de concreto de Fck 40	49
Figura 3.11 – Comparação da capacidade de carga do conector de cisalhamento pino com cabeça de 22x100 mm do modelo numérico com as normas	50
Figura 3.12 – Curva força x deslizamento do conector variando a taxa de armadura transversal	51
Figura 3.13 – Influência do atrito no comportamento do conector	56
Figura 4.1 – Dimensões da seção transversal da laje alveolar do ensaio experimental de Araújo et al. (2016)	58
Figura 4.2 – Seção transversal da viga W360x51,0	58
Figura 4.3 – Dimensões do ensaio experimental de Araújo et al. (2016)	59
Figura 4.4 – Seção transversal dos conectores de cisalhamento	60
Figura 4.5 – Seção transversal do capeamento estrutural	60
Figura 4.6 – Posicionamento da armadura transversal	61
Figura 4.7 – Modelagem em 3D do ensaio <i>push-out</i>	61
Figura 4.8 – Modelo SP1 de Lam e El Lobody (2005)	62
Figura 4.9 – Modelo no ABAQUS de Lam e El Lobody (2005)	63
Figura 4.10 – Família dos elementos finitos	64
Figura 4.11 – Interpolação dos nós dos elementos finitos	64
Figura 4.12 – Grau de integração x grau de interpolação	65
Figura 4.13 – Elementos de Cascas e de Vigas	66
Figura 4.14 – Elemento linear (C3D8) e quadrático (C3D20)	67
Figura 4.15 – Nomenclatura dos elementos finitos	67
Figura 4.16 – Discretização em relação ao <i>Hourglassing</i>	68
Figura 4.17 – Classificação da discretização dos elementos finitos	69

Figura 4.18 – Distorção dos elementos em regiões que necessitam alto grau de discretização .....	69
Figura 4.19 – Concentração de forças coesivas na região da fratura .....	70
Figura 4.20 – Separação entre as faces do concreto com esforços de tração .....	71
Figura 4.21 – Zona de processo de fratura (ZPF) .....	71
Figura 4.22 – Nós enriquecidos: (a) Início da fissura (b) Propagação de fissuras .....	72
Figura 4.23 – Representação gráfica do critério de Mohr .....	74
Figura 4.24 – Critério de Mohr-Coulomb: simplificação da envoltória da fratura .....	74
Figura 4.25 – (a) Região de escoamento de Drucker-Prager; (b) Seção transversal .....	77
Figura 4.26 – Comportamento do concreto para tração .....	78
Figura 4.27 – Comportamento do concreto para compressão .....	78
Figura 4.28 – Plano desviador da superfície de falha para o modelo CDP .....	81
Figura 4.29 – Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager .....	83
Figura 4.30 – Curva tensão de tração <i>versus</i> deslocamento pós-fratura .....	84
Figura 4.31 – Curva de energia de tensão <i>versus</i> deslocamento pós-fratura.....	84
Figura 4.32 – (a) Tensão <i>versus</i> deformação e (b) Tensão <i>versus</i> abertura de fissuras .....	85
Figura 4.33 – Tension stiffening e tension softening .....	87
Figura 4.34 – Tension stiffening de Gilbert e Warner (1978).....	88
Figura 4.35 – Tension stiffening de Wahalathantri et al. (2011).....	88
Figura 4.36 – Tensão <i>versus</i> deformação para o concreto C25.....	90
Figura 4.37 – Tensão <i>versus</i> deformação e tensão <i>versus</i> deslocamento de fissuras para o concreto C25.....	91
Figura 4.38 – Tensão de tração <i>versus</i> deformação do concreto C25 .....	92
Figura 4.39 – Tensão de tração <i>versus</i> deformação do aço de Lam e El Lobody (2005) .....	95
Figura 4.40 – Modelo constitutivo para o aço de Earls (1999) .....	95
Figura 4.41 – Tensão de tração <i>versus</i> deformação do aço de Araújo et al (2016).....	95
Figura 4.42 - Graus de liberdade de um sistema tridimensional .....	96
Figura 4.43 – Restrições aplicadas no modelo de Araújo et al.....	97
Figura 4.44 – Restrições aplicadas no modelo de Lam e El Lobody .....	97
Figura 4.45 – Método de Newton-Raphson para equação não linear .....	100
Figura 4.46 – Força equilibradora .....	101
Figura 4.47 – Processamento por incremento de carga por Newton-Raphson.....	102
Figura 4.48 – Trajetória de equilíbrio por incrementos de carga .....	103

Figura 4.49 – Curva carga-deslocamento genérica para problemas de instabilidade.....	104
Figura 4.50 – Comportamento do atrito com limite de cisalhamento .....	106
Figura 4.51 – Malha de elementos finitos .....	109
Figura 4.52 – Modos de ruptura no conector.....	110
Figura 4.53 – Seção do cone de ruptura do concreto.....	111
Figura 4.54 – Modos de ruptura .....	111
Figura 4.55 – Cone de ruptura do concreto no ensaio de Lam e El Lobody .....	112
Figura 5.1 – Local onde foram analisadas as deformações do primeiro conector .....	116
Figura 5.2 – Pontos capturados para encontrar o deslizamento do conector do modelo numérico referente ao ensaio de Lam e El Lobody (2005) .....	116
Figura 5.3 – Pontos capturados para encontrar o deslizamento do primeiro conector do modelo numérico referente ao ensaio de Araújo et al. (2016).....	117
Figura 5.4 – Seção axissimétrica simulada.....	117
Figura 5.5 – Condições de contorno para a seção axissimétrica simulada .....	118
Figura 5.6 – Comportamento à compressão do concreto: real versus numérico .....	119
Figura 5.7 – Comportamento à tração do concreto C25: curva de Wahalathantri et al. versus numérico .....	120
Figura 5.8 – Comportamento à tração do concreto C30, considerando tension stiffening.....	120
Figura 5.9– Ruptura no conector .....	121
Figura 5.10 – Influência da solda no deslizamento da interface .....	122
Figura 5.11 – Força versus deslizamento do conector de 19 mm do modelo numérico .....	123
Figura 5.12 – Escoamento do conector do modelo MC50-150-LM com solda .....	124
Figura 5.13 – Propagação de danos por tração no concreto no plano ZY .....	125
Figura 5.14 – Propagação de danos por tração no concreto no plano ZX .....	126
Figura 5.15 – Propagação de danos por tração no concreto no plano XY .....	127
Figura 5.16 – Foça vs deslizamento dos modelos M-150-10, M-200-0, M-200-10, MC50-150-ca40-10, MC50-200-ca40-0 e MC50-200-ca40-10 .....	129
Figura 5.17 – Ruptura no conector dos modelos MC50-150-ca40-10, MC50-200-ca40-0 e MC50-200-ca40-10 .....	130
Figura 5.18 – Força vs deformação dos modelos M-210-8 e MC30-210-ca40-8 para concreto de preenchimento C30.....	131
Figura 5.19 – Propagação de danos por tração no Modelo MC30-210-ca40-8 (vista longitudinal) .....	132

Figura 5.20 – Propagação de danos por tração no Modelo MC30-210-ca40-8 (vista inferior) com $F=137,6$ kN.....	133
Figura 5.21 – Ruptura do modelo M-210--8 de Araújo et al. ....	133
Figura 5.22 – Força vs deformação dos modelos M-210-0 e MC25-210-ca40 para concreto de preenchimento C25.....	134
Figura 5.23 – Propagação de danos por tração no Modelo MC25-210-ca40-0.....	135
Figura 5.24 – Fendilhamento em modelos sem armadura de Araújo et al. ....	136
Figura 5.25 – Fendilhamento no Modelo MC25-210-ca40-0 com $F=121,8$ kN .....	136
Figura 5.26 – Propagação de danos por tração no Modelo MC25-210-ca40-0 com o uso do atrito.....	138
Figura 6.1 – Foça vs deformação dos modelos MC25-160-sca-0, MC30-160-sca-0 e MC50-160-sca-0 .....	139
Figura 6.2 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-160-sca-0, MC30-160-sca -0 e MC50-160-sca-0 .....	140
Figura 6.3 – Foça vs deformação dos modelos MC25-160-ca40-0, MC30-160-ca40-0 e MC50-160-ca40-0 .....	141
Figura 6.4– Foça vs deslizamento dos modelos MC25-160-ca40-0, MC30-160-ca40-0 e MC50-160-ca40-0 .....	142
Figura 6.5 – Foça vs deformação dos modelos MC25-160-ca60-0, MC30-160-ca60-0 e MC50-160-ca60-0 .....	143
Figura 6.6 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-160-ca60-0, MC30-160-ca60-0 e MC50-160-ca60-0 .....	143
Figura 6.7 – Foça vs deformação dos modelos MC25-210-sca-0, MC30-210-sca-0 e MC50-210-sca-0 .....	144
Figura 6.8 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-210-sca-0, MC30-210-sca-0 e MC50-210-sca-0 .....	145
Figura 6.9 – Foça vs deformação dos modelos MC25-210-ca40-0, MC30-210-ca40-0 e MC50-210-ca40-0 .....	146
Figura 6.10 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-210-ca40-0, MC30-210-ca40-0 e MC50-210-ca40-0 .....	146
Figura 6.11 – Foça vs deformação dos modelos MC25-210-ca60-0, MC30-210-ca60-0 e MC50-210-ca60-0 .....	147

Figura 6.12 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-210-ca60-0, MC30-210-ca60-0 e MC50-210-ca60-0 .....	148
Figura 7.1 – Foça vs deformação dos modelos com concreto C25 .....	151
Figura 7.2 – Foça vs deslizamento dos modelos com concreto C25 .....	152
Figura 7.3 – Foça vs deformação dos modelos com concreto C30 .....	153
Figura 7.4 – Foça vs deslizamento dos modelos com concreto C30 .....	154
Figura 7.5 – Foça vs deformação dos modelos com concreto C50 .....	155
Figura 7.6 – Foça vs deslizamento dos modelos com concreto C50 .....	155
Figura 8.1 – Foça vs deformação dos modelos com armadura.....	158
Figura 8.2 – Foça vs deslizamento dos modelos com armadura .....	159
Figura 8.3 – Propagação de danos do modelo MC25-160-ca40-0 .....	160
Figura 8.4 – Propagação de danos do modelo MC25-160-ca40-8 .....	161
Figura 8.5 – Propagação de danos do modelo MC25-160-ca40-16 .....	162
Figura 8.6 – Propagação de danos do modelo MC25-210-ca40-0 .....	163
Figura 8.7 – Propagação de danos do modelo MC25-210-ca40-8 .....	164
Figura 8.8 – Propagação de danos do modelo MC25-210-ca40-16 .....	165
Figura 9.1 – Comparativo de equações e de valores numéricos e experimentais .....	171

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficientes de ponderação de ações permanentes no estado limite último da NBR 6118 (2014).....	23
Tabela 2.2 – Coeficientes de ponderação de ações permanentes no estado limite último da NBR 8800 (2008).....	24
Tabela 2.3 – Equações das normas para resistência dos conectores .....	38
Tabela 3.1 – Dados experimentais dos ensaios de Lam et al. (2000a) .....	44
Tabela 3.2 – Variáveis dos ensaios de Lam (2007) .....	50
Tabela 3.3 – Variáveis dos ensaios de Araújo et al. (2016) .....	53
Tabela 3.4 – Capacidade última dos conectores de cisalhamento e propriedades do concreto das lajes de Araújo et al. (2016) .....	54
Tabela 4.1 – Valores adotados para o modelo CDP .....	89
Tabela 4.2 – Parâmetros do modelo CDP para o concreto C20 .....	90
Tabela 4.3 – Tensão de tração versus deformação do concreto C25.....	93
Tabela 4.4 – Propriedades mecânicas da armadura transversal dos ensaios de Araújo et al. (2016).....	93
Tabela 4.5 – Propriedades mecânicas do conector de cisalhamento dos ensaios de Araújo et al (2016).....	94
Tabela 4.6 – Propriedades mecânicas do conector de cisalhamento e da viga metálica dos ensaios de Lam e El Lobody (2005).....	94
Tabela 4.7 – Parâmetros para o modelo constitutivo para o aço de Earls (1999) .....	94
Tabela 4.8 – Elementos finitos utilizados em cada componente do modelo.....	109
Tabela 4.9 – Larguras de elementos finitos refinadas para interface dos materiais .....	109
Tabela 5.1 – Variáveis do estudo numérico .....	115
Tabela 5.2– Ruptura no conector dos modelos sem solda.....	122
Tabela 6.1 – Variações da capacidade do conector referentes ao $F_{ck}$ do concreto.....	149
Tabela 7.1 – Variações da capacidade do conector referentes às alturas do painel alveolar e do capeamento estrutural .....	156
Tabela 8.1 – Variações da capacidade do conector referentes ao uso de armadura transversal .....	166
Tabela 9.1 – Força de ruptura dos modelos.....	167
Tabela 9.2 – Constantes necessárias para calcular a ruptura no concreto .....	170

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
1.1 JUSTIFICATIVA .....	17
1.2 OBJETIVOS .....	19
<b>1.2.1 Objetivo Geral.....</b>	<b>19</b>
<b>1.2.2 Objetivos Específicos .....</b>	<b>19</b>
1.3 METODOLOGIA.....	20
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>22</b>
2.1 COMPORTAMENTO DAS VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO.....	22
<b>2.1.1 Conexão de cisalhamento parcial.....</b>	<b>24</b>
<b>2.1.2 Interação parcial.....</b>	<b>27</b>
<b>2.1.3 Grau de interação .....</b>	<b>28</b>
2.2 TIPOS DE CONECTORES DE CISALHAMENTO.....	29
2.3 CONECTOR PINO COM CABEÇA E SEU COMPORTAMENTO MECÂNICO .....	31
<b>2.3.1 “Uplift.....</b>	<b>35</b>
<b>2.3.2 Distribuição de tensões dos conectores na laje.....</b>	<b>35</b>
<b>2.3.3 Fissuração gerada pela ação dos conectores de cisalhamento .....</b>	<b>36</b>
2.4 LAJE ALVEOLAR E SEU COMPORTAMENTO .....	39
<b>2.4.1 Interação entre concreto de preenchimento e concreto pré-moldado .....</b>	<b>41</b>
<b>3 ESTADO DA ARTE .....</b>	<b>43</b>
<b>4 METODOLOGIA.....</b>	<b>57</b>
4.1 GEOMETRIA DOS MODELOS .....	57
<b>4.1.1 Geometria do modelo de Araújo et al.....</b>	<b>58</b>
<b>4.1.2 Geometria do modelo de Lam e El Lobody .....</b>	<b>62</b>
4.2 ELEMENTOS FINITOS E ALGUNS CONCEITOS .....	63
<b>4.2.1 Elementos estruturais.....</b>	<b>65</b>
<b>4.2.2 Elementos contínuos .....</b>	<b>66</b>
<b>4.2.3 Elementos de fratura coesiva para o comportamento de fissuração do concreto ...</b>	<b>69</b>
4.3 PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS .....	73
<b>4.3.1 Modelo de dano plástico para o concreto .....</b>	<b>73</b>
4.3.1.1 Critério de Mohr Coulomb .....	73
4.3.1.2 Critério de Drucker-Prager .....	76

4.3.1.3 Modificações de Lubliner .....	77
4.3.1.4 Regra de escoamento .....	82
4.3.1.5 Comportamento da tração no modelo CDP .....	83
<b>4.3.2 Valores adotados no modelo numérico para o concreto .....</b>	<b>89</b>
<b>4.3.3 Propriedades mecânicas do aço .....</b>	<b>93</b>
4.3.3.1 Modelo elasto-plástico com encruamento adotado para o aço .....	94
4.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO .....	96
4.5 CARREGAMENTO .....	98
4.6 MÉTODO NUMÉRICO UTILIZADO PARA RESOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO-LINEARES.....	98
<b>4.6.1 Método de Newton-Raphson.....</b>	<b>99</b>
4.7 SUPERFÍCIES DE CONTATO .....	104
<b>4.7.1 Interação entre aço e concreto.....</b>	<b>105</b>
<b>4.7.2 Interação entre concreto pré-moldado e concreto de preenchimento .....</b>	<b>107</b>
4.8 DEFINIÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS .....	108
4.9 MODOS DE RUPTURA .....	110
<b>5 RESULTADOS: VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO .....</b>	<b>113</b>
5.1 VALIDAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO CDP PARA O CONCRETO .....	117
5.2 INFLUÊNCIA DA SOLDA .....	121
5.3 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO REFERENTE AOS ENSAIOS DE LAM E EL LOBODY (2005).....	123
5.4 VALIDAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS REFERENTES AOS ENSAIOS DE ARAÚJO et al. (2016).....	128
<b>5.4.1 Validação referente aos modelos M-150-10, M-200-0 e M-200-10.....</b>	<b>128</b>
<b>5.4.2 Validação referente ao modelo M-210-8 e análise da propagação de danos no concreto.....</b>	<b>130</b>
<b>5.4.3 Validação referente ao modelo M-210-0 e análise da propagação de danos no concreto.....</b>	<b>134</b>
5.4.3.1 Análise comparativa entre os modos de contato entre a laje alveolar e o concreto de preenchimento .....	137
<b>6 INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA À COMPRESSÃO DO CONCRETO .....</b>	<b>139</b>
6.1 MODELOS MC25-160-sca-0, MC30-160-sca-0 E MC50-160-sca-0 .....	139

6.2	MODELOS MC25-160-ca40-0, MC30-160-ca40-0 E MC50-160-ca40-0 .....	141
6.3	MODELOS MC25-160-ca60-0, MC30-160-ca60-0 E MC50-160-ca60-0 .....	142
6.4	MODELOS MC25-210-sca-0, MC30-210-sca-0 E MC50-210-sca-0 .....	144
6.5	MODELOS MC25-210-ca40-0, MC30-210-ca40-0 E MC50-210-ca40-0 .....	145
6.6	MODELOS MC25-210-ca60-0, MC30-210-ca60-0 E MC50-210-ca60-0 .....	147
6.7	RESUMO DAS VARIAÇÕES DA CAPACIDADE DO CONECTOR.....	148
<b>7</b>	<b>INFLUÊNCIA DAS ALTURAS DA CAPA ESTRUTURAL E DO PAINEL ALVEOLAR .....</b>	<b>151</b>
7.1	MODELOS COM CONCRETO C25.....	151
7.2	MODELOS COM CONCRETO C30.....	152
7.3	MODELOS COM CONCRETO C50.....	154
7.4	RESUMO DAS VARIAÇÕES DA CAPACIDADE DO CONECTOR.....	156
<b>8</b>	<b>INFLUÊNCIA DA ARMADURA TRANSVERSAL .....</b>	<b>158</b>
8.1	COMBATE À PROPAGAÇÃO DE DANOS POR TRAÇÃO .....	160
<b>8.1.1</b>	<b>Modelos MC25-160-sca-0, MC25-160-sca-8 e MC25-160-sca-16.....</b>	<b>160</b>
<b>8.1.2</b>	<b>Modelos MC25-210-ca40-0, MC25-210-ca40-8 e MC25-210-ca40-16.....</b>	<b>162</b>
8.2	RESUMO DAS VARIAÇÕES REFERENTES À ARMADURA TRANSVERSAL.....	166
<b>9</b>	<b>PROPOSTA DE NOVA EQUAÇÃO PARA O CÁLCULO DA CAPACIDADE DA LIGAÇÃO .....</b>	<b>167</b>
9.1	CONFRONTAÇÃO DA EQUAÇÃO PROPOSTA COM EQUAÇÕES NORMATIVAS E DA LITERATURA .....	170
<b>10</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>173</b>
10.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	174
	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>176</b>
	<b>ANEXO A – PROPAGAÇÃO DE DANOS POR TRAÇÃO NO CONCRETO DOS MODELOS .....</b>	<b>184</b>
	<b>ANEXO B – EQUAÇÕES DE LAM et al. (2000b) .....</b>	<b>191</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos as estruturas mistas aço-concreto vêm sendo utilizadas de forma gradativa no mercado da construção civil, tanto no Brasil como no resto do mundo, presentes geralmente em obras com altas solicitações de carregamento e em projetos cada vez mais evoluídos arquitetonicamente. Os pilares mistos são alguns dos exemplos deste sistema estrutural. Eles são constituídos internamente por concreto revestido externamente por chapas metálicas ou por perfis metálicos envolvidos por concreto. Outras referências fortemente utilizadas nos últimos anos são as lajes mistas de concreto incorporadas por formas de chapas metálicas, geralmente, em forma trapezoidal. Entre outros exemplos, um dos componentes mistos mais utilizados e estudados presentemente, são as vigas mistas.

Foi dado o início ao uso das vigas mistas aço-concreto em consequência da utilização de vigas metálicas sob lajes de concreto armado. Em razão da consideração de que os projetos estruturais poderiam reduzir o peso das vigas metálicas quando influenciadas pelo comportamento estrutural da laje, trabalhando em conjunto, sem diminuir a capacidade de resistir ao carregamento, automaticamente foram reduzidos os custos nestas obras. Essas vigas são compostas por perfis metálicos, que podem ser laminados ou soldados, preponderantemente situadas na região tracionada, com diferentes modelos de seções e dimensões, dependendo da necessidade do projeto. A interação com a laje, situada na região predominantemente comprimida, que pode ser de concreto ou mista, é realizada por meio de conectores de cisalhamento.

Os conectores de cisalhamento têm a função de restringir o deslocamento horizontal da interface aço-concreto, assim como impedir a separação da viga metálica com a laje, fenômeno conhecido como “*uplift*” (MALITE, 1993). Por possuírem diferentes formatos geométricos, algumas nomenclaturas de conectores de cisalhamento são conhecidas como: os pinos com cabeça; perfis “U”; barras com arco; espirais; e pinos com gancho.

De acordo com Malite (1993), os conectores são classificados como dúcteis e frágeis. Essa flexibilidade está relacionada com a capacidade do conector de resistir ao fluxo de cisalhamento que se gera entre o perfil de aço e a laje de concreto quando trabalham como viga mista. Para He et al. (2010), os conectores de cisalhamento não são

rígidos o suficiente para evitar perfeitamente o deslizamento entre a viga metálica e a laje, devido a deformação dos conectores, que são frequentemente conectores dúcteis.

Um aspecto importante para a análise de qualquer viga mista é a laje em que a viga metálica irá trabalhar em conjunto, sendo a laje alveolar uma alternativa para áreas de grandes vãos e altos carregamentos. Segundo Petrucelli (2009), a laje alveolar é basicamente um painel pré-fabricado de altura constante, constituída por concreto protendido e alvéolos ao longo de seu comprimento, podendo ter capeamento de concreto com armaduras passivas, dependendo da necessidade. Por ser industrializado, possui um rigoroso controle de qualidade no processo de fabricação. Os procedimentos de transporte e execução são bem simplificados, por consequência, principalmente, do seu baixo peso, uma característica devido aos vazios de seus alvéolos.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A utilização do aço na construção civil como elemento estrutural é sinônimo de velocidade, qualidade e sustentabilidade. Por ser um produto homogêneo e altamente moldável em seu estado líquido, proporciona um ágil processo de fabricação e posteriormente passa por um forte controle de qualidade. Graças às suas elevadas propriedades mecânicas em relação aos métodos convencionais, as estruturas metálicas possibilitam uma diminuição no peso total da estrutura, aliviando a sobrecarga nas fundações e permitindo maior flexibilidade no transporte e no processo de montagem. Ademais os canteiros de obra ficam menos sobrecarregados de materiais e seus descartes são 100% recicláveis, segundo Palatnik (2011).

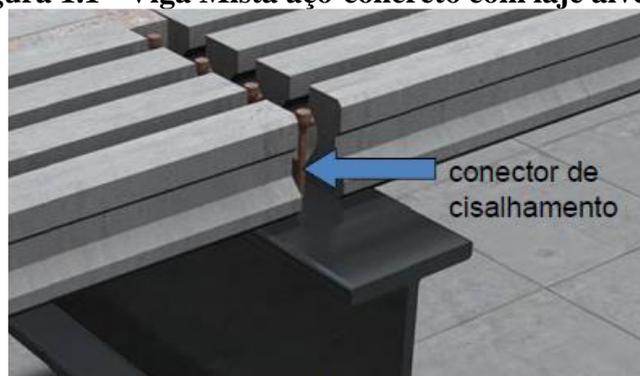
Assim como a agilidade proporcionada pelo uso do aço nas obras, o emprego de lajes pré-moldadas também intensifica a edificação. Dentre os variados tipos de lajes pré-moldadas, as lajes alveolares protendidas passaram a ser uma boa alternativa graças a sua extrema facilidade de execução, pois elas chegam prontas para serem içadas na obra, sem a necessidade de montagem de outros elementos construtivos convencionais, como, por exemplo, cimbramentos, formas ou elementos de enchimento. No uso de vigas mistas, as lajes alveolares (Figura 1.1) conseguem alcançar maiores obstáculos arquitetônicos com a capacidade de suportar maiores vãos sem a necessidade de pilares, superando as lajes *steel deck* (Figura 1.2a), por exemplo. Porém, de acordo com Lima e Souza (2010), uma

desvantagem do uso de lajes alveolares é o maior custo econômico em relação a outras soluções de lajes para construções estruturadas em aço.

O comportamento das vigas mistas aço-concreto pode variar significativamente dependendo do grau de interação da interface aço-concreto, exclusivamente devido ao desempenho do conector de cisalhamento. O estudo da resistência e dos deslizamentos destes conectores, bem como as tensões e deformações geradas por esforços de cisalhamento, é de grande relevância para a elaboração de projetos de estruturas mistas, uma vez que não há, em normas brasileiras, especificações ou formulações para este tipo de comportamento com lajes alveolares.

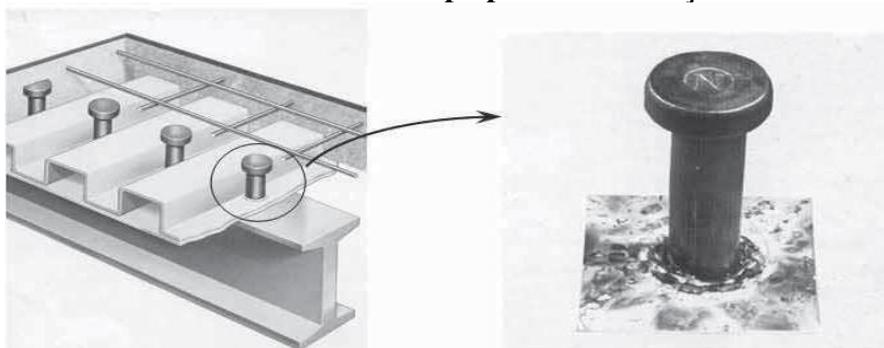
Os conectores do tipo pino com cabeça (Figura 1.2b) são os mais utilizados em diversos países, são fáceis de serem executados, por serem soldados nas vigas metálicas por um processo automático por meio de uma pistola de solda. Além disso, segundo Araújo et al. (2016), eles são flexíveis e permitem grande deslocamento longitudinal antes de atingir o estado limite último.

**Figura 1.1 - Viga Mista aço-concreto com laje alveolar**



Fonte – DE SOUZA (2014)

**Figura 1.2 – (a) Viga mista aço-concreto com laje *steel deck*; (b) Conector de cisalhamento do tipo pino com cabeça**



(a) (b)

Fonte – QUEIROZ; PIMENTA; MARTINS (2012)

O comportamento destas vigas mistas pode sofrer alterações de acordo com as propriedades mecânicas e a geometria dos componentes do elemento misto.

Neste contexto, a modelagem numérica se posiciona como uma ferramenta indispensável para permitir uma maior flexibilidade para avaliar o comportamento dos conectores, por objetivar uma análise multiaxial satisfatória nos campos das tensões e deformações, permitindo ainda a consideração da não-linearidade física e geométrica dos materiais, aproximando-se bem com os resultados experimentais, sem a inevitabilidade custosa de um ensaio experimental, como o ensaio *push-out*.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo geral avaliar a eficiência da ação de conectores do tipo “pino com cabeça” (*stud*) de vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares, mediante às variações de três parâmetros: a resistência característica à compressão do concreto, a altura da capa estrutural e a taxa de armadura transversal, por meio da avaliação de seus comportamentos mecânicos em modelos numéricos desenvolvidos no *software* ABAQUS.

### 1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Avaliação do comportamento de vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares, sobretudo os contatos entre os materiais, deslizamentos, modos de ruptura e campos de tensão e deformação, que se utilizam de conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça em modelos numéricos com o emprego do *software* comercial ABAQUS;
- Analisar a ação da armadura transversal no combate ao fendilhamento e à propagação de fissuras por danos plásticos de tração no concreto;
- Análise da interferência da capa estrutural das lajes no comportamento da ligação aço-concreto;

- Análise da influência do fck do concreto nos campos de deformação e no deslizamento do conector;
- Avaliar as formulações teóricas das normas EUROCODE 4 (2004), NBR 8800 (2008), ACI 318-08 (2008) para o cálculo da capacidade de cisalhamento do conector do tipo pino com cabeça, e com base nos resultados obtidos nos modelos numéricos, propor uma nova equação teórica.

### 1.3 METODOLOGIA

Para a realização dessa pesquisa, em busca dos objetivos já expostos, um conjunto de ações metodológicas foi necessário, iniciando-se na conceituação teórica e na busca de resultados experimentais para validação dos modelos que aqui foram construídos, em diversas referências disponíveis na Literatura do assunto.

Serão analisados modelos numéricos no *software* comercial ABAQUS versão 6.12, o qual utiliza-se do Método dos Elementos Finitos (MEF), a fim de simular o ensaio *push-out* de vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares com capa estrutural, com o objetivo de avaliar o comportamento dos conectores de cisalhamento e validar o modelo com resultados experimentais da literatura.

O *software* comercial ABAQUS disponibiliza ferramentas que possibilitam a consideração da não linearidade física e geométrica dos materiais, bem como uma análise criteriosa das regiões de tensões no conector e em torno dele. Análises estas que geralmente são de difícil percepção no ensaio experimental.

Os primeiros modelos foram construídos com a finalidade de serem validados pelos resultados empíricos obtidos por Araújo et al. (2016) e Lam e El Lobody (2005), além de comprovar o comportamento do concreto descrito na CEB-FIP (2010) através de um modelo constitutivo. E ainda foi avaliado o comportamento do modelo numérico para a adoção de dois métodos de contato para concretos de diferentes idades.

Na sequência, foi realizada uma análise comparativa sobre o comportamento das deformações e deslizamentos dos conectores para diferentes valores de resistência característica à compressão do concreto.

Na terceira etapa da metodologia foi avaliado o comportamento do conector de cisalhamento variando a espessura da capa estrutural, incluindo situações sem a presença da capa.

A quarta etapa da metodologia se baseou na análise do comportamento das fissuras na laje, variando a taxa da armadura transversal, com objetivo de combater ou diminuir a propagação das fissuras.

A última etapa da metodologia foi a avaliação das formulações teóricas contidas nas normas e na literatura para o cálculo da capacidade de cisalhamento de um conector do tipo pino com cabeça com lajes alveolares, a fim de sugerir a inclusão de novas variáveis referentes ao  $F_{ck}$  do concreto, à altura da capa estrutural da laje alveolar, à altura do painel alveolar, e à taxa de armadura, para uma nova formulação teórica.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta uma revisão sobre o comportamento das vigas mistas aço-concreto. Cita os tipos de conectores de cisalhamento mais utilizados no Brasil e no mundo, mais especificamente o conector pino com cabeça (*stud*). Apresenta uma breve conceituação sobre as lajes alveolares. Além disso, são apresentados alguns conceitos mecânicos e de interação dos materiais que compõem a estrutura mista.

### 2.1 COMPORTAMENTO DAS VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO

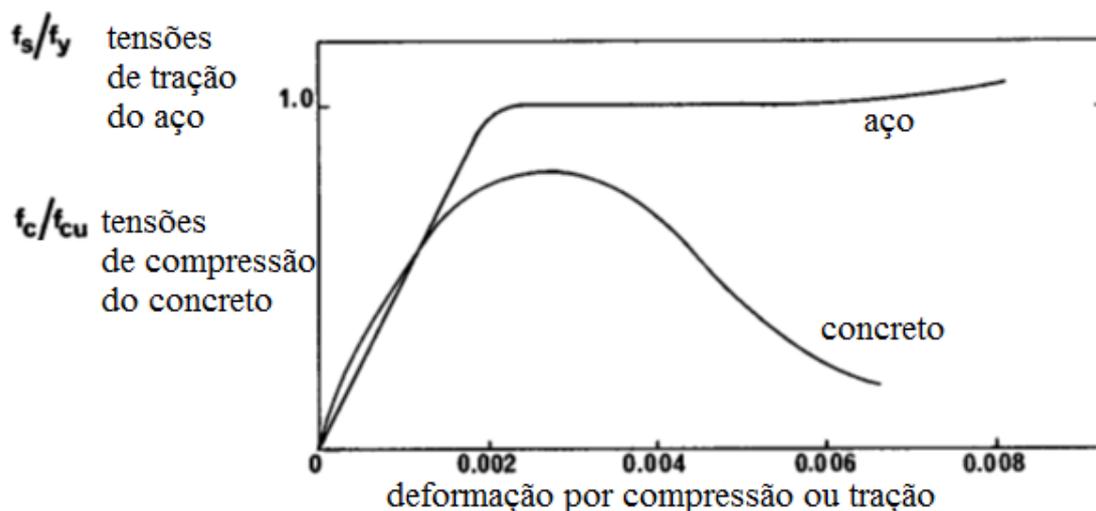
Quando uma viga mista biapoiada, contínua ou semicontínua é solicitada, dependendo da posição da linha neutra, na região do momento máximo positivo, a viga metálica geralmente trabalha à tração na superfície inferior da estrutura composta e a laje de concreto trabalha à compressão na superfície superior. Portanto é essencial o entendimento do comportamento de cada material para a análise global da estrutura.

De acordo com Johnson (1994), os dois materiais possuem o regime linear-elástico na curva tensão-deformação, porém, quando se estuda o elemento em conjunto, deve ser considerado um módulo efetivo de elasticidade para o concreto, a fim de permitir sua característica de resistência aos esforços de compressão na estrutura.

Observa-se na Figura 2.1 a análise global do comportamento rígido-plástico dos dois materiais. Percebe-se uma diferença significativa entre uma curva tensão *versus* deformação típica para o concreto em compressão e aquela para aço estrutural ou armadura em tração.

Segundo Johnson (1994), o concreto atinge o seu máximo esforço de compressão com uma deformação entre 0,002 e 0,003, rompendo em deformações mais altas. Johnson (1994) diz ainda que a tensão máxima atingida pelo concreto em uma viga ou coluna é pouco mais de 80% de sua força característica e o início do escoamento do aço na deformação por tração é semelhante ao do encurtamento último do concreto na compressão. Mas, ao continuar o carregamento, a tensão no aço continua a aumentar lentamente, ocorrendo o endurecimento. O endurecimento e subsequente ruptura são importantes para os elementos compostos de vigas contínuas, pois a resistência útil de uma seção transversal é alcançada quando todo o aço escoar, quando o aço flamba na compressão, ou quando o concreto esmaga (JOHNSON, 1994).

**Figura 2.1 – Curvas tensão-deformação para o aço e o concreto**



Fonte – JOHNSON (1994) – Adaptado

Para o cálculo de projetos estruturais, os coeficientes de ponderação do estado limite último para o peso próprio do concreto armado recomendados pelas normas brasileiras são maiores em comparação aos de estrutura metálica. Isto ocorre principalmente devido à sua heterogeneidade, que ocorre diferenciação nos valores de resistência ao longo de um corpo de concreto. Fato este decorrente da migração de água antes do concreto atingir a cura e devido aos erros nas dimensões das seções transversais, particularmente no posicionamento das armaduras. As Tabelas 2.1 e 2.2 apresentam um comparativo dos coeficientes de ponderação do peso próprio dos dois materiais para a ABNT NBR 6.118: 2014 – Projeto de estruturas de concreto – procedimento e a ABNT NBR 8.800: 2008 – Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios.

**Tabela 2.1 – Coeficientes de ponderação de ações permanentes no estado limite último da NBR 6118 (2014)**

Combinações	Concreto	Aço
	$\gamma_c$	$\gamma_s$
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Fonte –NBR 6118 (2014)

**Tabela 2.2 – Coeficientes de ponderação de ações permanentes no estado limite último da NBR 8800 (2008)**

Combinações	Ações permanentes ( $\gamma_g$ ) <sup>a c</sup>					
	Diretas					Indiretas
	Peso próprio de estruturas metálicas	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	Peso próprio de estruturas moldadas no local e de elementos construtivos industrializados e empuxos permanentes	Peso próprio de elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	Peso próprio de elementos construtivos em geral e equipamentos	
Normais	1,25 (1,00)	1,30 (1,00)	1,35 (1,00)	1,40 (1,00)	1,50 (1,00)	1,20 (0)
Especiais ou de construção	1,15 (1,00)	1,20 (1,00)	1,25 (1,00)	1,30 (1,00)	1,40 (1,00)	1,20 (0)
Excepcionais	1,10 (1,00)	1,15 (1,00)	1,15 (1,00)	1,20 (1,00)	1,30 (1,00)	0 (0)

Fonte –NBR 8800 (2008)

Segundo Queiroz et al. (2012), na região do momento positivo das vigas mistas aço-concreto, a interação entre o perfil estrutural de aço e a laje de concreto pode ser parcial ou completa. Sendo considerada completa quando a resistência de cálculo dos conectores desta região for maior do que a resistência à tração do perfil de aço e a resistência à compressão da laje de concreto.

### 2.1.1 Conexão de cisalhamento parcial

Oehlers e Bradford (1995) descrevem que existem dois termos comumente usados para interpretar o comportamento da conexão de um elemento composto: a interação parcial e a conexão parcial de cisalhamento. A conexão de cisalhamento parcial tem a ver com o equilíbrio das forças dentro de um membro composto, enquanto a interação parcial diz respeito à compatibilidade de deformações na interface aço-concreto. A conexão de cisalhamento parcial, portanto, representa um critério de força, enquanto a interação parcial representa um critério de rigidez.

Oehlers e Bradford (1995) explicam como se encontra o equilíbrio de forças de uma seção mista, considerando a viga de seção T composta simplesmente apoiada, mostrada na Figura 2.2 (a) e (b), que é submetida à flexão positiva. Ao conhecer a distribuição de tensões na seção A-A distante  $L_{sp}$  do apoio, analisando as curvas tensão-deformação dos materiais, é possível determinar a distribuição de tensões, como mostrado

em (d). Assumindo que a linha neutra NA está na componente de aço, de modo que a porção abaixo de NA em (d) no aço é submetida a tração e acima é submetida a compressão, e todo o componente de concreto é submetido a compressão. Se integrar-se a distribuição de tensão de tração, isso será equivalente a uma força de tração  $F_{ten}$ , posicionada  $h_2$  abaixo da interface de aço-concreto, e a integração do esforço de compressão produz uma força de compressão posicionada acima da interface. Isso é mostrado na Figura 2.2 (e). O equilíbrio horizontal resume-se em:  $F_{ten} = F_{con} = F_r$  e o equilíbrio rotacional em:  $M_a = F_r (h_1 + h_2)$ , onde  $M_a$  é o momento aplicado na seção A-A.

Outra maneira de realizar este equilíbrio é substituir a distribuição de tensão atuando no componente de concreto por um momento  $M_c$  e uma força axial  $F_c$  atuando no centroide deste componente, e substituir a distribuição de tensão que atua no componente de aço por um Momento  $M_s$  e uma força axial  $F_s$  que atua no centroide do componente de aço, como na Figura 2.2 (f). Então o equilíbrio de forças fica:

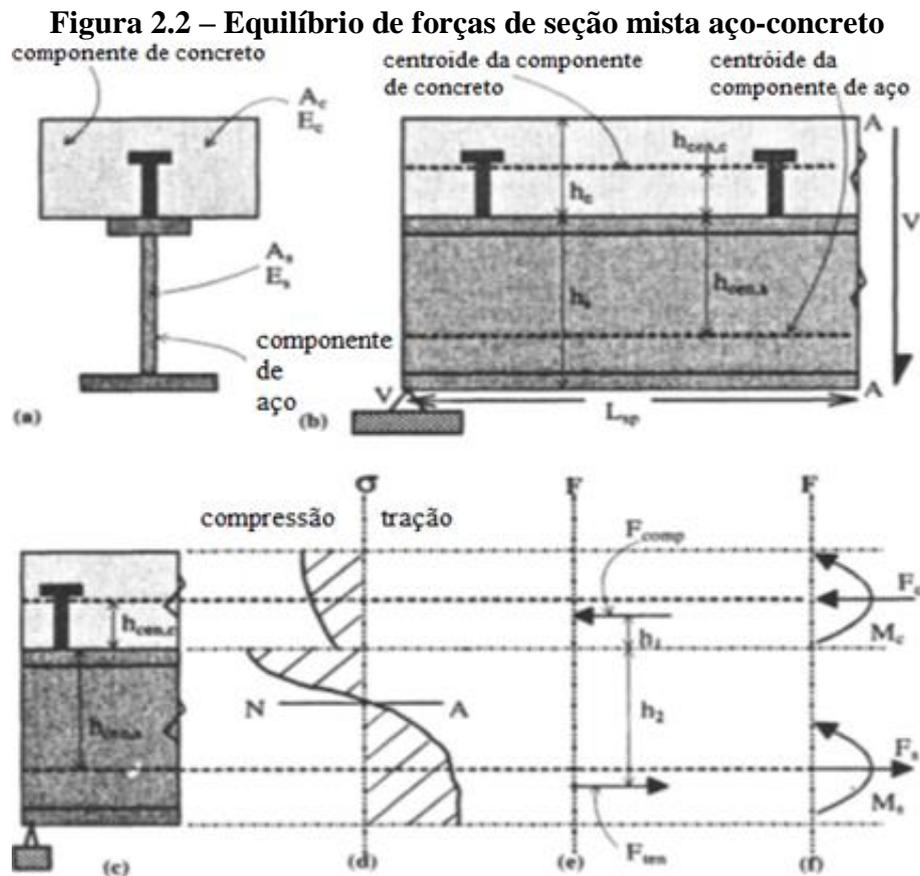
$$F_c = F_s \quad (2.1)$$

$$M_a = M_c + M_s + F_c(h_{cen,c} + h_{cen,s}) \quad (2.2)$$

Onde  $(h_{cen,c} + h_{cen,s})$  é a distância entre os centroides de cada componente como mostrado em (c). Em muitos cálculos de projeto, assume-se que o concreto não é reforçado na direção longitudinal, de modo que sua força é governada por uma tensão de tração muito baixa. Neste caso, muitas vezes é assumido que  $M_c = 0$  (OEHLERS; BRADFORD, 1995).

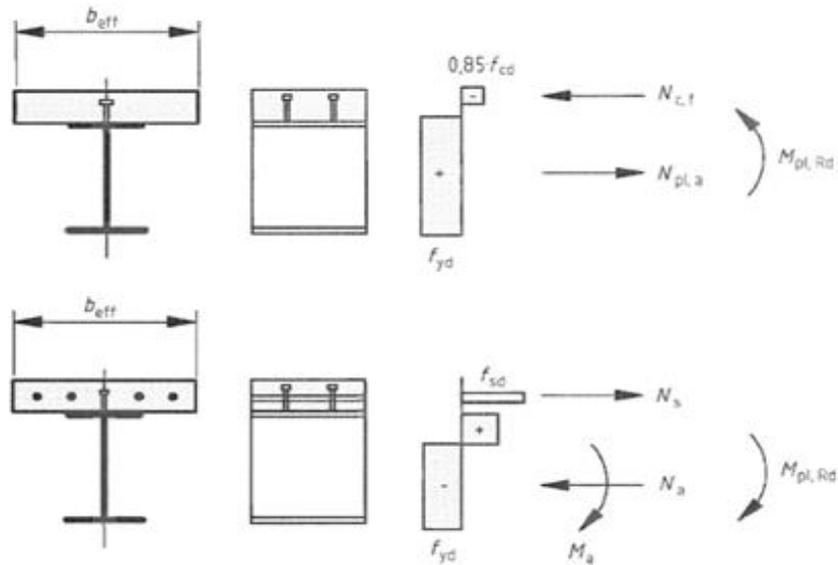
A Eurocode 4 (2004) descreve que a seção transversal da viga mista aço-concreto tem comportamento rígido-plástico e para o cálculo do momento resistente de projeto é calculado o momento fletor de plasticidade da seção, que deve ser considerada a interação da viga metálica com a laje de concreto e sua armadura. A área efetiva de aço deve ser definida pela distribuição de tensões de tração e compressão no aço pela tensão de escoamento  $F_y$ , assim como a área efetiva da armadura longitudinal da laje de concreto. A área efetiva do concreto comprimido deve resistir a uma tensão de  $0,85F_{cd}$ , constante desde a posição da linha neutra até a fibra mais comprimida, em que  $F_{cd}$  é a resistência

de cálculo à compressão do concreto. Esta distribuição de tensões é ilustrada na Figura 2.3.



Fonte – OEHLERS E BRADFORD (1995) – Adaptado

**Figura 2.3 – Equilíbrio de forças segundo a Eurocode 4**

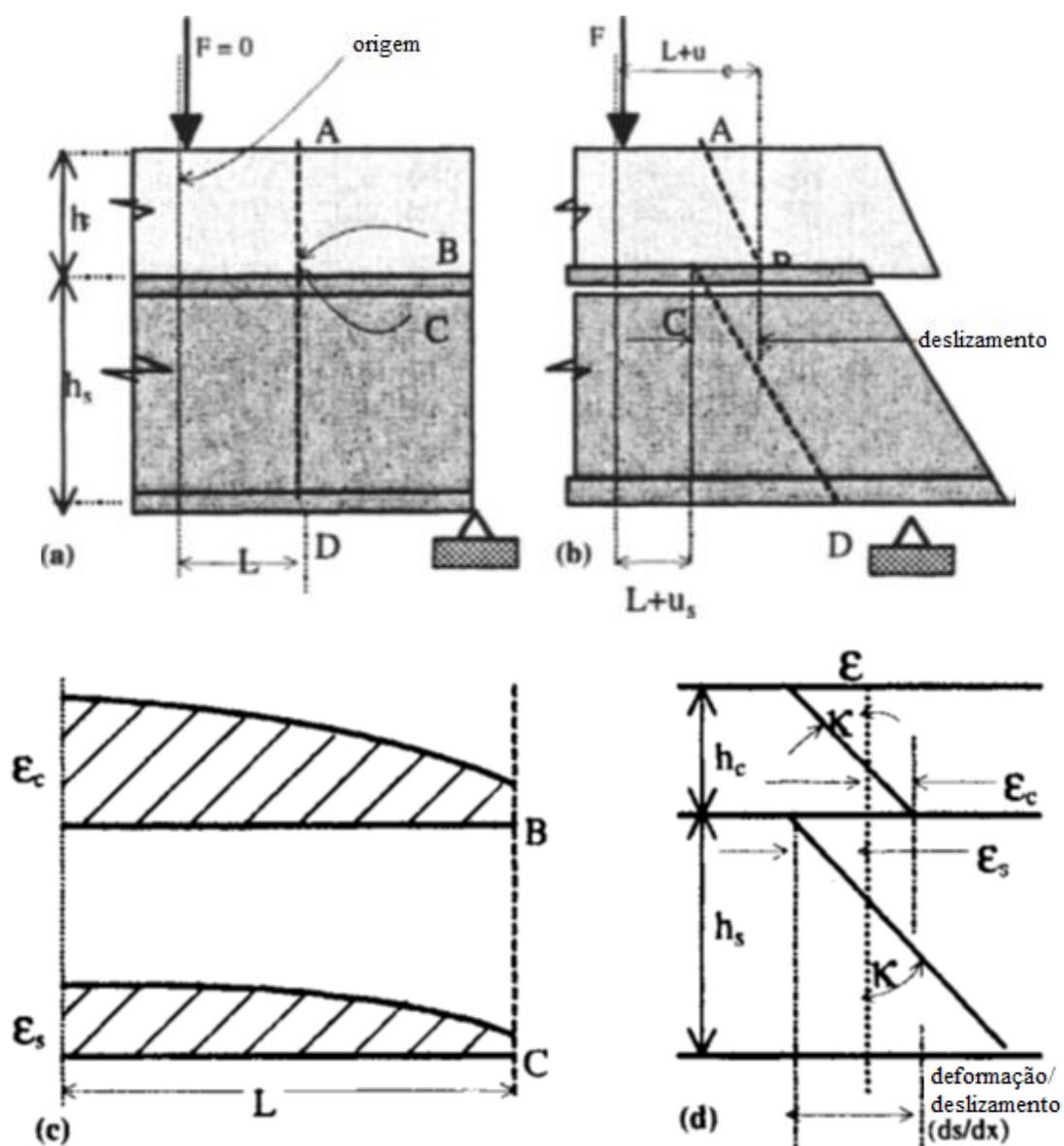


Fonte – EUROCODE 4 (2004)

### 2.1.2 Interação parcial

De acordo com Oehlers e Bradford (1995), o comportamento de uma viga composta é afetado diretamente pelo deslizamento da conexão de cisalhamento na interface aço-concreto. A Figura 2.4 (a) mostra uma viga simplesmente apoiada com um carregamento qualquer, em que a seção AB representa a componente de concreto, e a seção CD a componente de aço, distantes a uma distância  $L$ , a partir de um eixo de referência.

Figura 2.4 – Deslizamento de uma viga mista aço-concreto



Fonte – OEHLERS E BRADFORD (1995) - Adaptado

Ao aplicar a carga  $F$ , a seção se deforma, conforme mostrado em (b). As forças de flexão nas fibras superiores dos componentes de concreto e de aço fazem com que essas fibras se contraem, enquanto as forças de flexão nas fibras inferiores do concreto e aço fazem com que essas fibras se expandam. Existe, portanto, uma ação deslizante na interface, e o movimento relativo na interface causada por esta ação deslizante é denominado como o deslizamento “ $s$ ”. Se a nova posição de B no componente de concreto estiver em  $L + u_C$ , como mostrado na Figura 2.4 (b), e a posição de C no componente de aço estiver em  $L + u_S$ , então  $s = u_C - u_S$ . Este deslizamento é resistido pelas forças longitudinais de cisalhamento. É ilustrada na Figura 2.4 (c) a distribuição de deformações nos componentes de concreto e aço ao longo do comprimento  $L$ . Sabendo-se que os deslocamentos  $u_C$  e  $u_S$  podem ser calculados como:

$$u_C = \int_L \varepsilon_C dx \quad e \quad u_S = \int_L \varepsilon_S dx \quad (2.3a, b)$$

Então, derivando o deslizamento  $s = u_C - u_S$ , obtém-se:

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_C - \varepsilon_S \quad (2.4)$$

A derivada do deslizamento  $ds / dx$  é definida como a “deformação de deslizamento” e a mudança de fase entre os perfis de deformação em cada componente, como pode ser visto na Figura 2.4 (d).

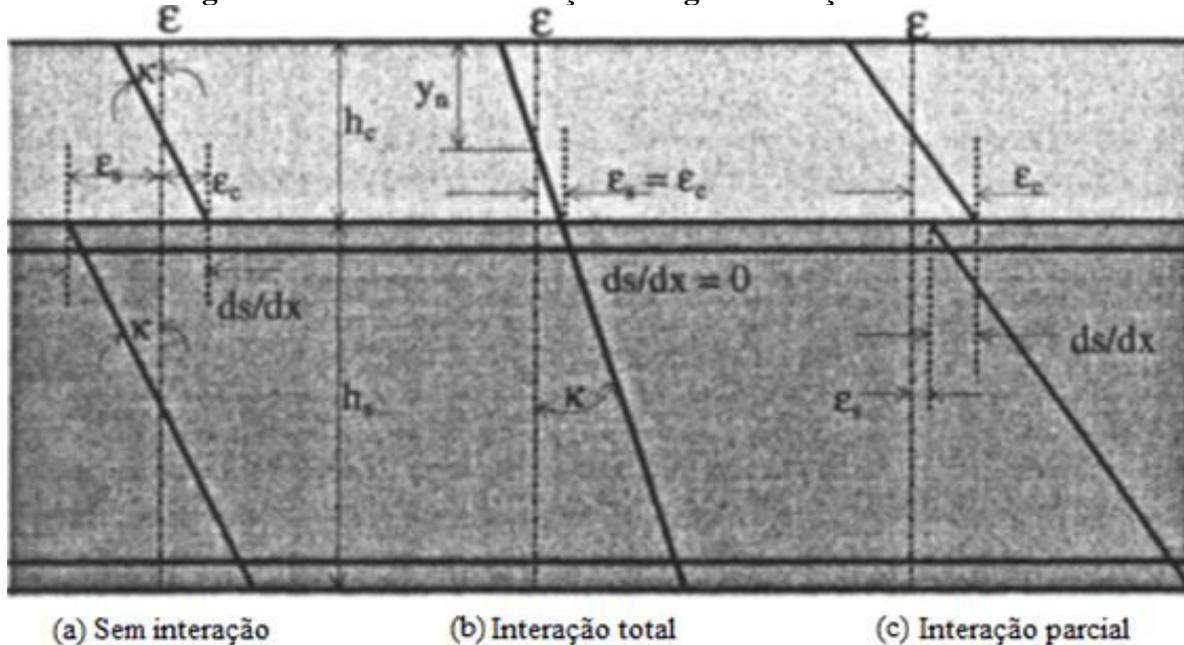
### 2.1.3 Grau de interação

Para Oehlers e Bradford (1995), quando a laje de concreto é apenas apoiada sobre a viga metálica, sem nenhuma forma de ligação, a interação é nula, como ilustra a Figura 2.5 (a). Para que a interação seja completa, o resultado da derivada do deslizamento  $ds / dx$  mencionada na Eq. 2.4 deverá ser 0, ou seja, a deformação  $\varepsilon_C$  do concreto deverá ser igual a deformação  $\varepsilon_S$  do aço, como é mostrada na Figura 2.5 (b). A interação parcial mencionada no item 2.1.2 pode ser visualizada na Figura 2.5 (c).

Oehlers e Bradford (1995) ressaltam que o grau de interação de uma viga mista está totalmente relacionado à propriedade de rigidez, diferentemente do grau de conexão de cisalhamento que está relacionado à uma grandeza de força. Entretanto o grau de conexão de cisalhamento e o grau de interação estão diretamente relacionados, porque, conforme aumenta-se o número de conectores de cisalhamento, aumenta-se a força de resistência ao cisalhamento na interface e conseqüentemente a rigidez da conexão.

De acordo com França (2004), o início da interação de uma superfície lisa de aço com a superfície de concreto ocorre devido ao efeito de adesão química, causado pela pasta de cimento do concreto. Porém quando ocorre o rompimento desta adesão, a interação entre as superfícies passa a trabalhar por atrito.

**Figura 2.5 – Graus de interação da viga mista aço-concreto**

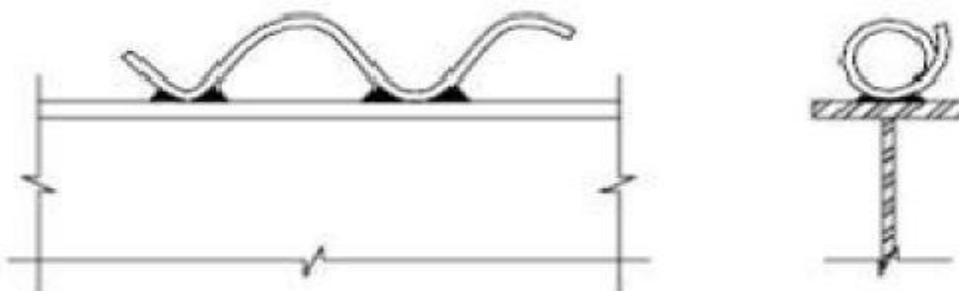


Fonte – OEHLERS E BRADFORD (1995) - Adaptado

## 2.2 TIPOS DE CONECTORES DE CISALHAMENTO

Os suíços foram os pioneiros nos estudos dos conectores de cisalhamento, na década de 1930. Eles concluíram que as tensões de cisalhamento entre a laje de concreto e a viga metálica poderiam ser resistidas por meio de tubos espirais soldados na mesa metálica, como pode-se observar na Figura 2.6.

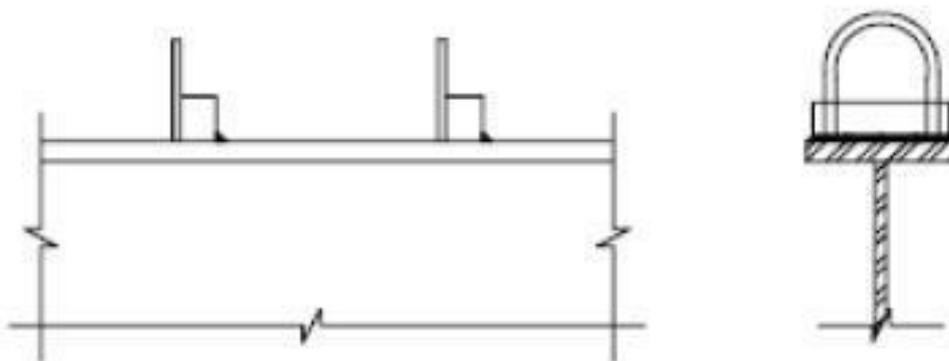
**Figura 2.6 – Conector espiral**



Fonte: VIEST (1960 apud CHAVES, 2009)

Posteriormente, os europeus criaram um novo tipo de conector: conectores formados por barras de reforço na forma de ganchos ou presilhas, soldados, juntamente com conectores rígidos feitos de barras retangulares de aço, na viga metálica, com objetivo de restringir o deslizamento horizontal na interface aço-concreto e impedir o *uplift*. Eles são ilustrados na Figura 2.7.

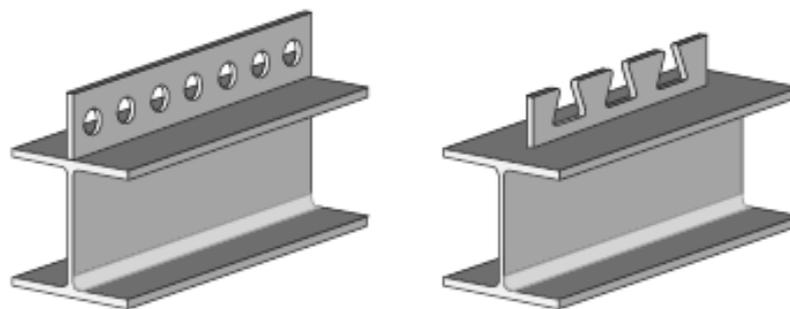
**Figura 2.7 – Conectores rígidos de barras retangulares de aço com gancho**



Fonte: CHAPMAN (1964 apud CHAVES, 2009)

Segundo Aguiar (2015), um conector recentemente utilizado é o *Perfobond*. Desenvolvido em 1987, é um conector rígido configurado por aberturas alinhadas no sentido longitudinal que permitem a passagem do concreto, soldados no perfil metálico antes da concretagem. Outro conector, o *Crestbond*, consiste em uma chapa dentada com saliências e reentrâncias trapezoidais que também permitem a passagem do concreto, ambos proporcionam resistência ao cisalhamento longitudinal e previnem a separação vertical entre o perfil de aço e a laje, ilustrado na Figura 2.8.

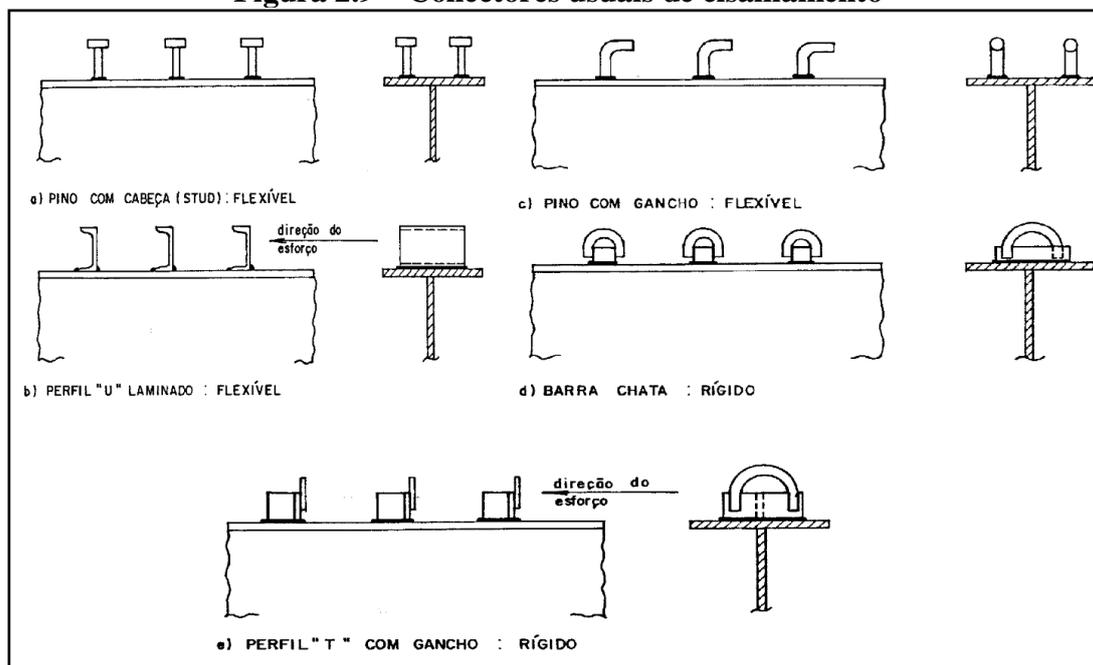
**Figura 2.8 – Conectores *perfibond* e *Crestbond***



Fonte: VERÍSSIMO et al. (2006)

Alguns outros tipos de conectores existentes são ilustrados na Figura 2.9, como os conectores flexíveis, que também podem ser chamados de conectores dúcteis: pino com cabeça (*stud*), perfil “U” laminado e o pino com gancho. Há, também, os conectores rígidos, que da mesma forma podem ser chamados de conectores frágeis: barra chata com gancho e perfil “T” com gancho.

**Figura 2.9 – Conectores usuais de cisalhamento**



Fonte: MALITE (1990)

### 2.3 CONECTOR PINO COM CABEÇA E SEU COMPORTAMENTO MECÂNICO

Segundo Tristão e Munaiar Neto (2005), por ser um dos conectores mais utilizados no mercado das estruturas mistas, o conector pino com cabeça (*stud*), ilustrado

na Figura 2.10, é de fácil manuseio e execução. Soldado na mesa da viga metálica por meio de uma pistola automática de soldagem (Figura 2.11), processo no qual a base do pino é posicionada na mesa e, por meio de um arco elétrico, quando se puxa o gatilho da pistola, ocorre a fusão do pino com a viga metálica.

**Figura 2.10 – Conector pino com cabeça (*stud*) em situação real**



Fonte: TRISTÃO e MUNAIAR NETO (2005)

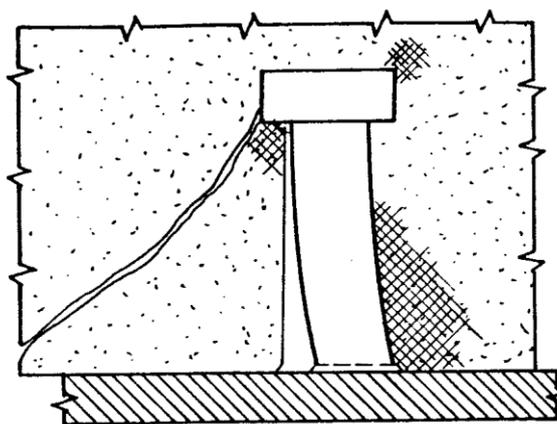
**Figura 2.11 – Processo de soldagem do conector pino com cabeça (*stud*)**



Fonte: KOTINDA (2006)

De acordo com Malite (1990), o grau de flexibilidade do conector do tipo pino com cabeça é definido pelas dimensões da haste. Já a cabeça do pino possui duas funções: impedir o afastamento entre o aço e o concreto e melhorar a resistência do conector, ao aderir no concreto circundante (Figura 2.12).

**Figura 2.12 – Interação conector – concreto envolvente. A travejado zonas de concreto comprimido**



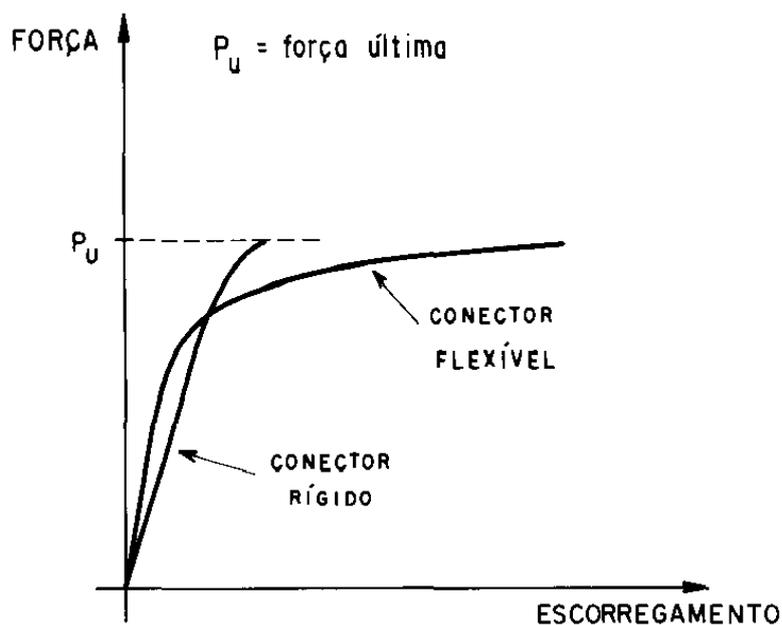
Fonte: MALITE (1990)

Quando ensaiados, os conectores dúcteis e frágeis possuem um comportamento semelhante na fase elástica da curva força x escorregamento, porém, os conectores dúcteis dispõem uma maior capacidade de deformação quando o carregamento chega próximo ao limite da tensão última (Figura 2.13). Isso permite uma redistribuição do fluxo de cisalhamento longitudinal entre os conectores, uniformizando a resistência da conexão, concedendo que os conectores vizinhos absorvam e também atinjam sua capacidade máxima (MALITE, 1993). A EUROCODE 4 (2004) determina que quando ocorre ruptura nos conectores do tipo pino com cabeça, com haste não inferior a 4 vezes o diâmetro, e diâmetro não inferior a 16 mm e não superior a 25 mm, entende-se por uma ruptura dúctil.

De acordo com Oehlers e Bradford (1995), para o diagrama de corpo livre do componente de concreto carregado externamente sobre o comprimento de extensão  $L_{SP}$  mostrado na Figura 2.14, considerando que a face do lado esquerdo da figura é um apoio simples, a força de cisalhamento total nos conectores de cisalhamento deve ser equilibrada de modo que:  $F_{sh} = F_c$ . Em que  $F_{sh}$  é a força de cisalhamento gerada na interface e  $F_c$  a resultante da força de compressão da laje. Além disso, o conjunto formado pelo momento  $M_c$ , gerado pelo componente de concreto e a resultante da força de

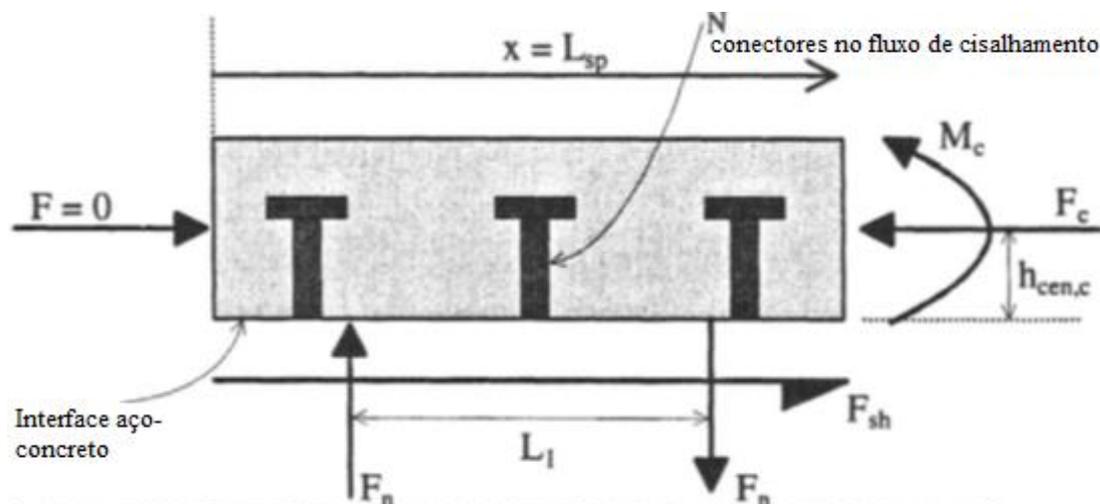
compressão da laje  $F_c$ , posicionada a uma altura  $h_{cen,c}$  da interface, deve ser equilibrado pelo conjunto das resultantes de tração e compressão resistidas pelos conectores distanciadas a uma distância  $L_1$ . Os conectores de cisalhamento devem, portanto, serem projetados para resistir também às forças de tração e compressão  $F_n$ .

**Figura 2.13 – Curva força x escorregamento dos conectores de cisalhamento**



Fonte: MALITE (1990)

**Figura 2.14 – Equilíbrio de forças no componente de concreto**



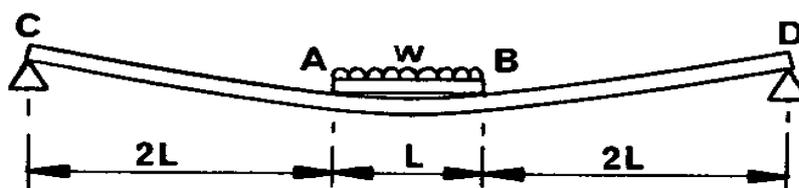
Fonte – OEHLERS E BRADFORD (1995) – Adaptado

### 2.3.1 Uplift

De acordo com Johnson (1994), existem situações em que pode ocorrer o deslocamento da interface aço-concreto, mais conhecido como *uplift*. Este fenômeno transcorre de três maneiras. Normalmente quando ocorre torção na laje de concreto armado em contato com a mesa da viga metálica. Em seções não uniformes ao longo da distância longitudinal da viga. Ou advém de acordo com a situação ilustrada na Figura 2.15, em que o segmento AB é apoiado por CD e suporta carregamento distribuído.

Segundo Johnson (1994), o *uplift* pode ser facilmente demonstrado pela teoria da elasticidade, se a rigidez à flexão do segmento AB exceder cerca de um décimo à do segmento CD, então toda a carga de AB é transferida para CD nos pontos A e B, ocorrendo a separação das vigas entre esses pontos. Se AB estiver conectado ao CD, haveria força de deslocamento no meio da viga.

Figura 2.15 – Efeito de *uplift*



Fonte – JOHNSON (1994)

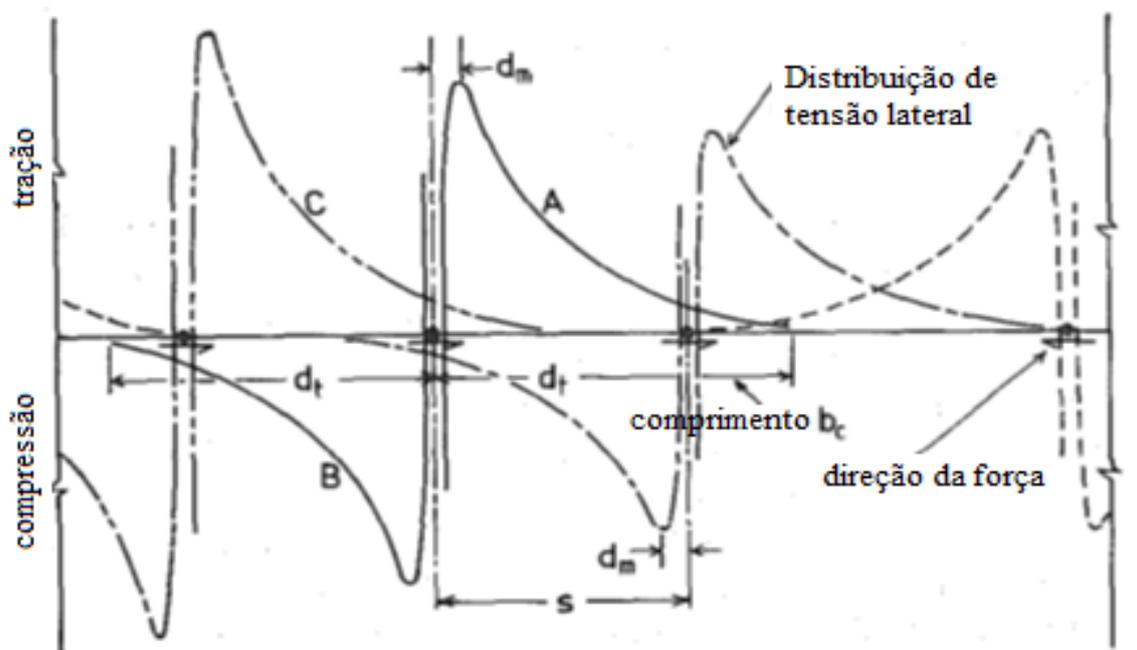
Para Johnson (1994), quase todos os conectores utilizados na prática são, portanto, fabricados de tal forma que proporcionam resistência ao levantamento, bem como o deslizamento. As forças de deslocamento são muito inferiores às forças de cisalhamento e normalmente não é necessário calcular ou estima-las para fins de projeto, desde que sejam usados conectores com alguma resistência de deslocamento.

### 2.3.2 Distribuição de tensões dos conectores na laje

A aplicação de cada carga de cisalhamento concentrada dentro de uma laje gera tensões de tração laterais na frente do conector sobre uma zona de tensão  $d$  e comprimento  $b_c$ . Assim como são formadas tensões de compressão laterais atrás do conector da mesma

magnitude e forma, como são ilustradas as distribuições A e B na Figura 2.16. A distribuição de tensão lateral resultante, portanto, depende das distribuições de tensões geradas por cada conector individual, bem como a sobreposição longitudinal das distribuições de tensões laterais devido ao fluxo de cisalhamento (OEHLERS, 1989).

**Figura 2.16 – Distribuição de tensões dos conectores na laje de concreto**



Fonte – OEHLERS (1989) – Adaptado

### 2.3.3 Fissuração gerada pela ação dos conectores de cisalhamento

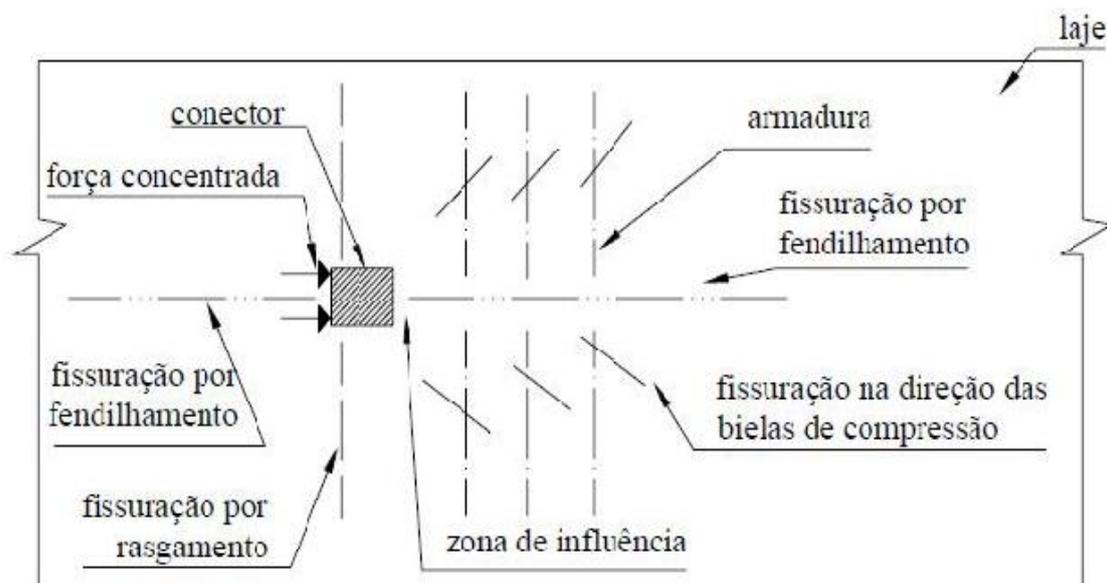
Para Oehlers (1980), quando um conector aplica uma carga em uma laje de concreto, a dispersão da força é equilibrada pela força de tração lateral na frente do conector, o que faz com que a laje fissure quando a tensão atinge a resistência à tração do concreto. A força longitudinal que o conector aplica à laje não é uniforme, porque o conector é livre e, portanto, a distribuição das forças laterais varia ao longo da profundidade da laje. Já quando um único grupo de parafusos aplica uma carga dentro de uma laje, as forças de tração e compressão são desenvolvidas na frente e atrás do grupo, de magnitude igual, mas oposta. O esforço de tração lateral máximo depende da força aplicada longitudinalmente, da largura total sobre a qual os parafusos estão espaçados e da largura da laje.

Segundo Oehlers (1989), pode haver três modos de fissuração distintos na laje quando o conector de cisalhamento aplica uma carga concentrada a ela:

- As fissuras de rasgamento, que são fissuras laterais que se estendem ao lado do conector. A magnitude destas fissuras depende das forças de compressão presentes na laje, tendo pouco efeito sobre o mecanismo do conector, por estarem longe da zona de alta compressão;
- As fissuras de cisalhamento, que são fissuras presentes nas zonas de alta compressão, afetando a restrição triaxial do conector. São utilizadas armaduras transversais na laje para controlar a propagação deste tipo de fissuração;
- As fissuras por fendilhamento, que são fissuras decorrentes na direção longitudinal do conector. São as mais peculiares, pois, primeiramente a força gera uma alta tensão na zona de alta compressão, na frente do conector, fissurando neste sentido, em seguida, o concreto fissura atrás do conector, ocasionando a falha da restrição triaxial do conector.

A Figura 2.17 ilustra os três modos de fissuração citados anteriormente por Oehlers (1989).

**Figura 2.17 – Modos de fissuração pela ação dos conectores de cisalhamento**



Fonte – OEHLERS (1989) – Adaptado

Para as vigas mistas, a informação mais relevante para projetos é a capacidade de carga e deslizamento dos conectores de cisalhamento. Estas características são obtidas principalmente nos testes *push-out*. Por mais que o teste *push-out* não possa simular exatamente as condições reais que ocorrem em uma viga mista submetida a flexão, ele permite a análise do comportamento de diferentes tipos e tamanhos de conectores de cisalhamento, desde que o teste seja padronizado por normas (LAM, 2007).

Para o cálculo da capacidade de carga da conexão, muitas normas nacionais e internacionais apresentam equações para a determinação desta resistência, podendo ocorrer ruptura no conector ou no concreto da laje. Araújo et al. (2016) apresentaram uma tabela geral (Tabela 2.3) destas equações, para as seguintes normas: ABNT NBR 8800 (2008), EUROCODE 4 (2004), e ACI 318-08 (2008).

**Tabela 2.3 – Equações normativas para capacidade de carga da conexão**

Referência	Ruptura no concreto	Ruptura no aço
EUROCODE 4 (2004) - Eq (2.5) e (2.6)	$0,29\alpha d^2\sqrt{f_c E_c}$ $\alpha = 0.2 (h/d + 1) \leq 1$ com $3 \leq h/d \leq 4$ $\alpha = 1$ com $h/d > 4$	$0.8f_u A_S$
NBR 8800 (2008) E AISC (2005) - Eq (2.7) e (2.8) (2008)	$0,5A_S\sqrt{f_c E_c}$	$A_S f_u$
ACI 318-08 (2008) - Eq (2.9) e (2.10)	$0,21\left(\frac{l_e}{d}\right)^{0,2}\sqrt{d}\lambda\sqrt{f_c}(c_{a1})^{1,5}$	$0.65f_u A_S$

Fonte – ARAÚJO et al. (2016)

Nesta tabela,  $A_S$  é a área transversal do conector,  $f_{cm}$  é a resistência média à compressão do concreto moldado no local,  $E_{cm}$  é o módulo de elasticidade médio do concreto moldado no local,  $f_u$  é a resistência última do conector,  $\lambda$  é fator de modificação para concreto leve, no caso deste trabalho, por se tratar de concreto normal, será adotado  $\lambda=1$ ,  $l_e$  é a altura da haste do conector,  $f_c$  é a resistência característica à compressão do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>,  $d$  é o diâmetro do conector,  $d_{ec1}$  é a distância do centro do conector até a borda do concreto,  $h$  é a altura do conector, e  $c_{a1}$  é a distância do último conector ao final da laje alveolar.

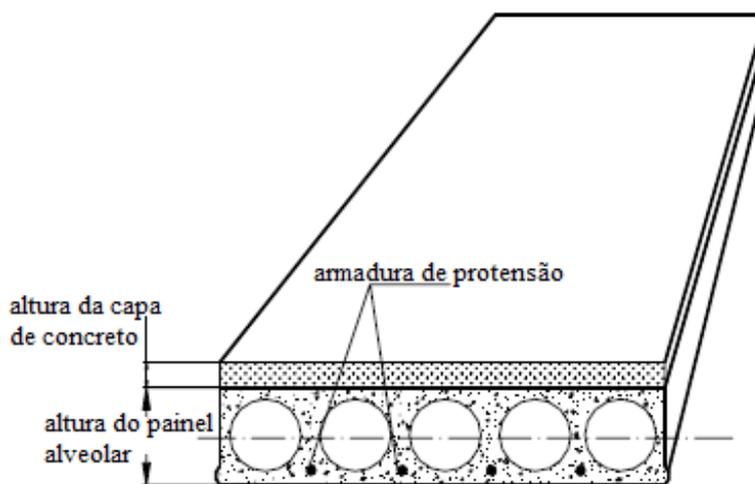
## 2.4 LAJE ALVEOLAR E SEU COMPORTAMENTO

Há três grandes características conceituais que descrevem as vantagens do uso das lajes pré-fabricadas alveolares:

- Por ser um produto pré-fabricado, economiza tempo, utilização de formas, elementos de enchimento e mão de obra para montagem no local.
- Baixo peso em comparação às lajes maciças, devido à presença de alvéolos na seção transversal da laje, que permite a redução no custo da fundação.
- Alta capacidade de suportar grandes vãos de carregamento sem a necessidade de escoramentos, em razão dos esforços de protensão das cordoalhas no interior da laje.

A Figura 2.18 ilustra uma seção transversal típica da laje alveolar.

**Figura 2.18 – Seção transversal da laje alveolar**



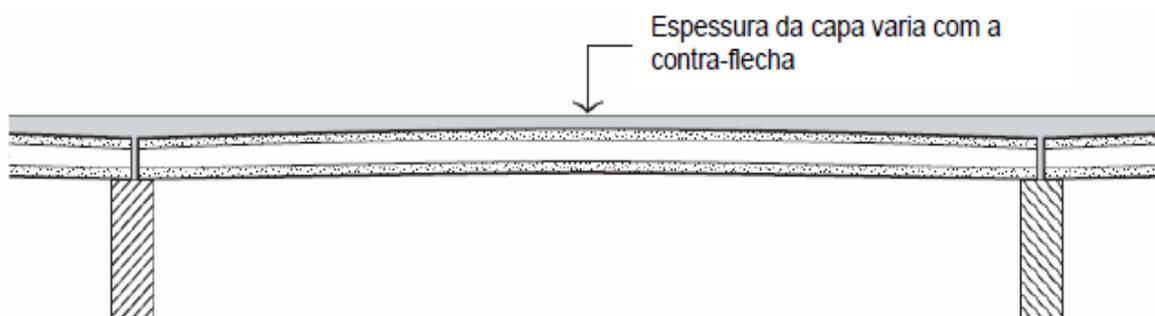
Fonte – CASTILHO (2003)

Segundo Da Costa (2009), as lajes alveolares podem apresentar capa estrutural de concreto moldado in loco, apresentando duas funções básicas. A primeira é de acabamento, que garante o nivelamento da superfície da laje, principalmente em locais de contra-flecha, devido aos esforços de protensão (Figura 2.19). E a segunda é de ação estrutural, que permite aumentar a inércia da laje e proporciona um efeito de diafragma

horizontal na estrutura, permitindo a mobilização de todos os elementos para absorver as ações laterais do vento.

De acordo com Castilho (2003), para o estudo do comportamento estrutural das lajes alveolares, admita-se que o comportamento mecânico do elemento corresponda ao de laje armada em uma única direção.

**Figura 2.19 – Uso da capa estrutural em concreto moldado *in loco***



Fonte – DA COSTA (2009)

O comportamento das placas alveolares nos estados limites últimos e de serviço que determinam o equacionamento e modelos aplicados para a criação de projetos. De acordo com Petrucelli (2009), é possível resumir os mecanismos de ruptura das lajes alveolares, conforme estudos experimentais realizados por pesquisadores na literatura com este objetivo. Para Yang (1994), Pajari (1989), Girhammar (1992) e Rettne e Edekling (2006), os painéis de lajes alveolares podem romper por mecanismos de falha devidos à flexão ou cisalhamento, entre eles:

- Fissuras no concreto decorrentes aos esforços de tração da flexão ou à interação de cisalhamento e flexão;
- Ruptura das cordoalhas por tração devido à flexão
- Ruptura do concreto devido à compressão por flexão;
- Deformação excessiva da laje;
- Falha de ancoragem dos cabos;
- Colapso da nervura por tração ou compressão devido ao cisalhamento;

- Falha por escorregamento devido ao cisalhamento ao longo de uma fissura inclinada.
- Fissuração da fibra superior devido à tração por flexão depois da retirada de ancoragem dos cabos protendidos;

#### 2.4.1 Interação entre concreto de preenchimento e concreto pré-moldado

Segundo Araújo (2002), Lacerda (2013) e Rizzo (2008), a transferência de esforço cortante entre a superfície do concreto de preenchimento e a superfície de concreto pré-moldado, de diferentes idades, pode ocorrer por três formas:

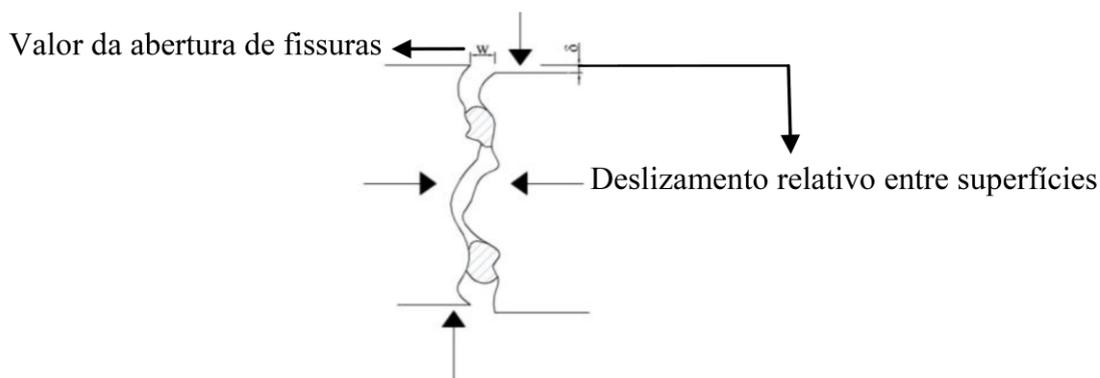
- Por adesão:

É o primeiro fenômeno que ocorre na interação entre as duas superfícies ao receberem forças de cisalhamento. A resistência da interação é realizada pela adesão entre as partículas do aglomerante. Quanto mais rugosa for a superfície, maior será a adesão.

- Por atrito:

Após a perda do mecanismo de adesão, a ligação entre os dois componentes passa a agir por atrito, que possui uma parcela mais significativa de resistência. Episódio que ocorre graças aos esforços normais, gerando pressões entre as superfícies (Figura 2.20). Quanto maior for a rugosidade da superfície, mais expressivo será o atrito.

**Figura 2.20 – Transferência por atrito**

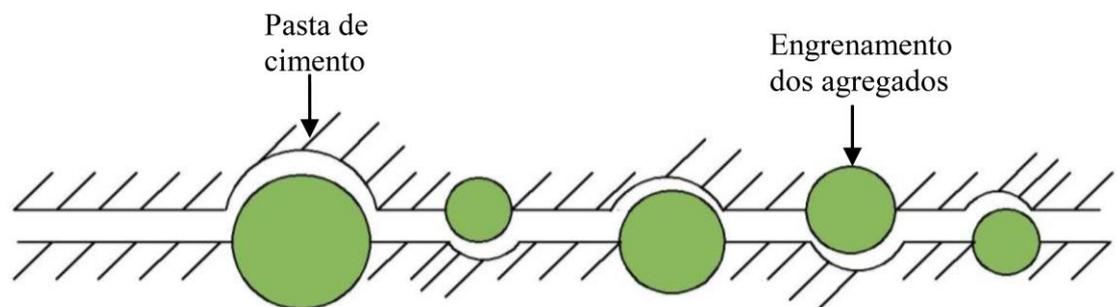


Fonte – LACERDA (2013)

- Por ação mecânica:

Fenômeno que ocorre em consequência da ação de “dentes”. Estes “dentes” podem ser formados por concreto, através das chaves de cisalhamento, ou pelos agregados graúdos que atravessam a face de deslizamento entre os dois materiais (Figura 2.21).

**Figura 2.21 – Transferência por ação mecânica**



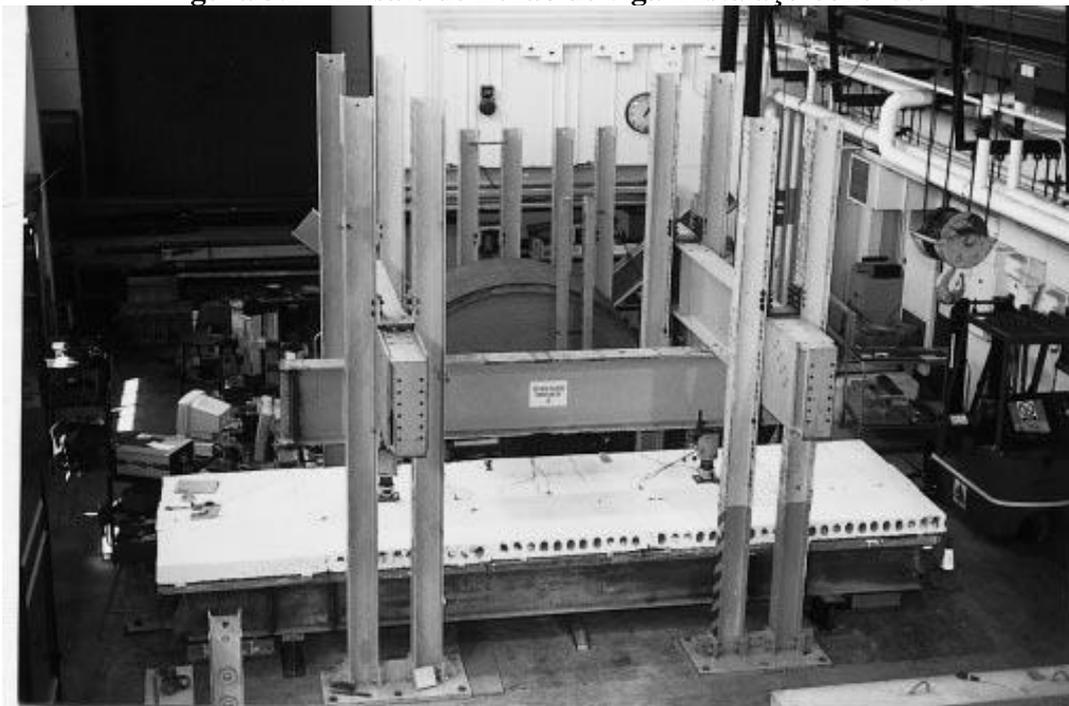
Fonte – LACERDA (2013)

### 3 ESTADO DA ARTE

Este capítulo descreve as principais pesquisas realizadas na literatura relacionadas ao tema deste trabalho. Bem como a metodologia e resultados dos autores, com ensaios experimentais do tipo “*push-out*” e análises numéricas, cujos resultados se aproximaram do comportamento real da estrutura.

Dennis Lam foi um dos pioneiros nos estudos de ligações mistas aço-concreto com lajes alveolares. Com a intenção de averiguar a capacidade de ligação fornecida pelo conector de cisalhamento do tipo pino com cabeça (*stud*) em vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares protendidas, Lam et al. (2000a) realizaram três ensaios de flexão (Figura 3.1). Utilizaram placas pré-moldadas de lajes alveolares com 150 mm de espessura, ligadas às vigas metálicas através de conectores de cisalhamento com diâmetro de 19 mm. Ensaios *push-out* e testes de compressão excêntrica (Figura 3.2) também foram utilizados para estudar a resistência de cisalhamento da interface horizontal dos conectores tipo pino com cabeça e a resistência da laje, respectivamente.

**Figura 3.1 – Ensaio de flexão de viga mista aço-concreto**

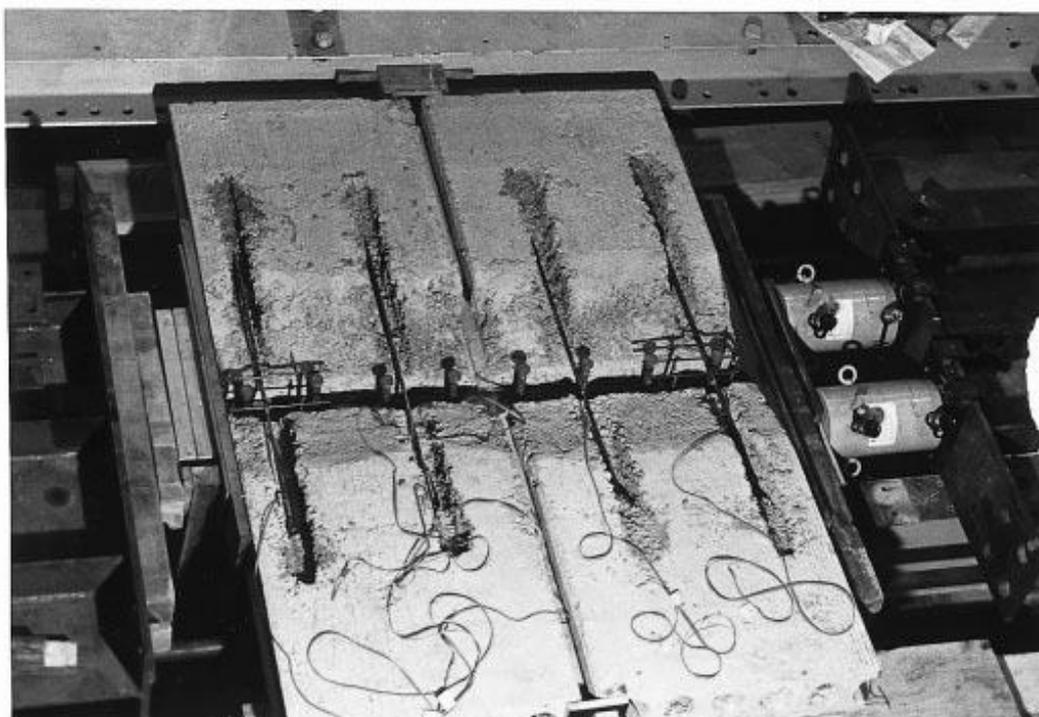


Fonte – LAM et al. (2000a)

Lam et al (2000a) chegaram à conclusão que a resistência da viga mista aço-concreto com conectores de cisalhamento chega a ser de 50 à 100% maior que a

resistência da viga de aço isolada, e a rigidez aumenta cerca de 300% nos ensaios de flexão. Eles concluíram que a armadura transversal é essencial para melhorar o desempenho da laje, e a porcentagem de armadura teve que ser cuidadosamente controlada para permitir o alívio da força de separação por tração. A armadura excessiva pode levar à falha frágil, conforme ilustra a Figura 3.3, de acordo com os dados da Tabela 3.1.

**Figura 3.2 – Ensaio de compressão excêntrica**



Fonte – LAM et al. (2000a)

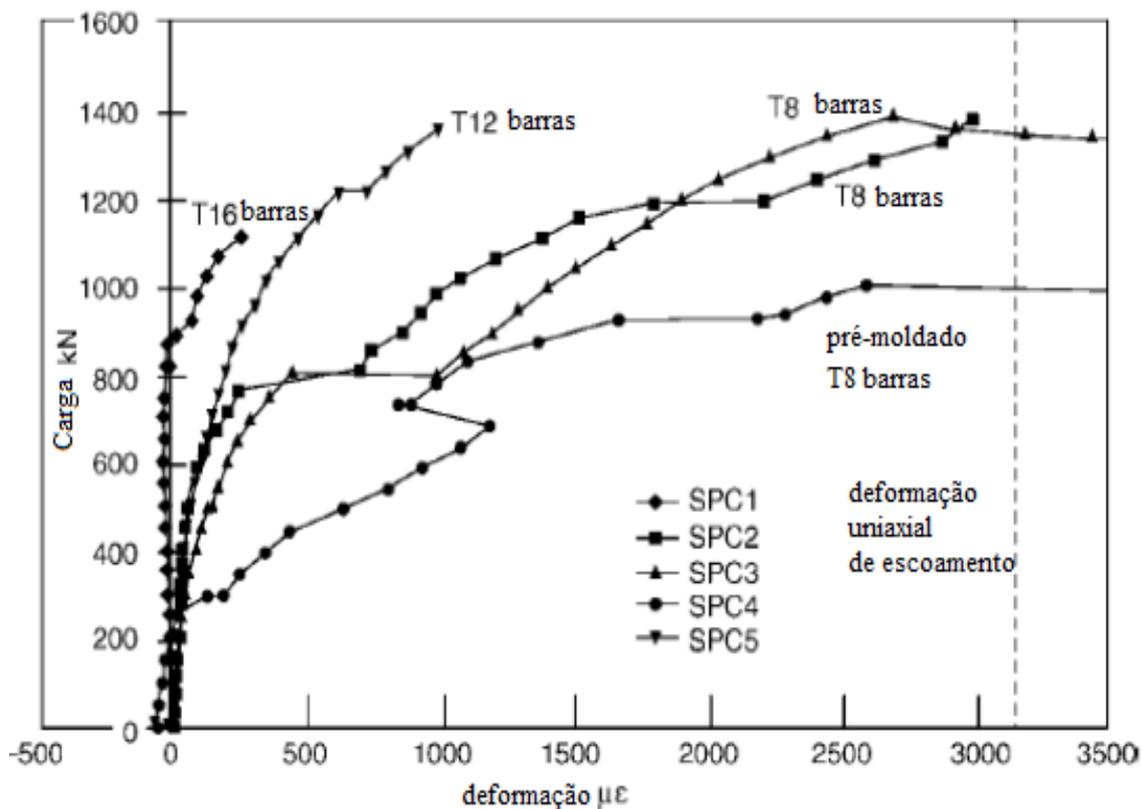
**Tabela 3.1 – Dados experimentais dos ensaios de Lam et al. (2000a)**

Referência	Armadura Transversal	Resistência a compressão do concreto de preenchimento (N/mm <sup>2</sup> )	Largura efetiva da laje (mm)	Carga de ruptura (kN)	Deformação máx. do concreto (μ $\epsilon$ )	Deformação máx. do aço (μ $\epsilon$ )
SPC1	4 x T16	25.0	474	1166.8	-1510	350
SPC2	4 x T8	32.0	594	1405.4	-922	3000
SPC3	4 x T8	25.0	805	1396.3	-1081	2700
SPC4	4 x T8	26.5	776	1008.3	-670	2600
SPC5	4 x T12	24.0	561	1355.0	-1401	992

Obs: T =  $\phi$

Fonte – LAM et al. (2000a) - Adaptado

**Figura 3.3 – Compressão x deformação de acordo com a taxa de armadura dos ensaios de Lam et al. (2000a)**

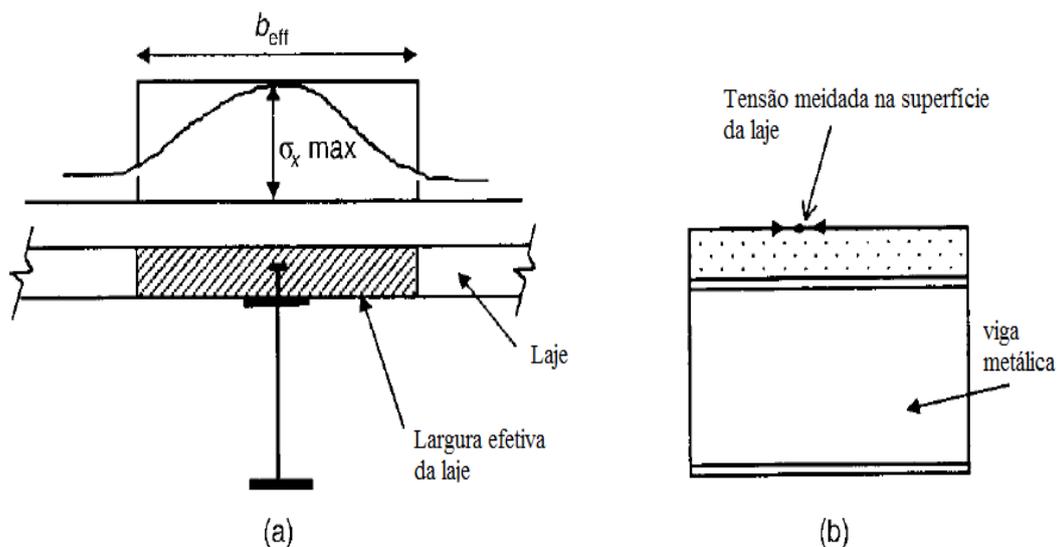


Fonte – LAM et al. (2000a) - Adaptado

Lam et al. (2000b) apresentaram um método analítico para calcular o comportamento de uma viga mista aço-concreto com lajes alveolares. Eles apresentaram resultados numéricos para a transferência de forças de compressão horizontais através das interfaces e através das características de carga x deslizamento dos conectores de cisalhamento, isto é, a interface entre a laje pré-moldada e o capeamento de concreto moldado no local, e a interface entre o capeamento e a viga metálica. Em particular, foram fornecidos métodos para determinar a largura efetiva da laje, a capacidade dos conectores de cisalhamento, incluindo o grau de interação de cisalhamento, previsão da capacidade do momento e a quantidade de armadura transversal necessária para evitar uma falha de cisalhamento longitudinal.

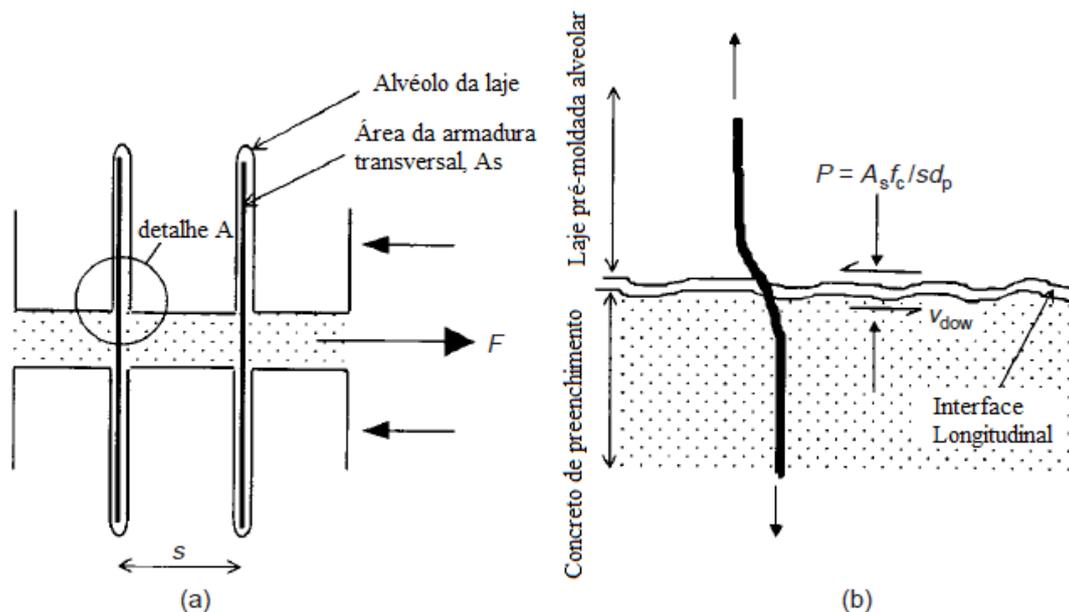
No Anexo B é mostrado um resumo das equações propostas por Lam et al. (2000b) para o cálculo da resistência ao cisalhamento das interfaces. São ilustradas na Figura 3.4 algumas considerações que são usadas nos cálculos da largura efetiva da laje. Já na Figura 3.5 é mostrado o mecanismo de transferência de tensão de cisalhamento na interface entre o concreto de preenchimento e o painel alveolar.

**Figura 3.4 – Largura efetiva da laje: a) Seção; b) Elevação**



Fonte – LAM et al. (2000b) - Adaptado

**Figura 3.5 – Mecanismo de transferência de cisalhamento longitudinal: (a) vista em planta da interface da laje alveolar com o concreto de preench.; (b) detalhe A**

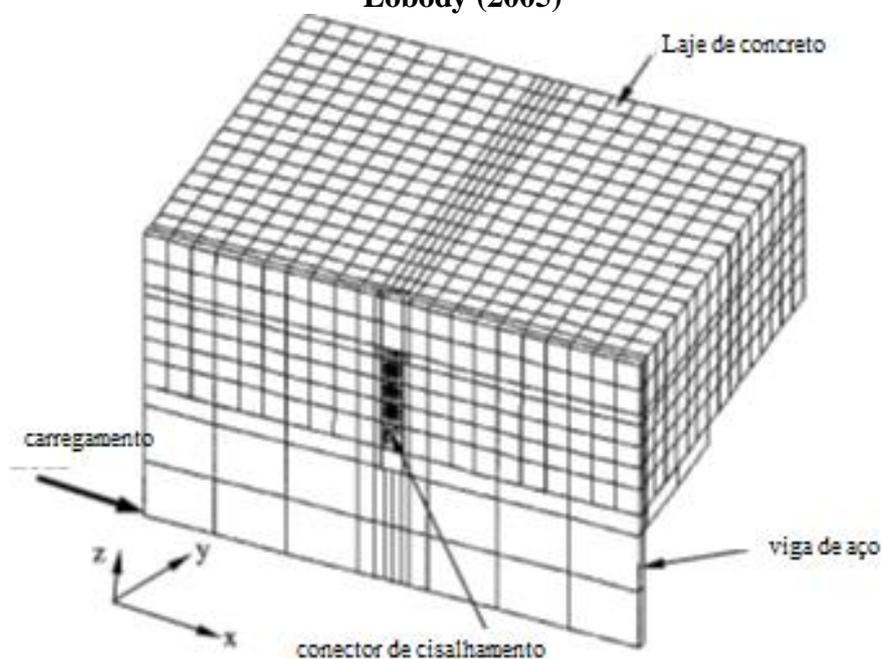


Fonte – LAM et al. (2000b) - Adaptado

Lam e El Lobody (2005) realizaram um modelo numérico, com base no método dos elementos finitos, no *software* comercial ABAQUS, para simular o ensaio de *push-out* de vigas mistas aço-concreto com lajes maciças e conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça (*stud*) (Figura 3.6). O modelo foi validado com um modelo experimental (Figura 3.7) e comparado com dados fornecidos nas normas BS5950 (1990), Eurocode 4

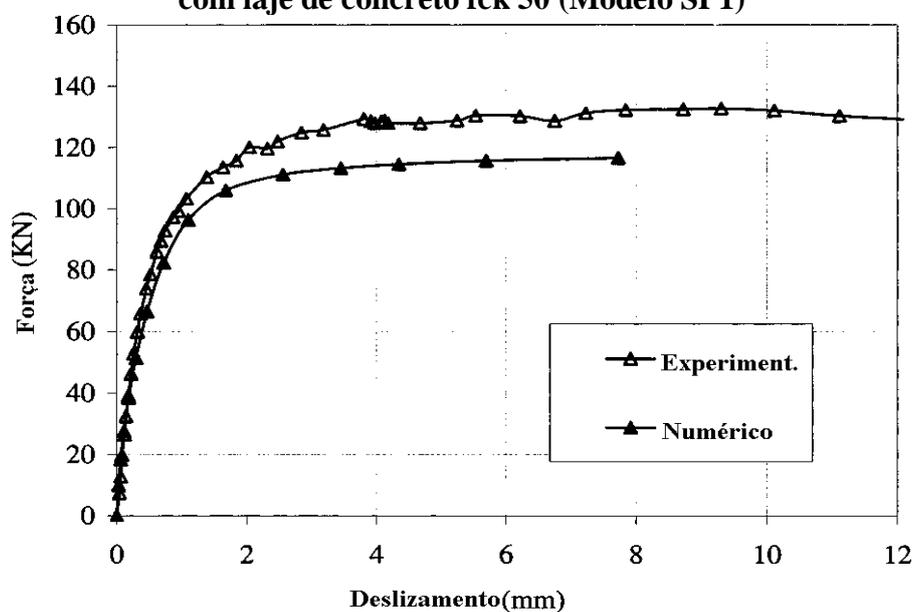
(2004) e AISC (1999). Foi realizado alguns estudos neste modelo para investigar o comportamento com diferentes resistências de concreto e diferentes diâmetros de conector de cisalhamento (Figura 3.8 e 3.9 respectivamente).

**Figura 3.6 – Modelo de Elementos Finitos executado no ABAQUS por Lam e El Lobody (2005)**



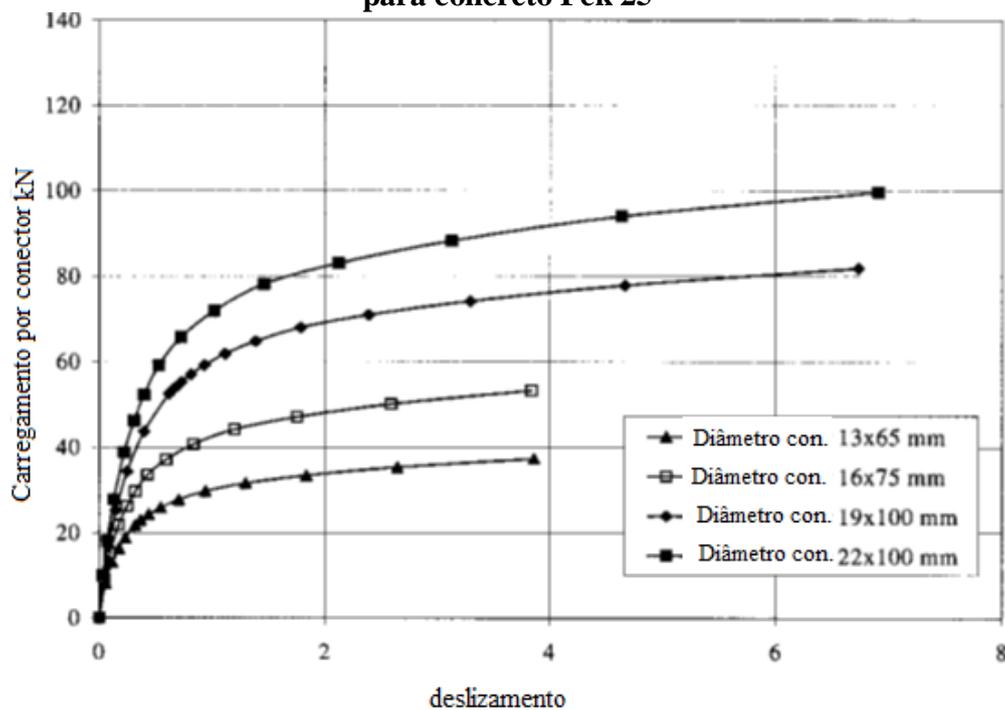
Fonte – LAM e EL LOBODY (2005) – Adaptado

**Figura 3.7 – Curva Força x deslizamento do conector de cisalhamento de 19mm com laje de concreto fck 50 (Modelo SP1)**



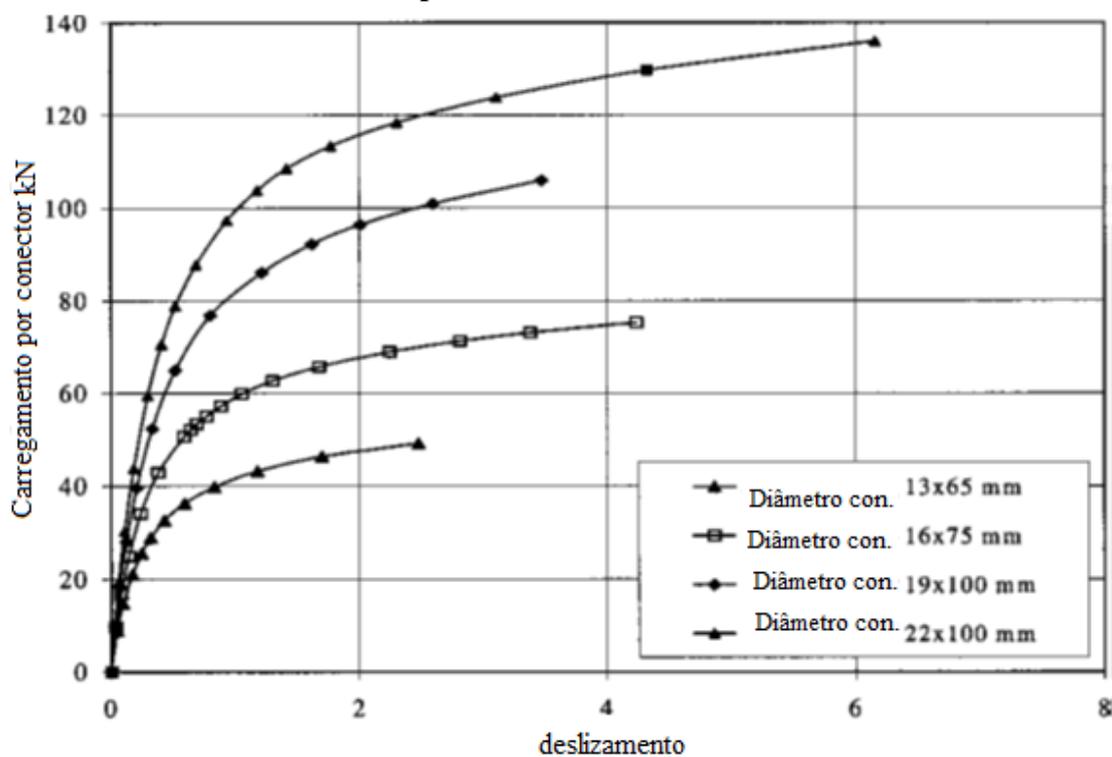
Fonte – LAM e EL LOBODY (2005) - Adaptado

**Figura 3.8 – Curva Força x deslizamento de diferentes conectores de cisalhamento para concreto Fck 25**



Fonte – LAM e EL LOBODY (2005) - Adaptado

**Figura 3.9 – Curva Força x deslizamento de diferentes conectores de cisalhamento para concreto Fck 40**



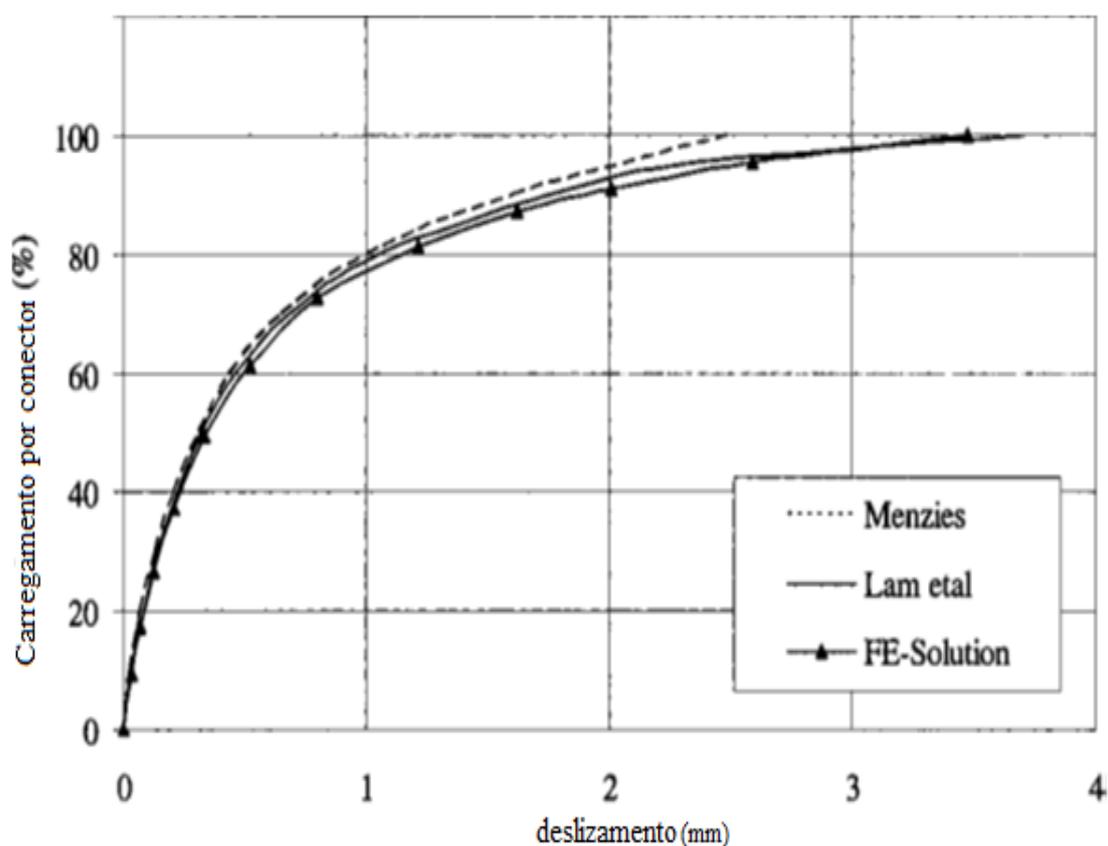
Fonte – LAM e EL LOBODY (2005) – Adaptado

Ainda de acordo com Lam e El Lobody (2005), o modelo leva em consideração as propriedades do material linear e não-linear do concreto e dos conectores de cisalhamento. Os resultados do estudo assemelharam-se bem com os resultados obtidos com os testes experimentais de *push-out* e dados especificados das normas.

A Figura 3.10 ilustra o comparativo dos resultados experimentais com conectores de cisalhamento de 19 mm, realizados por Lam et al (1998) e Menzies (1971), com os do modelo numérico, em termos de porcentagem de carga máxima por conector x deslizamento. Segundo Lam e El Lobody (2005), todos os modos de ruptura foram previstos com precisão pelo modelo do Método dos Elementos Finitos (MEF).

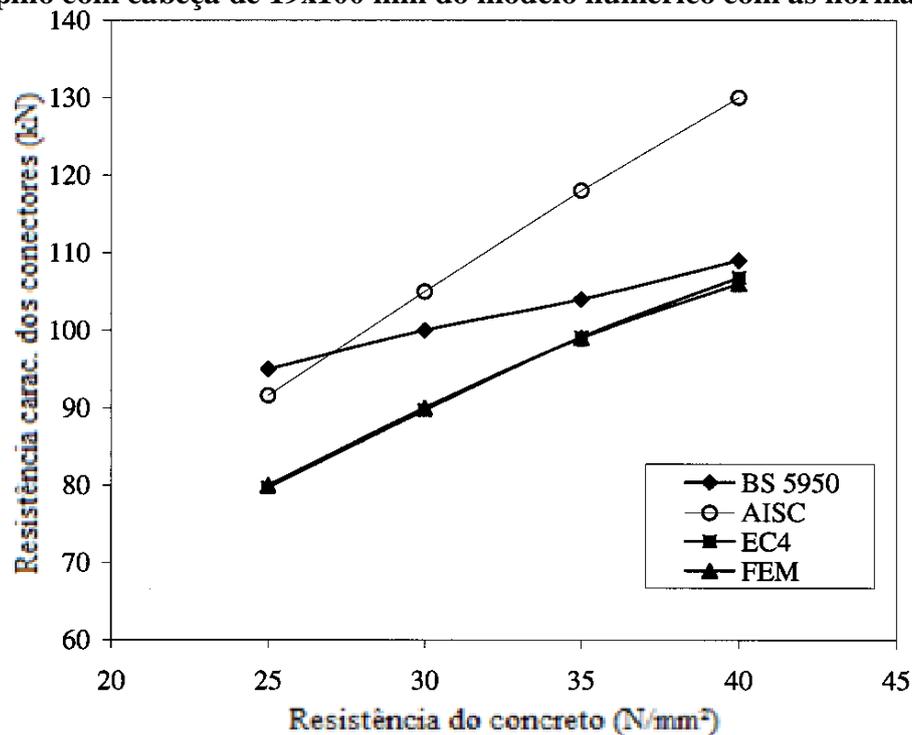
De acordo com Lam e El Lobody (2005), as fórmulas dadas na EC4 dão uma boa correlação com os resultados experimentais e as soluções em MEF, enquanto que o BS5950 e o AISC podem ter superestimado a capacidade de cisalhamento do conector. Esta correlação pode ser observada na Figura 3.11.

**Figura 3.10 – Comparativo de Carga por conector em porcentagem x deslizamento para conectores de cisalhamento de 19 x 100 mm com laje de concreto de Fck 40**



Fonte – LAM e EL LOBODY (2005) – Adaptado

**Figura 3.11 – Comparação da capacidade de carga do conector de cisalhamento pino com cabeça de 19x100 mm do modelo numérico com as normas**



Fonte – LAM e EL LOBODY (2005) – Adaptado

Lam (2007), com o objetivo de validar os itens especificados nas normas e códigos de projeto, realizou 72 ensaios *push-out* de vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares, com as seguintes variáveis mencionadas na Tabela 3.2.

**Tabela 3.2 – Variáveis dos ensaios de Lam (2007)**

Parâmetros	Variáveis
Armadura transversal por conector	T10, T12, 2T10, T16, 2T12, T20
Juntas de concreto das lajes alveolares	40, 60 65, 80, 100, 120, 140
Resistência característica do concreto de preenchimento	20, 40, 50
Espessura da laje alveolar	150, 200, 250, 300
Acabamento da laje	chanfrada ou com ângulo reto

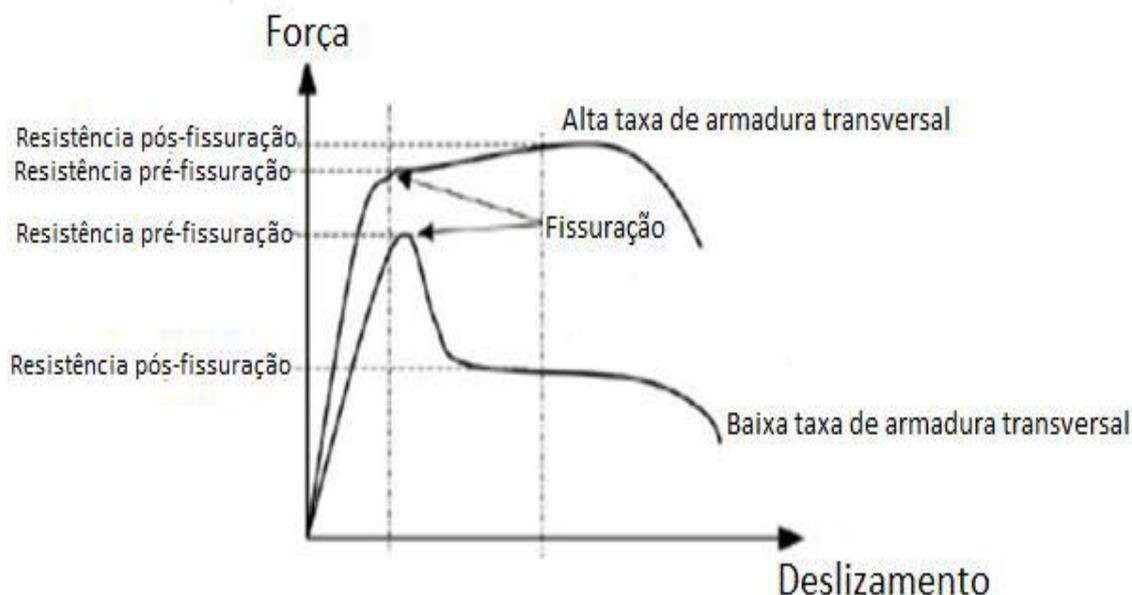
Obs: T =  $\phi$  (nomenclatura brasileira para se referir ao termo “bitola”)

Fonte – LAM (2007)

Lam (2007) concluiu que a ligação possui um comportamento dúctil quando há um alto valor na taxa de armadura transversal. Já quando esta taxa é baixa, ocorre uma

grande redução na resistência do conector, gerando um comportamento mais frágil (Figura 3.12).

**Figura 3.12 – Curva força x deslizamento do conector variando a taxa de armadura transversal**



Fonte – LAM (2007) - Adaptado

Lam (2007) concluiu também que, conforme aumenta-se a largura da junta da laje alveolar, ocorre um aumento na resistência do conector, até um limite de 80 mm. Com larguras de juntas maiores, Lam (2007) observou que não houve aumento significativo na resistência do conector, mesmo com ensaios das lajes alveolares mais altas.

Foi proposta por Lam (2007) uma alteração na equação recomendada pela Eurocode 4 (2004) para a determinação da resistência do conector de cisalhamento em vigas mistas com laje maciça. Ele buscou incorporar as lajes alveolares no cálculo quando a ruptura da ligação ocorre no concreto, incluindo a largura das juntas ( $\beta$ ) e um fator que leva em consideração a armadura transversal ( $\epsilon$ ) no cálculo, que pode ser expresso pela equação (3.5).

$$P_{RD} = \frac{0.29\alpha\beta\epsilon d^2 \sqrt{f_c E_c}}{\gamma_v} \quad (3.5)$$

Em que:

$\alpha = 0,2(h/d + 1) < 1$ ; coeficiente que representa a influência da altura do conector

$\beta = 0,5 (g/71 + 1) < 1,0$  : coeficiente que leva em consideração a largura da junta longitudinal ( $g \geq 30$  mm);

$\varepsilon = 0,5 (\phi/20 + 1) < 1,0$ : coeficiente que leva em consideração a armadura transversal do conector, sendo a armadura transversal com diâmetro superior à 8 mm;

$\phi$  = diâmetro da armadura transversal;

$h$  = altura do conector;

$d$  = diâmetro do conector de cisalhamento;

$f_c$  = resistência característica do concreto à compressão;

$E_c$  = modulo de elasticidade do concreto;

$\gamma_v$  = fator de segurança parcial para estado limite último.

Araújo et al. (2016) realizaram 20 ensaios *push-out* de vigas mistas aço-concreto, sendo 18 com lajes alveolares e 2 com lajes maciças. Todas lajes alveolares continham capa estrutural de 40 mm de espessura e conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça. O objetivo foi avaliar o comportamento mecânico do conector, sendo que, nestes ensaios, haviam as seguintes variáveis: a altura da laje alveolar (160 ou 210mm) e a armadura transversal (3 bitolas de 8, 10, 12,5, ou 16 mm). Todos os conectores de cisalhamento realizados nestes ensaios eram de 19 mm de diâmetro. Na Tabela 3.3 é possível observar estas informações de cada ensaio.

Araújo et al. (2016) chegaram à conclusão que a resistência à compressão do concreto moldado no local é o fator mais determinante para a análise do comportamento do conector. Quando a resistência à compressão do concreto médio ( $F_{cm}$ ) for maior que 40 Mpa, a ruptura por cisalhamento da estrutura se dá pelo conector de cisalhamento. Agora, quando o  $F_{cm}$  é menor que 30 Mpa, a ruptura de cisalhamento ocorre devido à ruptura do concreto moldado no local. A Tabela 3.4 mostra os resultados da capacidade última de cisalhamento dos conectores para cada ensaio.

Para Araújo et al. (2016), a armadura transversal é um fator dominante que está diretamente relacionado tanto à capacidade de cisalhamento dos conectores do tipo pino com cabeça, quanto ao deslizamento máximo na interface. Recomenda-se barras de 16 mm de diâmetro para que a armadura transversal garanta que os conectores de cisalhamento atingem o limite de escoamento quando ocorrer ruptura no concreto.

Quando a capacidade de cisalhamento é controlada pelos conectores, a variação da taxa de armadura transversal tem pouca influência. Araújo et al. (2016) ainda ressaltam que é importante garantir que o deslizamento máximo na interface seja de, pelo menos, 6 mm quando atingir a carga máxima. A altura das lajes alveolares, e consequentemente, a altura dos parafusos do tipo pino com cabeça, influenciaram na capacidade de cisalhamento da conexão, porém, com um grau menor de influência do que a armadura transversal.

**Tabela 3.3 – Variáveis dos ensaios de Araújo et al. (2016)**

<b>Modelo</b>	<b>Altura da laje - Hc (mm)</b>	<b>Armadura transversal - At</b>
<b>Sessão 1</b>		
M-150-M	160 (Maciça)	-
M-160-0	160	
M-160-8	160	3 $\phi$ 8 mm
M-160-10	160	3 $\phi$ 10 mm
M-160-12,5	160	3 $\phi$ 12,5 mm
M-160-16	160	3 $\phi$ 16 mm
M-210-0	210	-
M-210-8	210	3 $\phi$ 8 mm
M-210-8 SC	210	3 $\phi$ 8 mm
M-210-10	210	3 $\phi$ 10 mm
M-210-12,5	210	3 $\phi$ 12,5 mm
M-210-16	210	3 $\phi$ 16 mm
<b>Sessão 2</b>		
M-150-M	150 (Maciça)	-
M-150-0	150	-
M-150-10	150	3 $\phi$ 10 mm
M-150-16	150	3 $\phi$ 16 mm
M-200-0	200	-
M-200-10	200	3 $\phi$ 10 mm
M-200-16	200	3 $\phi$ 16 mm
M-200-16 SC	200	3 $\phi$ 16 mm

Fonte – ARAÚJO et al. (2016)

É possível observar todos os valores de resistência à compressão ( $f_c$ ) do concreto de preenchimento das lajes e a força de ruptura dos conectores ( $P_U$ ) de cada ensaio de Araújo et al. (2016) na Tabela 3.4.

**Tabela 3.4 – Capacidade última dos conectores de cisalhamento e propriedades do concreto das lajes de Araújo et al. (2016)**

Specimen	Side	$f_c$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	$P_u$ (kN)	$P_u/P_{u,M-160-M,A}$	$P_u/P_{u,M-160-M,B}$	
Series 1	M-160-0	A	28.39 ± 0.64	26.13 ± 0.17	77.36	0.78	0.76
		B	27.63 ± 0.67	27.70 ± 0.21	75.29	0.76	0.74
	M-160-8	A	32.21 ± 1.35	24.92 ± 0.68	99.64	0.96	0.94
		B	29.33 ± 2.25	23.94 ± 1.18	90.73	0.94	0.92
	M-160-10	A	24.02 ± 3.64	28.14 ± 0.16	106.79	1.13	1.10
		B	18.76 ± 3.16	26.56 ± 0.56	83.41	1.02	1.00
	M-160-12.5	A	26.70 ± 0.99	24.47 ± 0.41	96.41	1.03	1.01
		B	25.93 ± 0.48	23.37 ± 0.68	93.63	1.04	1.02
	M-160-16	A	19.18 ± 2.95	25.65 ± 0.84	119.52	1.48	1.45
		B	20.12 ± 1.11	26.38 ± 0.44	125.38	1.49	1.46
	M-210-0	A	28.58 ± 2.11	26.61 ± 0.53	89.16	0.89	0.87
		B	25.80 ± 1.18	25.97 ± 0.28	80.49	0.85	0.83
	M-210-8	A	30.56 ± 2.89	24.25 ± 0.54	107.53	1.08	1.06
		B	33.88 ± 2.03	24.87 ± 0.31	119.21	1.13	1.10
	M-210-8SC	A	20.88 ± 0.67	21.71 ± 0.54	114.28	-	-
		B	21.90 ± 2.22	22.80 ± 0.57	119.87	-	-
	M-210-10	A	26.57 ± 1.70	25.39 ± 0.45	117.57	1.29	1.27
		B	29.96 ± 2.68	26.21 ± 0.93	132.57	1.30	1.27
	M-210-12.5	A	23.47 ± 0.63	21.46 ± 0.77	101.55	1.24	1.21
		B	35.65 ± 1.17	24.99 ± 0.27	154.25	1.42	1.39
M-210-16	A	30.18 ± 0.64	25.90 ± 0.31	126.63	-	-	
	B	23.07 ± 0.97	24.73 ± 0.84	96.80	-	-	
M-160-M	A	33.04 ± 1.41	24.17 ± 1.05	103.03	-	-	
	B	37.86 ± 1.78	26.53 ± 1.11	118.05	-	-	
Series 2	M-150-M	A	54.50 ± 3.34	22.40 ± 1.39	132.59	-	-
		B	53.50 ± 3.71	21.80 ± 0.07	-	-	-
	M-150-0	A	51.30 ± 2.45	20.20 ± 1.01	134.26	1.01	-
		B	40.50 ± 2.62	18.10 ± 0.96	-	-	-
	M-150-10	A	50.50 ± 1.83	21.50 ± 0.07	129.80	0.98	-
		B	42.40 ± 0.68	19.60 ± 0.46	-	-	-
	M-150-16	A	43.90 ± 3.82	17.10 ± 0.23	129.53	0.98	-
		B	43.00 ± 4.14	18.70 ± 0.12	-	-	-
	M-200-0	A	43.10 ± 4.23	18.10 ± 0.64	118.74	0.90	-
		B	43.00 ± 4.14	18.70 ± 0.12	-	-	-
	M-200-10	A	54.50 ± 3.34	22.40 ± 1.39	117.60	0.89	-
		B	43.10 ± 2.27	18.10 ± 0.64	-	-	-
	M-200-16	A	54.50 ± 3.34	22.40 ± 1.39	121.14	0.91	-
		B	53.50 ± 3.71	21.80 ± 0.07	-	-	-
	M-200-16SC	A	47.30 ± 3.35	18.50 ± 0.78	114.73	0.87	-
		B	53.50 ± 3.71	21.80 ± 0.78	-	-	-

Fonte – ARAÚJO et al. (2016)

Em que:

$f_c$  = Resistência característica a compressão do concreto;

$E_c$  = Módulo de elasticidade do concreto;

$P_u$  = Máxima capacidade de cisalhamento do conector pino com cabeça

Uma formulação derivada da equação (3.5) de Lam (2007) foi proposta por Araújo et al. (2016) para prever a capacidade de cisalhamento dos conectores do tipo pino com cabeça em associação com lajes pré-fabricadas alveolares, com uma altura mínima de cobrimento de concreto de 40 mm. A capacidade do conector na ruptura do concreto pode ser descrita como:

$$P_{RD} = \frac{0.29\alpha\beta\varepsilon\lambda d^2 \sqrt{f_c E_c}}{\gamma_v} \quad (3.6)$$

Para esta nova equação, Araújo et al. (2016) apresentaram duas novas mudanças. Uma está relacionada ao coeficiente  $\varepsilon$ , que leva em consideração a armadura transversal. Ele passa a ser descrito como:

$$\varepsilon = \frac{\phi}{23} + 1, \text{ com } 8\text{mm} \leq \phi \leq 16\text{mm} \quad (3.7)$$

E a segunda mudança é a introdução da variável  $\lambda$ , que leva em consideração a altura da laje alveolar mais a capa estrutural. A equação de  $\lambda$  é:

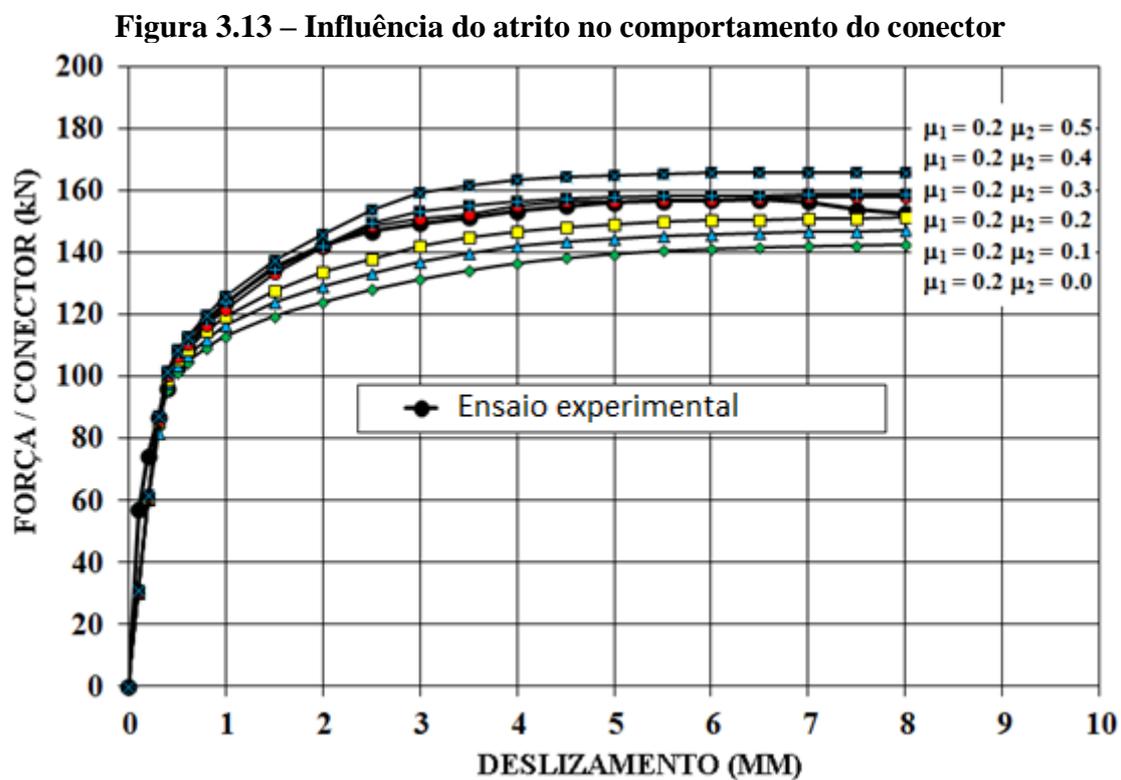
$$\lambda = 0,43 \left( \frac{H + c}{150} + 1 \right) \quad (3.8)$$

Onde  $H$  representa a altura do painel alveolar e  $c$  é a altura do capeamento estrutural.

Guezouli e Lachal (2012) avaliaram o comportamento numérico de conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça de ensaios *push-out*, no ABAQUS, em função do atrito adotado para as superfícies entre concreto e aço. Eles chegaram à conclusão que, conforme se altera o coeficiente  $\mu$  de atrito, o comportamento do conector oscila significativamente.

Guezouli e Lachal (2012) modelaram numericamente, por elementos finitos, o ensaio *push-out* para diferentes valores de coeficiente de atrito, entre 0.0 à 0.5. Eles concluíram que, ao adotar um coeficiente de atrito de valor  $\mu_1 = 0,2$  para a superfície de contato entre a mesa da viga metálica e a laje de concreto armado, o deslizamento ocorre de forma mais semelhante à situação real. Para a superfície de contato entre o conector

de cisalhamento e a laje, através da Figura 3.13, é possível notar que, quando se adota um coeficiente  $\mu_2 = 0,3$  ou  $\mu_2 = 0,4$ , a curva força por conector *versus* deslizamento do modelo numérico se aproxima bastante da curva do ensaio experimental.



Fonte – GUEZOULI E LACHAL (2012)

## 4 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho tem como principal objetivo desenvolver modelos numéricos com base no Método dos Elementos Finitos (MEF) no *software* comercial ABAQUS versão 6.12, para avaliar o comportamento dos conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça (*stud*), de vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares, em ensaios *push-out*. Este trabalho tem como finalidade comparar os resultados numéricos do modelo proposto com os resultados experimentais obtidos por Araújo et al. (2016) e Lam e El Lobody (2005) e, a partir daí realizar novos estudos, estabelecendo novas variáveis com relação à capa estrutural, à resistência característica à compressão do concreto de preenchimento e à armadura transversal. Também foi construído um modelo simples de ensaio de compressão uniaxial para validar o modelo constitutivo adotado para o concreto com o comportamento real descrito na CEB-FIP (2010).

Segundo *Abaqus Analysis User's Manual* (2012), o ABAQUS pode ser definido como um *software* capaz de reproduzir graficamente o comportamento de diversos produtos da engenharia, podendo simular modelos estáticos não lineares, vibrações dinâmicas, impacto, acoplamento térmico, acoplamento acústico-estrutural, entre outros. O *software* habilita recursos pré-definidos de elementos finitos, capazes de reproduzir análises dinâmicas ou estáticas, lineares ou não-lineares, incluindo elementos de interface e restrições.

Serão descritos neste capítulo: a geometria dos modelos; a descrição das propriedades dos materiais, bem como os modelos constitutivos adotados para cada um; as características da interação aço-concreto; as condições de contorno; a descrição dos métodos matemáticos de processamento; e a definição dos elementos finitos presentes na biblioteca do ABAQUS que serão utilizados para a modelagem.

### 4.1 GEOMETRIA DOS MODELOS

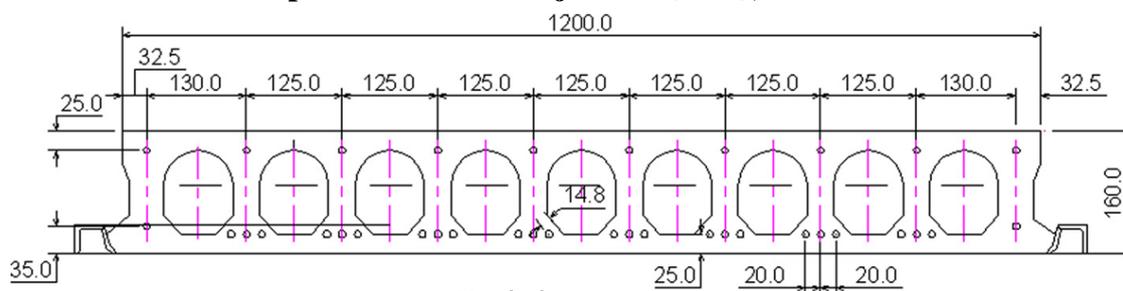
A primeira etapa de uma análise numérica é a definição da geometria do modelo, se será um elemento bi ou tridimensional. Neste trabalho, optou-se pela modelagem tridimensional, com o elemento *Solid 3D*, em que as coordenadas foram indicadas para os eixos x, y e z.

#### 4.1.1 Geometria do modelo de Araújo et al. (2016)

Para simular o ensaio *push-out* de Araújo et al. (2016) foram considerados cinco componentes essenciais: a viga de aço, a laje de concreto com alvéolos, o concreto de preenchimento, a armadura, e os conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça (*stud*).

As dimensões do modelo foram iguais às dimensões fornecidas pelos ensaios de Araújo et al. (2016). As lajes alveolares foram simuladas com alturas de 160 e 210 mm, com largura de 500 mm e comprimento de 1200 mm. As medidas da seção da laje alveolar e a posição dos conectores estão ilustradas na Figura 4.1 e 4.3, respectivamente.

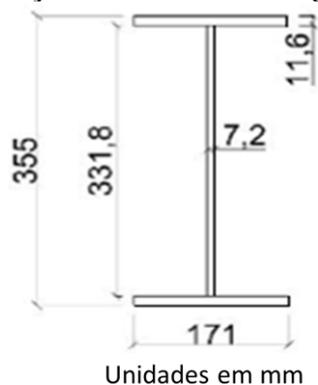
**Figura 4.1 – Dimensões da seção transversal da laje alveolar do ensaio experimental de Araújo et al. (2016), em mm**



Unidades em mm  
Fonte – ARAÚJO et al. (2016)

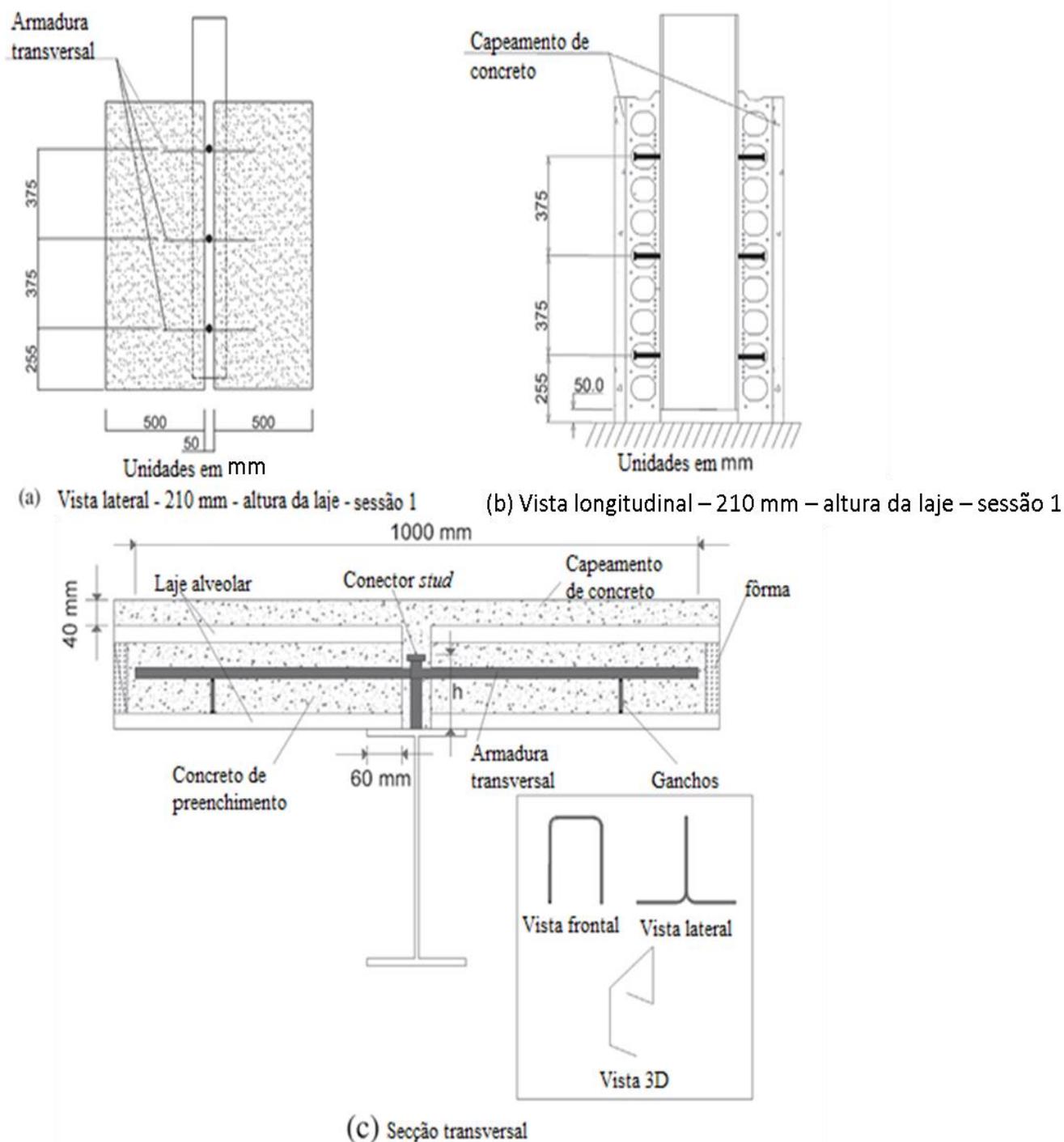
A viga metálica tem comprimento de 1500 mm, com perfil laminado do tipo W360x51,0 em aço A 572. As medidas da seção transversal desta viga podem ser observadas na Figura 4.2.

**Figura 4.2 – Seção transversal da viga W360x51,0**



Unidades em mm  
Fonte – SALES (2014)

Figura 4.3 – Dimensões do ensaio experimental de Araújo et al. (2016)



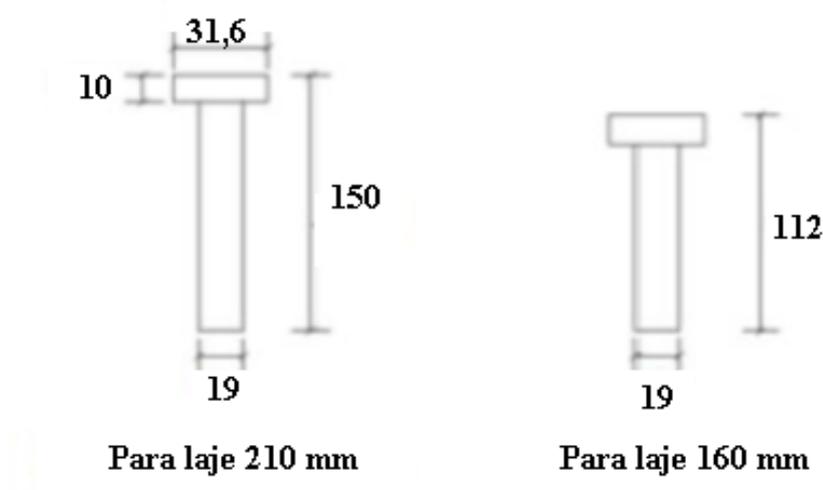
Fonte – ARAÚJO et al. (2016)

Todos os conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça em estudo possuem diâmetro de 19 mm, com alturas de 150 mm em lajes de 210 mm de altura e de 112 mm com lajes de 160 mm de altura. Suas medidas são ilustradas na Figura 4.4.

O capeamento de concreto revestiu toda a junta de 50 mm entre as lajes alveolares, envolvendo os conectores e a armadura transversal, até encobrir com uma altura de 40 mm sob a superfície do conjunto de lajes alveolares. A seção transversal do capeamento pode ser vista na Figura 4.5. Todos os alvéolos posicionados na direção transversal dos conectores foram completamente preenchidos de concreto (Figura 4.6). Os demais alvéolos foram preenchidos até uma largura de 50 mm, com a finalidade de gerar chaves de cisalhamento.

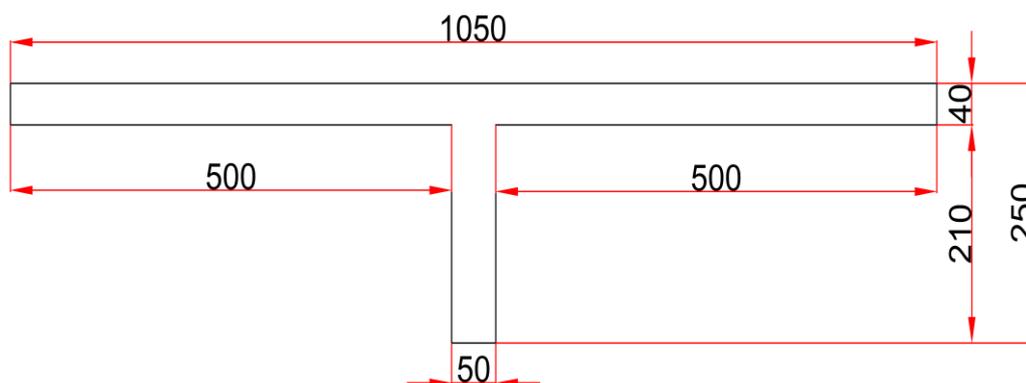
Nos modelos que possuem armadura transversal, os diâmetros eram de 8 mm, 10 mm e 16 mm, sendo uma bitola para cada posição de conectores com comprimento de 1000 mm.

**Figura 4.4 – Seção transversal dos conectores de cisalhamento**

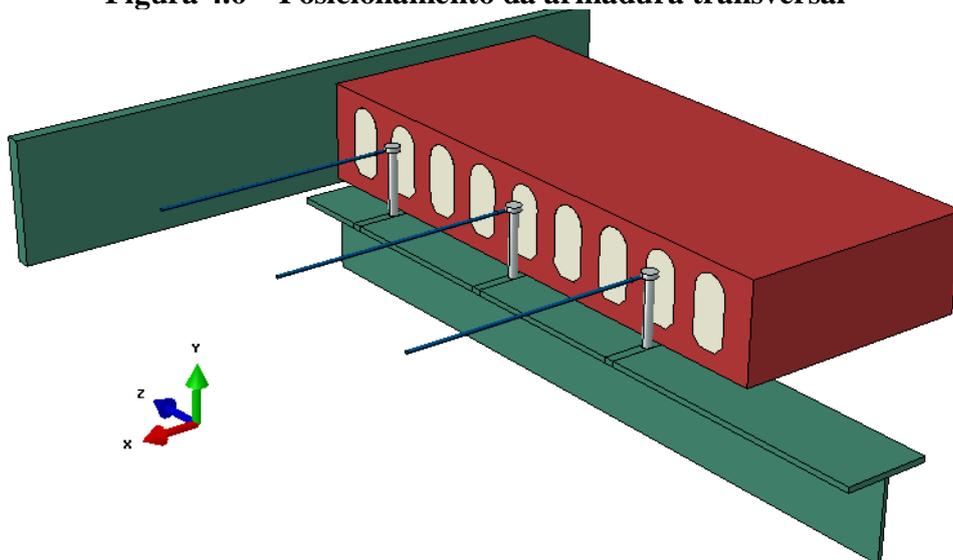


Fonte – SALES (2014)

**Figura 4.5 – Seção transversal do capeamento estrutural**

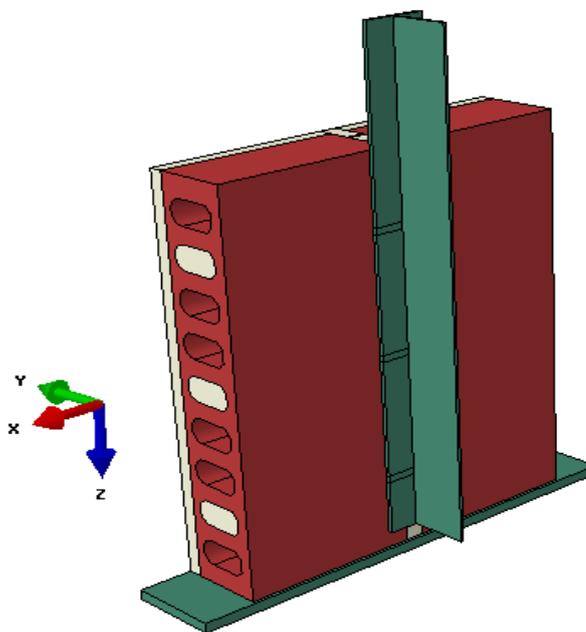


Fonte – DO AUTOR (2019)

**Figura 4.6 – Posicionamento da armadura transversal**

Fonte – DO AUTOR (2019)

Devido ao tempo de processamento que o ABAQUS exige da máquina em que está sendo executado, por conta do tamanho da espécie em estudo, o modelo do ensaio de *push-out* foi dividido pela metade. Pelo fato de ser exatamente simétrico, não altera de forma significativa os resultados. Essa técnica permite um maior detalhamento das malhas de elementos finitos, podendo gerar resultados mais satisfatórios. É ilustrado na Figura 4.7 como será o conjunto modelado em 3D.

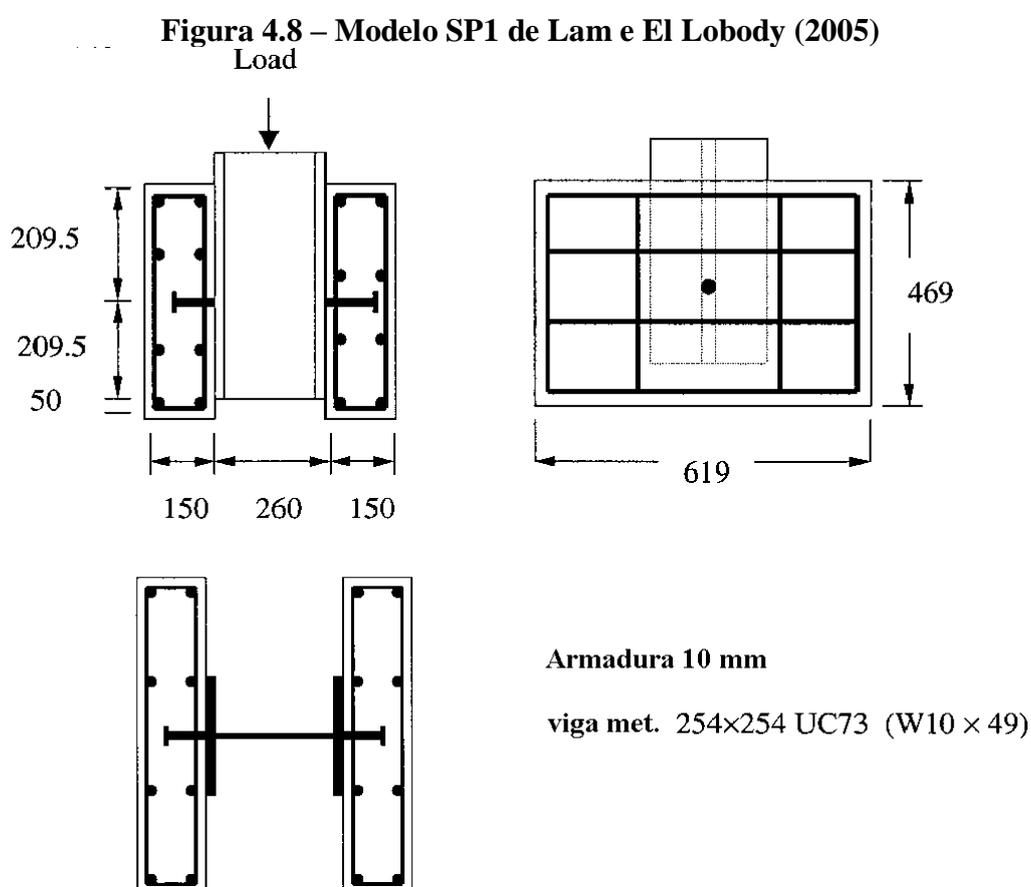
**Figura 4.7 – Modelagem em 3D do ensaio *push-out***

Fonte – DO AUTOR (2019)

#### 4.1.2 Geometria do modelo de Lam e El Lobody

O modelo numérico que foi utilizado para validar o ensaio experimental de Lam e El Lobody (2005) tinha as mesmas dimensões do ensaio, tal como a posição do conector de cisalhamento e a armadura, conforme a Figura 4.8. Foram considerados quatro componentes importantes: a laje maciça de concreto, a armadura, a viga metálica e o conector de cisalhamento.

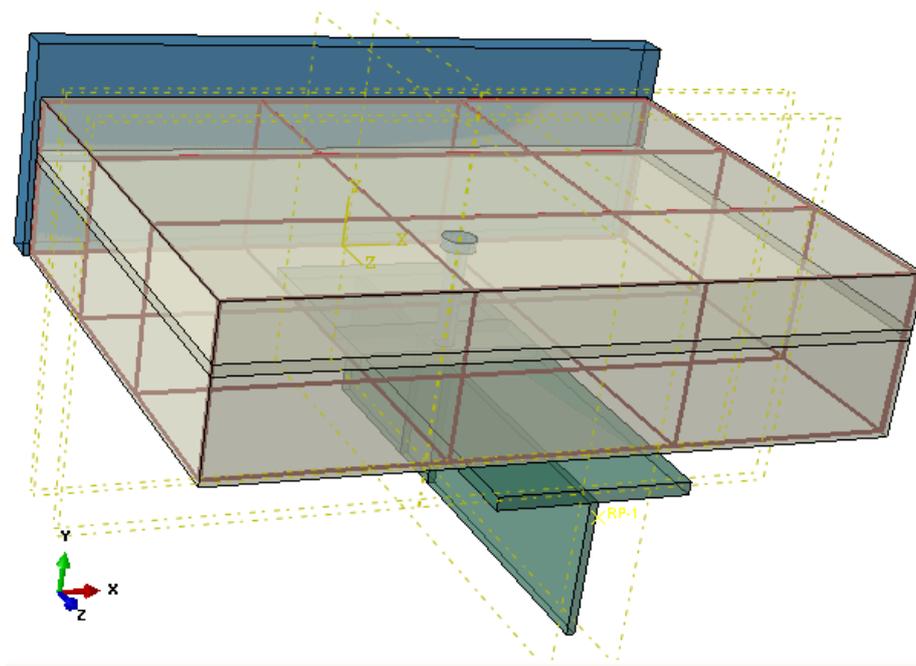
A armadura tinha bitola de 10 mm e foi distribuída transversalmente e longitudinalmente, conforme a Figura 4.8. A viga metálica era do tipo W10x49. O conector de cisalhamento é do tipo pino com cabeça, com diâmetro de 19 mm, altura de 100 mm e estava situado no centro da laje.



Fonte – LAM E EL LOBODY (2005) - Adaptado

A Figura 4.9 ilustra como é a geometria do modelo numérico com a finalidade de ser validado pelo ensaio de Lam e El Lobody (2005).

**Figura 4.9 – Modelo no ABAQUS de Lam e El Lobody (2005)**



Fonte – DO AUTOR (2019)

Para este modelo também foi considerada apenas metade do ensaio real. Considera-se a simetria exata dos dois lados, com a finalidade de diminuir a sobrecarga da máquina, sem alteração significativa dos resultados.

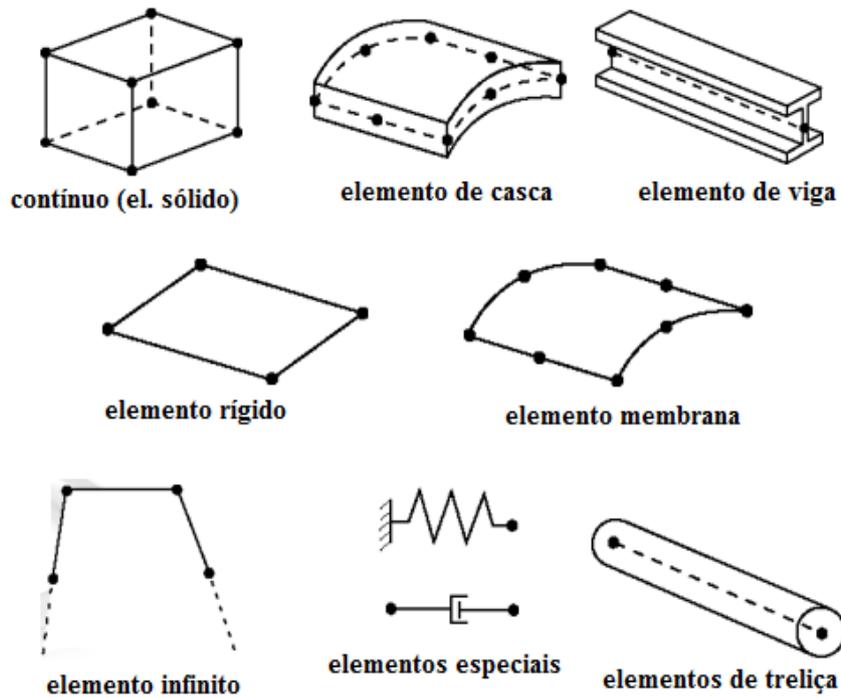
#### 4.2 ELEMENTOS FINITOS E ALGUNS CONCEITOS

De acordo com o manual técnico para usuários do ABAQUS, o *Abaqus Analysis User's Manual* (2012), a ampla biblioteca de elementos finitos contida no *software* pode ser classificada da seguinte maneira:

- Família
- Número de nós
- Graus de liberdade
- Integração

A forma mais ampla de se classificar elementos finitos é pela família, a Figura 4.10 ilustra alguns exemplos.

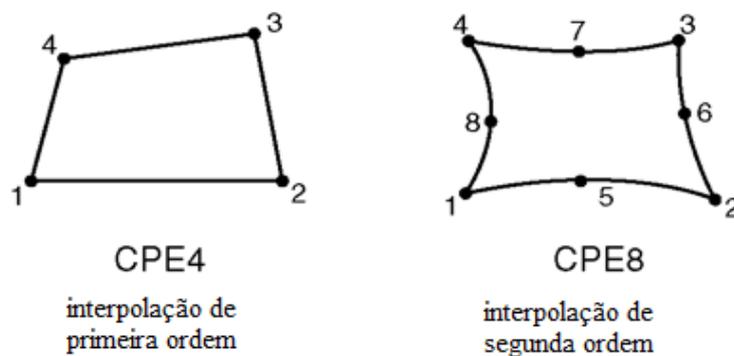
**Figura 4.10 – Família dos elementos finitos**



Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012) – Adaptado

O número de nós de um elemento finito determina como os graus nodais de liberdade serão interpolados pelo domínio do elemento. O ABAQUS inclui elementos com interpolação de primeira e segunda ordem (Figura 4.11).

**Figura 4.11 – Interpolação dos nós dos elementos finitos**

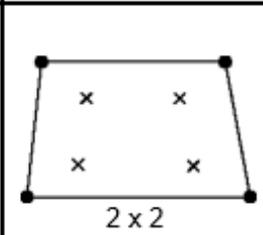
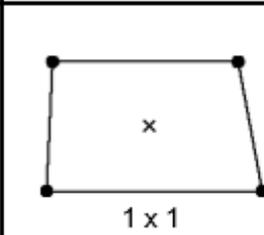
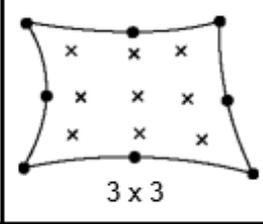
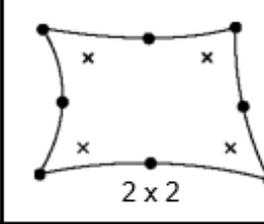


Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012) – Adaptado

Na análise de elementos finitos, as principais variáveis que existem nos nós de um elemento são os graus de liberdade, como deslocamentos e rotações.

A rigidez e a massa de um elemento são calculadas numericamente em pontos de integração, dentro do elemento, por meio da quadratura de Gauss. O ABAQUS inclui elementos com integração "total" ou "reduzida". A Integração total é a ordem de integração mínima necessária para a integração exata da energia de deformação para um elemento não distorcido com propriedades de material linear. A integração reduzida é o mesmo conceito da integração total, porém, de forma reduzida. A integração reduzida proporciona um grande alívio no processamento computacional em relação à integração total. A Figura 4.12 mostra uma relação do grau de interação com o grau de interpolação.

**Figura 4.12 – Grau de integração x grau de interpolação**

	integração total	integração reduzida
Interpolação de primeira ordem	 2 x 2	 1 x 1
Interpolação de segunda ordem	 3 x 3	 2 x 2

Fonte – ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL (2012) - Adaptado

#### 4.2.1 Elementos estruturais

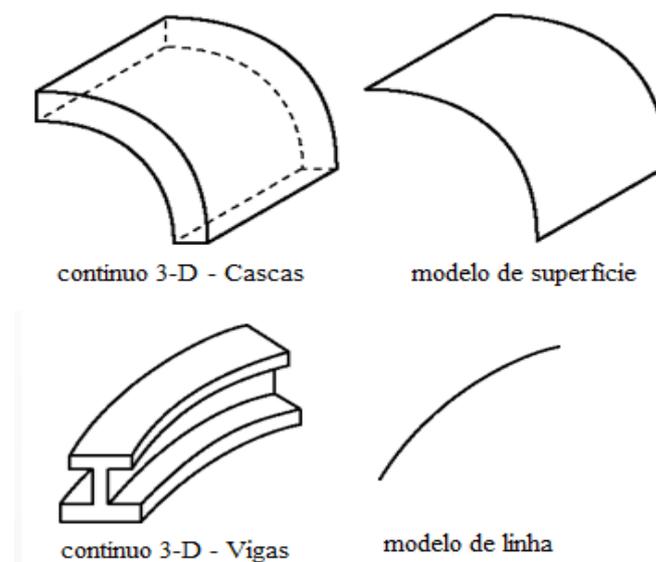
Dentro da biblioteca do ABAQUS ainda há duas grandes divisões de elementos finitos: os elementos estruturais (casca e vigas) e os elementos contínuos. Um modelo de elemento estrutural geralmente requer muito menos elementos do que um modelo de elementos contínuos.

Para que os elementos estruturais produzam resultados aceitáveis, a espessura da casca ou as dimensões da seção transversal da viga devem ser inferiores a 1/10 da dimensão estrutural global típica, tais como: a distância entre os apoios ou as cargas pontuais; e a distância entre mudanças grosseiras na seção transversal.

Os elementos de casca aproximam-se dos elementos contínuos tridimensionais por meio do modelo de superfície, gerando flexões e deformações no plano de forma eficiente (Figura 4.13).

Os elementos de viga também se aproximam dos elementos contínuos tridimensionais com o modelo de linha, fornecendo flexão, torção e forças axiais no modelo de forma satisfatória (Figura 4.13).

**Figura 4.13 – Elementos de Cascas e de Vigas**



Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012) - Adaptado

#### 4.2.2 Elementos contínuos (sólidos)

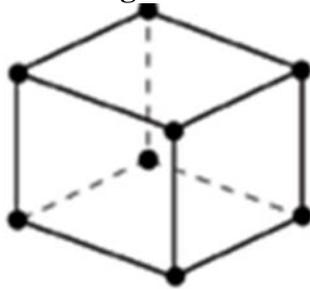
Segundo o *Abaqus Analysis User's Manual* (2012), os elementos contínuos são aqueles que possuem volume. Eles são utilizados para análises complexas, lineares ou não lineares, envolvendo contato, plasticidade e grandes deformações. Podem ser de um único material homogêneo ou compostos por vários materiais diferentes, divididos em camadas.

O ABAQUS apresenta um repertório de elementos sólidos padrões, que podem ser classificados segundo o grau de interpolação:

- Primeira ordem (lineares): tetraedros, prismas triangulares e hexaedros;
- Segunda ordem (quadráticos): tetraedros, prismas triangulares e hexaedros.

É possível observar na Figura 4.14 a diferença entre um elemento sólido linear e um elemento sólido quadrático.

**Figura 4.14 – Elemento linear (C3D8) e quadrático (C3D20)**



(a) Elemento linear,  
Ex: C3D8

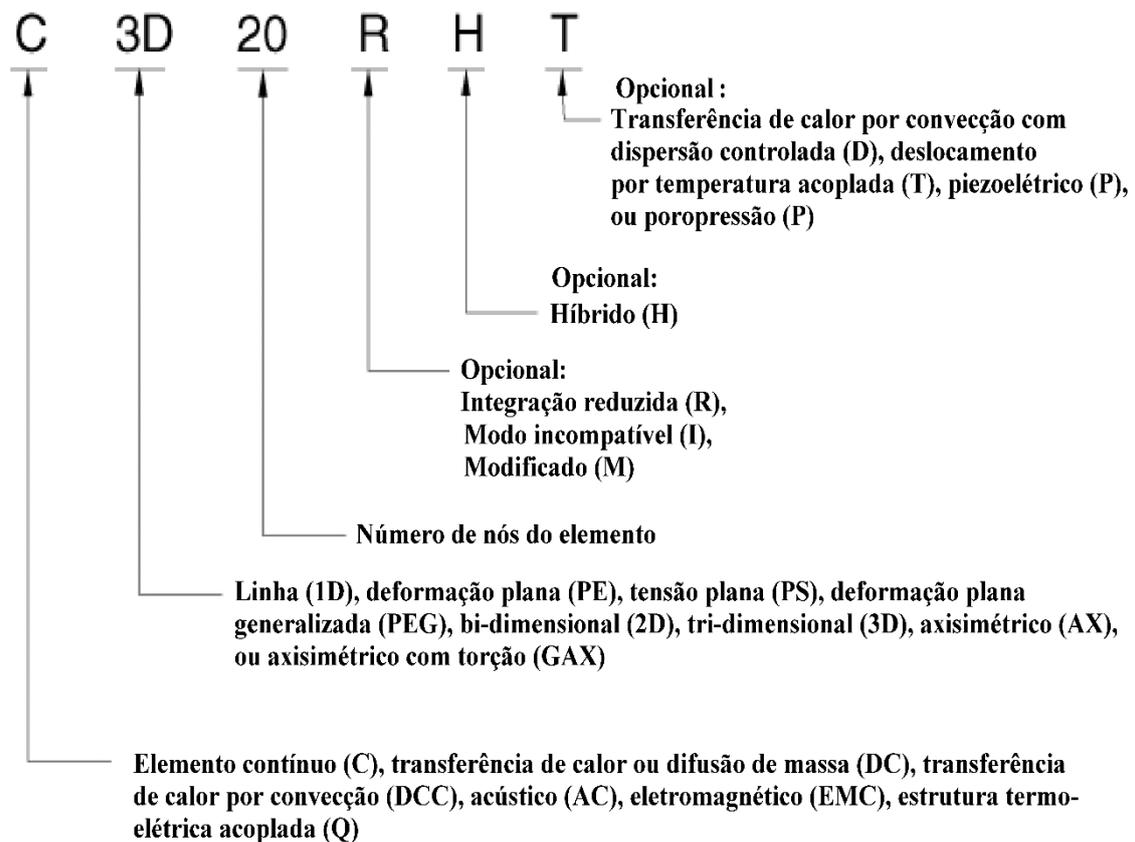


(b) Elemento quadrático,  
Ex: C3D20

Fonte – ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL (2012) - Adaptado

Para o estudo de qualquer análise numérica por meio de elementos finitos, é importante entender a nomenclatura de cada elemento, de acordo com a Figura 4.15.

**Figura 4.15 – Nomenclatura dos elementos finitos**



Fonte – ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL (2012) - Adaptado

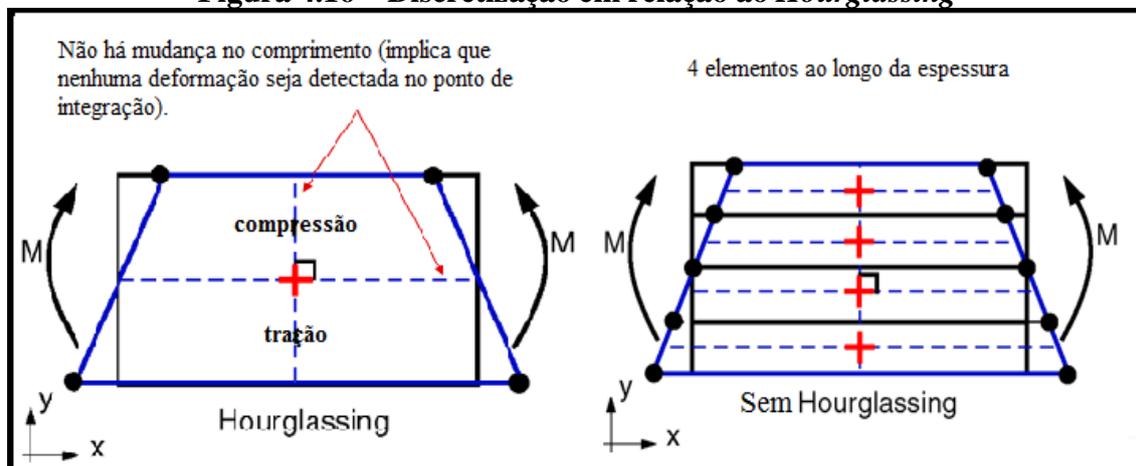
Há dois grandes problemas em análises de elementos contínuos: o *shear locking* e o *hourglassing*.

De acordo com *Abaqus Analysis User's Manual* (2012), quando se utiliza elementos sólidos totalmente integrados de primeira ordem, devido ao seu excesso de rigidez na flexão, estes elementos podem originar tensões de cisalhamento que não existem (chamadas de "*shear lockig*"), principalmente se o tamanho dos elementos finitos adotado for igual ou maior à espessura do modelo. Um modo de evitar este possível erro é refinar a malha em regiões de grande plasticidade.

Adotando elementos de integração reduzida de primeira ordem, é possível eliminar o *shear locking*. No entanto, o *hourglassing* é uma preocupação ao usar esses elementos. Quando se utiliza apenas um ponto de integração no centroide do elemento, um único elemento através da espessura não detecta a deformação na flexão, ou seja, gera uma deformação sem tensão, denominada de *hourglassing*. O *hourglassing* pode se propagar facilmente através de uma malha de elementos de integração reduzida de primeira ordem, causando resultados não confiáveis.

Se o usuário utilizar mais elementos na espessura, no mínimo quatro, o *Hourglassing* não se torna mais um problema (Figura 4.16), porque cada elemento capta tensões axiais de compressão ou de tração, mas não ambas, assim as tensões axiais são medidas corretamente. Não há *shear locking* e formam-se deformações e tensões, sendo considerados elementos eficazes.

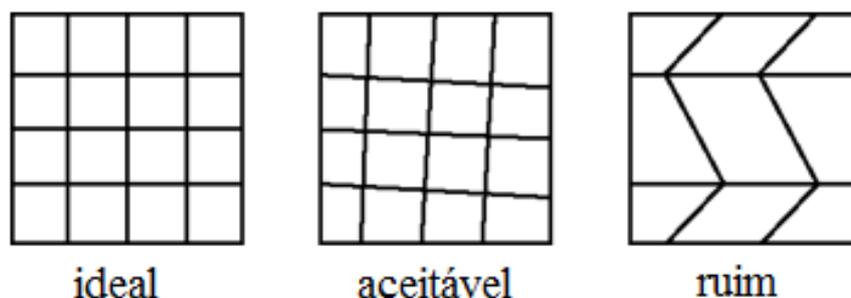
**Figura 4.16 – Discretização em relação ao *Hourglassing***



Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012) - Adaptado

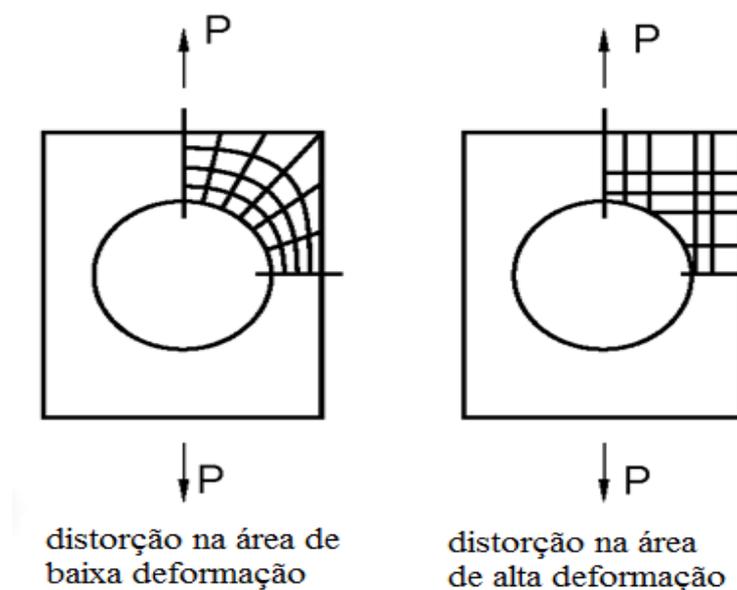
Os quadriláteros bem formados, de segunda ordem e integração reduzida, e o hexaedro podem fornecer alta precisão nas regiões de concentração de tensão. Elementos distorcidos reduzem a precisão nessas regiões, nas Figuras 4.17 e 4.18 é demonstrada a diferença do grau de discretização.

**Figura 4.17 – Classificação da discretização dos elementos finitos**



Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012) – Adaptado

**Figura 4.18 – Distorção dos elementos em regiões que necessitam alto grau de discretização**



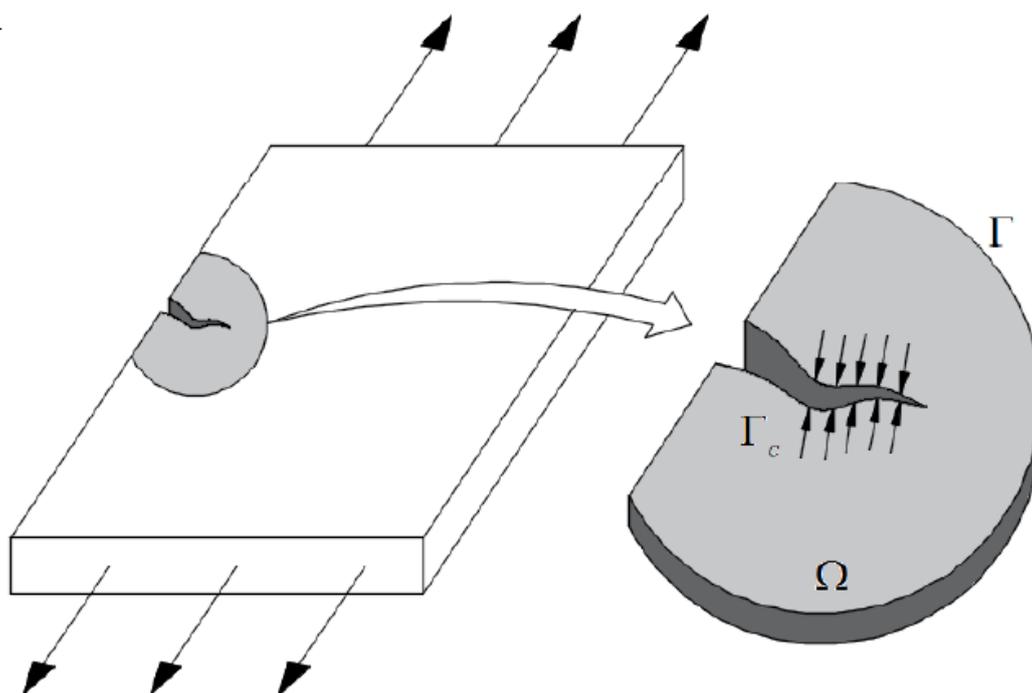
Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012) – Adaptado

#### 4.2.3 Elementos de fratura coesiva para o comportamento de fissuração do concreto

Segundo Da Silva (2015), o estudo de elementos de fratura iniciou-se por Dugdale (1960) e Barenblatt (1962), que consideravam que a fratura ocorria devido à influência

da coesão com o decorrer do dano, principalmente à concentração de forças coesivas na região do início da fratura, como ilustra a Figura 4.19.

**Figura 4.19 – Concentração de forças coesivas na região da fratura**



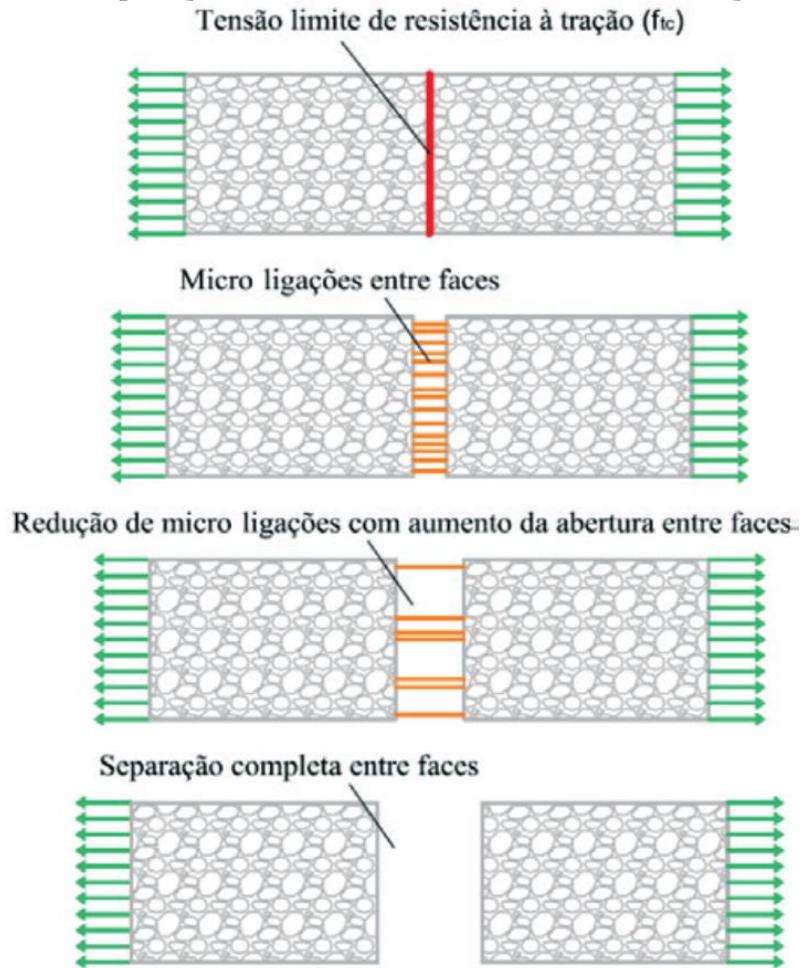
Fonte – DA SILVA (2015)

De acordo com Dos Santos e Souza (2015), por se tratar de um material heterogêneo, o concreto já apresenta microfissuras antes mesmo de resistir a qualquer carregamento. Estas microfissuras internas, já existentes, são fundamentais para a propagação da fissuração do concreto durante o carregamento.

Quando algumas regiões do concreto atingem a tensão última, inicia o procedimento plástico, juntamente com o início da fissuração. Dos Santos e Souza (2015) afirmam que, mesmo após a tensão última, ainda há a presença de micro ligações que vão se separando, conforme a fissura aumenta, até ocorrer a separação completa entre as faces (Figura 4.20).

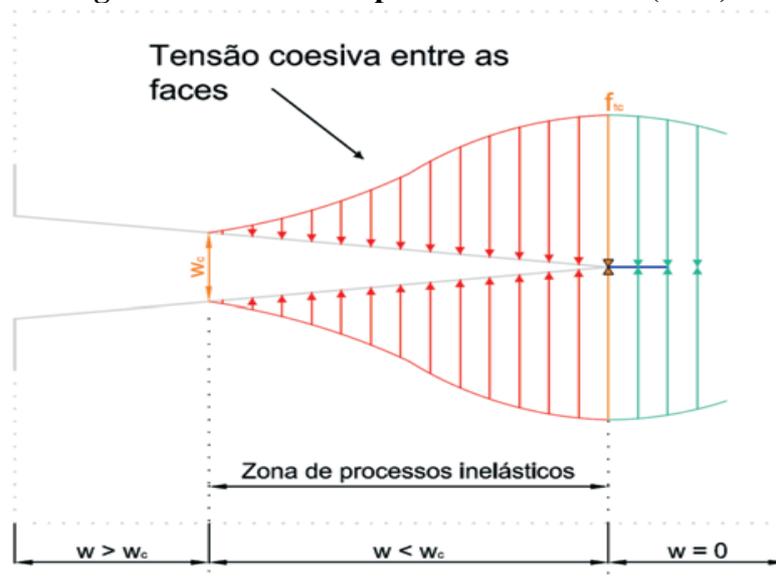
De acordo com Dos Santos e Souza (2015), a Figura 4.21 mostra a zona de processo de fratura (ZPF), onde  $w$  representa a abertura de fissuras, e  $w_c$  corresponde à abertura resultante da perda total das tensões de coesão e conseqüentemente à separação total entre as faces do concreto.

Figura 4.20 – Separação entre as faces do concreto com esforços de tração



Fonte: DOS SANTOS E SOUZA (2015)

Figura 4.21 – Zona de processo de fratura (ZPF)

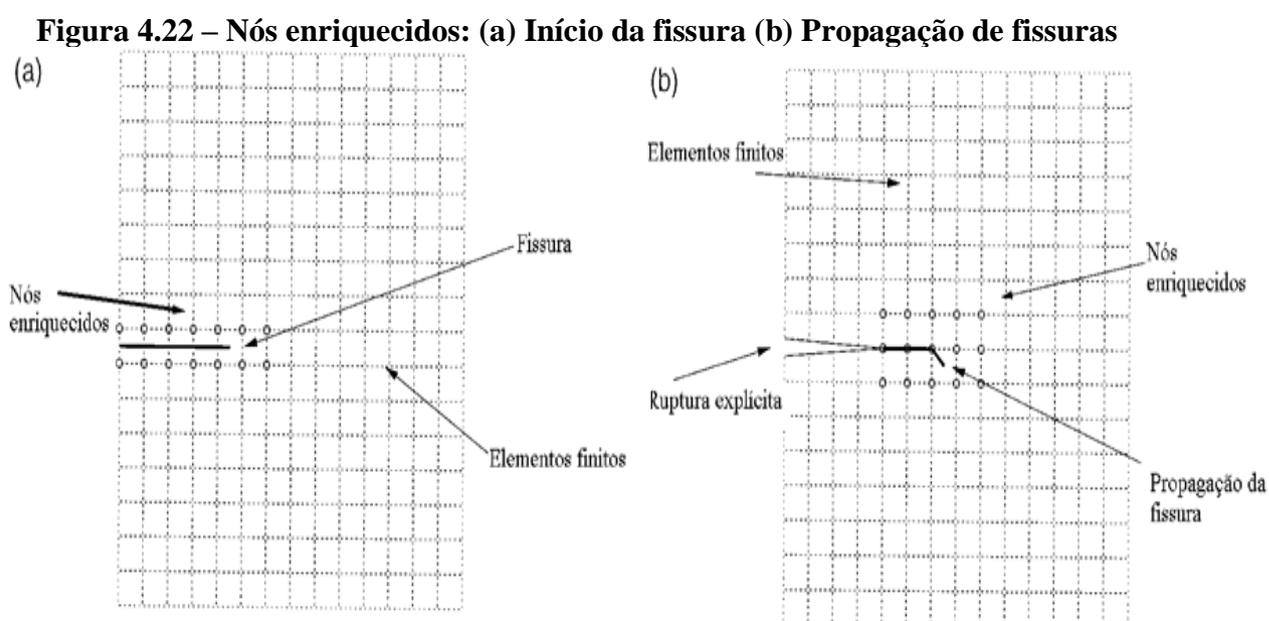


Fonte: DOS SANTOS E SOUZA (2015)

Para uma boa observação do comportamento da fissuração em um modelo, a análise de elementos de fratura se propaga para o Método Estendido de Elementos Finitos (XFEM), cuja principal função, segundo Belytschko e Black (1999), é determinar a propagação de fissuras por meio de funções descontínuas através de nós enriquecidos, como ilustra a Figura 4.22.

Porém, de acordo com Da Silva (2015), para uma análise mais detalhada e exata dos locais dos deslocamentos de fissuras por meio do XFEM, seria necessária a criação de uma sub-rotina pelo usuário do programa a fim de criar um enriquecimento de ponta nos campos de deslocamentos e critérios de propagação com base nos valores de intensidade de tensão.

Como um dos objetivos deste estudo é avaliar a influência da taxa de armadura transversal em relação ao combate à intensidade de propagação de fissuras no concreto, e não necessariamente o campo de deslocamento exato desta propagação, será utilizado um modelo constitutivo de dano plástico para o concreto que suficientemente demonstra esta intensidade de propagação de forma correta, como já apresentado em Sartori (2014), Wahalathantri et al. (2011), Jankowiak e Lodygowski (2005), Hanif et al. (2016) e Othman e Marzouk (2017). O modelo de dano plástico do concreto é apresentado no Capítulo 4.3.1. Uma análise mais detalhada pelo método XFEM será sugerida para trabalhos futuros.



Fonte – BELYTSCHKO E BLACK (1999) – Adaptado

### 4.3 PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

O módulo *Property* do ABAQUS possui diversas ferramentas em que há a possibilidade de definir as características físicas dos materiais, tanto em seu comportamento elástico como plástico, entre elas: a densidade, as propriedades mecânicas, térmicas, eletromagnéticas, entre outros. Para este estudo, foram definidas as propriedades mecânicas, tanto em sua fase elástica como plástica, para cada tipo de material. As propriedades foram definidas de acordo com as características dos materiais ensaiados por Araújo et al. (2016) e Lam e El Lobody (2005), e, para a análise do comportamento plástico, foram determinadas por meio de modelos constitutivos contidos na literatura.

#### 4.3.1 Modelo de dano plástico para o concreto

De acordo com Lubliner et al. (1988), a dificuldade de definir com precisão o comportamento plástico do concreto e a propagação de suas fissuras em modelagens numéricas pode ser evitada, se for utilizado um único modelo constitutivo que atenda ao comportamento não-linear do concreto, incluindo a ruptura, tanto na tração como na compressão, com uma tolerância adequada para os diferentes valores dos parâmetros que descrevem os dois comportamentos.

##### 4.3.1.1 Critério de Mohr Coulomb

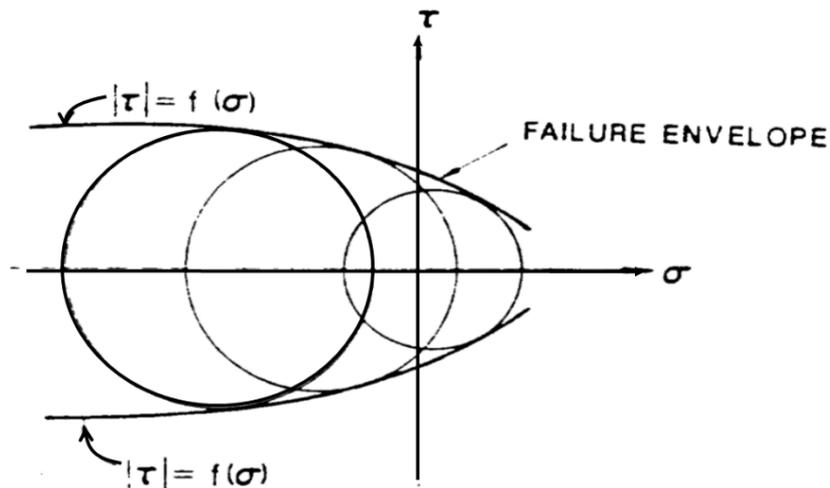
O critério de Mohr, criado em 1900, pode ser considerado como uma versão generalizada do critério de Tresca. Ambos os critérios se baseiam no pressuposto de que o esforço de cisalhamento máximo é a medida decisiva para ocorrer a falha. No entanto, enquanto o critério de Tresca assume que o valor crítico da tensão de cisalhamento é constante, o critério de escoamento de Mohr considera a tensão de cisalhamento limitante  $\tau$ , em um plano, como uma função da tensão normal  $\sigma$  no mesmo plano, em um ponto (CHEN e HAN, 1988).

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (4.1)$$

em que:  $f(\sigma)$  = Função determinada experimentalmente;  
 $|\tau|$  = tensão de cisalhamento.

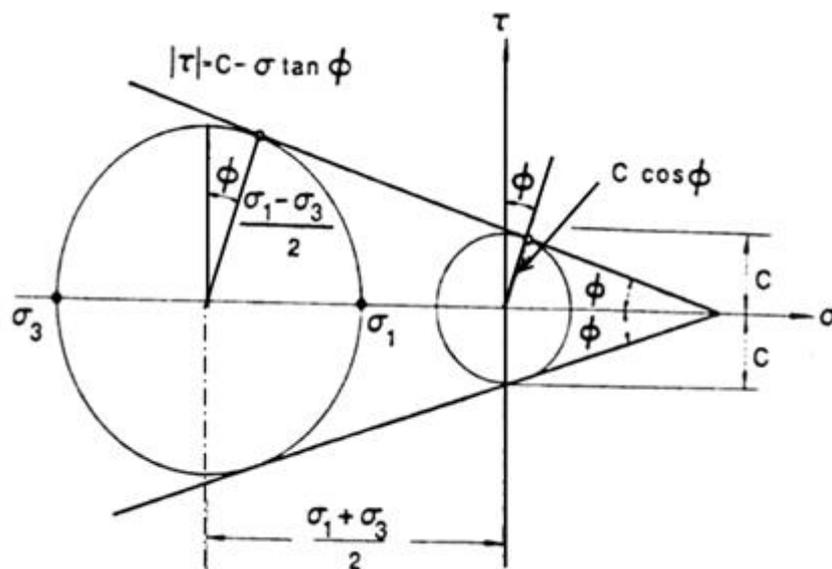
Analisando o gráfico de Mohr do estado de tensão, é possível verificar que a falha do material ocorrerá se o raio do maior círculo principal for perpendicular à curva envoltória tangente  $f(\sigma)$ , como mostrado na Figura 4.23. A forma mais simplificada da envoltória de Mohr  $f(\sigma)$  é uma linha reta como ilustra a Figura 4.24.

**Figura 4.23 – Representação gráfica do critério de Mohr**



Fonte: CHEN e HAN(1988)

**Figura 4.24 – Critério de Mohr-Coulomb: simplificação da envoltória da fratura**



Fonte: CHEN e HAN(1988)

De acordo com o modelo apresentado por Columb, em 1773, para interpretar o problema de ruptura por atrito, Mohr demonstrou graficamente que a lei de atrito resulta na tensão cisalhante crítica, que depende tanto da tensão cisalhante máxima como também da tensão normal ao plano de cisalhamento (MENDONÇA, 2002)

$$|\tau| = \alpha - p \tan\phi \quad (4.2)$$

em que:  $|\tau|$  = Tensão de cisalhamento;  
 $\alpha$  = Coesão;  
 $p$  = Tensão normal ao plano de deslizamento;  
 $\phi$  = Ângulo de atrito interno.

Adotando  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , pode-se descrever esta equação da seguinte forma:

$$\sigma_1(1 + \sin\phi) - \sigma_3(1 - \sin\phi) = 2\alpha \cos\phi \quad (4.3)$$

Ou ainda, de acordo com Cecílio (2011), no espaço das tensões principais, em função das invariantes de tensão:

$$\frac{1}{3}I_1 \sin\phi + \sqrt{J_2} \alpha \cos\Phi - \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \sin\phi \sin\Phi - \alpha \cos\phi = 0 \quad (4.4)$$

em que:  $\sigma_1$  = Tensão normal máxima;  
 $\sigma_3$  = Tensão normal mínima;  
 $\alpha$  = Coesão;  
 $\phi$  = Ângulo de atrito interno;  
 $\Phi$  = Ângulo de Lode, em que:  $0 < \Phi < \frac{\pi}{3}$ ;  
 $I_1$  = Primeiro invariante do tensor de tensão;  
 $J_2$  = Segundo invariante do tensor de tensão deviatórico.

O primeiro invariante e tensão é a soma dos autovalores, em que:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (4.5)$$

Segundo Cecílio (2011), o tensor deviatórico é o estado de cisalhamento puro, no qual é retirada a parcela de pressão hidrostática do tensor. O segundo invariante do tensor de tensão deviatórico pode ser descrito como:

$$J_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 \quad (4.6)$$

#### 4.3.1.2 Critério de Drucker-Prager

O critério de Drucker-Prager é uma modificação do critério de Von Mises, na qual é considerada a pressão hidrostática. A coesão do material, segundo este critério, pode ser representada da seguinte forma:

$$\alpha = \sqrt{J_2} + \varpi \frac{I_1}{3} \quad (4.7)$$

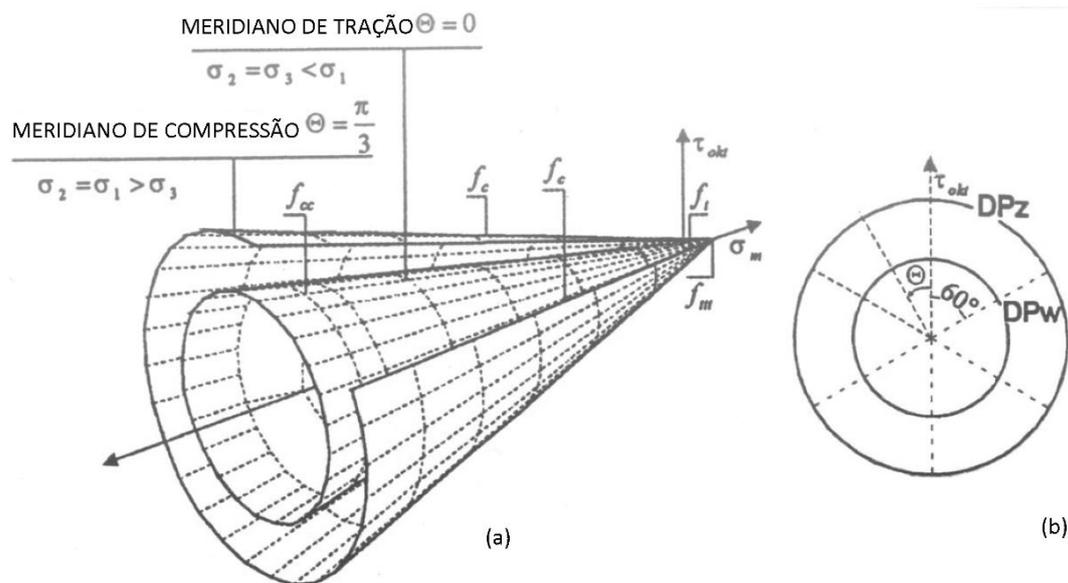
Em que  $\varpi$  representa a aproximação circunscrita ao critério de Mohr-Coulomb:

$$\varpi = \frac{6 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad (4.8)$$

O critério de Drucker-Prager, ilustrado na Figura 4.25, mostra que as limitações de escoamento se dão por meio de um cilindro circular em que o eixo hidrostático tende ao infinito. De acordo com Kmiecik & Kaminski (2011), a vantagem do uso deste modelo é a suavidade da superfície e, por isso, não há complicações numéricas.

De acordo com Sarturi (2014), tanto o critério de Mohr-Coulomb como o de Drucker-Prager são quadráticos na tensão cisalhante octaédrica (ou correspondente à  $\sqrt{J_2}$ , em que  $J_2$  é o segundo invariante do tensor deviatórico) e lineares na tensão normal média (ou no primeiro invariante de tensor  $I_1$ ). O terceiro invariante é o ângulo de Lode  $\Phi$ . Segundo Kmiecik & Kaminski (2011), o modelo CDP (*Concrete Damaged Plasticity*), presente dentro da ferramenta *Plasticity* no ABAQUS, é uma modificação da hipótese de Drucker-Prager por Lubliner et al. (1988) e Lee e Fenves (1998), sendo este último definido para comportamento de cargas cíclicas, que não é o foco deste trabalho.

**Figura 4.25 – (a) Região de escoamento de Drucker-Prager; (b) Seção transversal**



Fonte: KMIECIK & KAMINSKI (2011) – ADAPTADO PELO AUTOR.

#### 4.3.1.3 Modificações de Lubliner

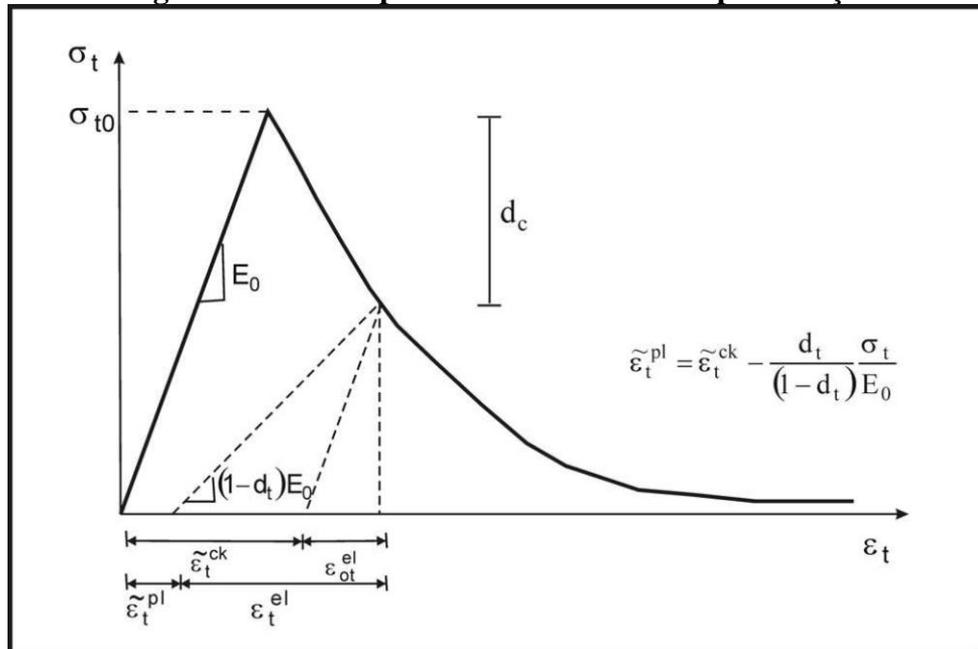
Geralmente, após o concreto atingir a força última no regime inelástico, começa um decréscimo de tensões até atingir a ruptura, tanto nas tensões de compressão como nas de tração. Lubliner et al. (1988) explicam que este fenômeno ocorre devido à perda de coesão do elemento. Para formular o estudo de um comportamento plástico, é necessário determinar um modelo constitutivo para o material, sendo importante para prever o comportamento plástico e a perda de tensões após o concreto atingir a tensão última.

Lubliner et al. (1988) propôs um modelo de dano plástico para o concreto, em que é considerado a coesão com atrito dos materiais e utiliza-se tanto conceitos da teoria da plasticidade como também a mecânica do dano, a fim de reproduzir a perda de rigidez. Esta perda é causada devido a uma diminuição do atrito. As duas formas de dano deste modelo são as fissuras correspondentes aos esforços de tração e o esmagamento decorrente à compressão. Nas Figuras 4.26 e 4.27 é possível observar estes dois comportamentos.

Na Figura 4.26, após o concreto atingir seu limite elástico na tensão  $\sigma_{t0}$ , ocorre uma suavização na curva do regime plástico, gerando o aparecimento de microfissuras no concreto. Na Figura 4.27 o comportamento é semelhante, porém, após atingir o fim do

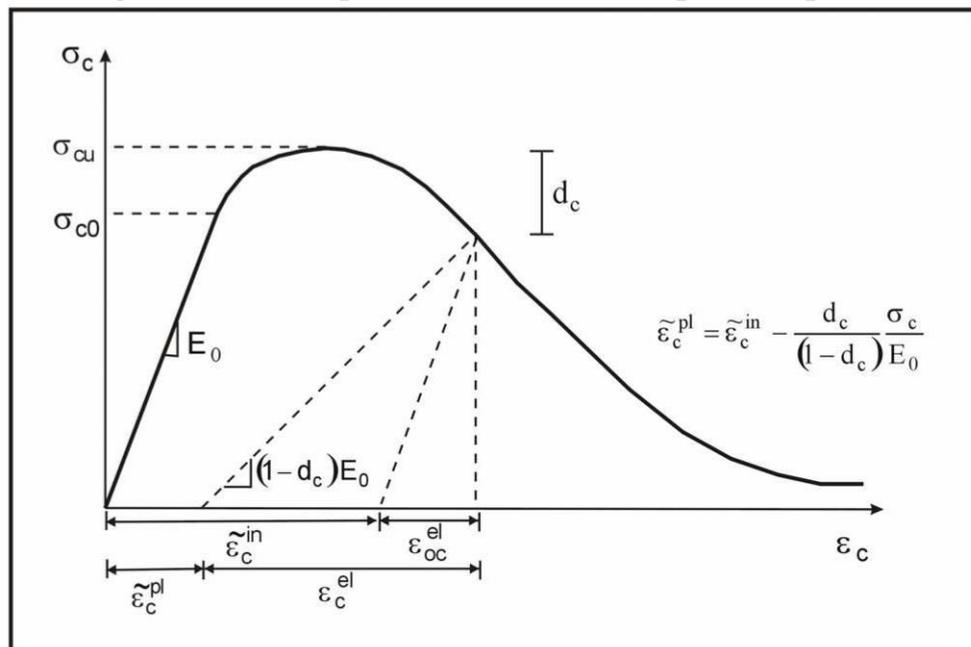
regime elástico  $\sigma_{c0}$ , o concreto alcança uma tensão última  $\sigma_{cu}$  e posteriormente diminui-se a tensão e aumenta consequentemente a deformação.

**Figura 4.26 – Comportamento do concreto para tração**



Fonte: JANKOWIAK & LODYGOWSKI (2006)

**Figura 4.27 – Comportamento do concreto para compressão**



Fonte: JANKOWIAK & LODYGOWSKI (2006)

Neste modelo constitutivo, o dano total ocorre quando há a perda total da coesão. Os valores de dano podem ser calculados como:

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{c0}} \quad (4.9)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{\sigma_{t0}} \quad (4.10)$$

Em que:  $d_c$  e  $d_t$  são os valores de dano correspondente à compressão e tração respectivamente,  $\sigma_c$  e  $\sigma_t$  são as tensões nominais de compressão e tração respectivamente,  $\sigma_{c0}$  e  $\sigma_{t0}$  são as tensões últimas ou efetivas de compressão e tração respectivamente.

A deformação plástica, que corresponde a deformação permanente do material após a retirada do carregamento, incluindo a interferência do dano após atingir a tensão última, é calculada da seguinte forma:

$$\epsilon_c^{pl} = \epsilon_c^{in} - \frac{d_c \sigma_c}{(1 - d_c) E_0} \quad (4.11)$$

$$\epsilon_t^{pl} = \epsilon_t^{in} - \frac{d_t \sigma_t}{(1 - d_t) E_0} \quad (4.12)$$

Onde:  $\epsilon_c^{pl}$  e  $\epsilon_t^{pl}$  são as deformações plásticas do concreto devido à compressão e tração, respectivamente, considerando o dano,  $\epsilon_c^{in}$  e  $\epsilon_t^{in}$  são as deformações plásticas do concreto devido à compressão e tração, respectivamente, sem considerar o dano, e  $E_0$  é o módulo de elasticidade inicial.

Com as invariantes  $J_2$  e  $I_1$ , as constantes adimensionais  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , e o maior valor das tensões principais  $\sigma_{max}$ , Lubliner et al. (1988) chegaram à seguinte fórmula da função de escoamento  $F(\bar{\sigma})$  para a superfície de falha:

$$F(\bar{\sigma}) = \frac{1}{1 - \alpha} (\sqrt{3J_2} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{max} \rangle - \gamma \langle \sigma_{max} \rangle) \quad (4.13)$$

Onde  $\langle x \rangle = \frac{1}{2} (|x| + x)$ . O coeficiente  $\alpha$  é determinado por uma relação entre a tensão de escoamento do concreto no ensaio uniaxial ( $\sigma_{c0}$ ) e no ensaio biaxial ( $\sigma_{B0}$ ), da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{\sigma_{B0} - \sigma_{C0}}{2\sigma_{B0} - \sigma_{C0}}; \text{ com } 0 \leq \alpha \leq 0,5 \quad (4.14)$$

Segundo Sarturi (2014), os valores para a relação  $\sigma_{B0}/\sigma_{C0}$  variam de 1,10 à 1,16, de acordo com dados laboratoriais.

Com a tensão de escoamento de tração do ensaio uniaxial ( $\sigma_{T0}$ ), é possível calcular  $\beta$ :

$$\beta = (\alpha - 1) \frac{\sigma_{C0}}{\sigma_{T0}} - (1 + \alpha) \quad (4.15)$$

O valor de  $\gamma$  é encontrado no ensaio triaxial do concreto, pelo meridiano de tração (TM), em que:  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ , e pelo meridiano de compressão (CM), em que:  $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ . Assim, para cada caso, as tensões máximas serão:

$$\sigma_{max} = \frac{1}{3}(I_1 + 2\sqrt{3J_2}) \quad (TM) \quad (4.16)$$

$$\sigma_{max} = \frac{1}{3}(I_1 + \sqrt{3J_2}) \quad (CM) \quad (4.17)$$

Se  $\sigma_{max} < 0$ , as equações de cada meridiano podem ser descritas da seguinte forma:

$$(2\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 = (1 - \alpha)\sigma_c \quad (TM) \quad (4.18)$$

$$(\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 = (1 - \alpha)\sigma_c \quad (CM) \quad (4.19)$$

Em que  $\sigma_c$  é a tensão crítica no ensaio de compressão uniaxial. Um outro parâmetro importante para o cálculo de  $\gamma$  é a constante  $\rho$ , que é a relação entre a raiz quadrada do segundo invariante do tensor desviador no meridiano de tração pela raiz quadrada do invariante de compressão, que também pode ser formulado da seguinte maneira, substituindo as equações (4.18) e (4.19):

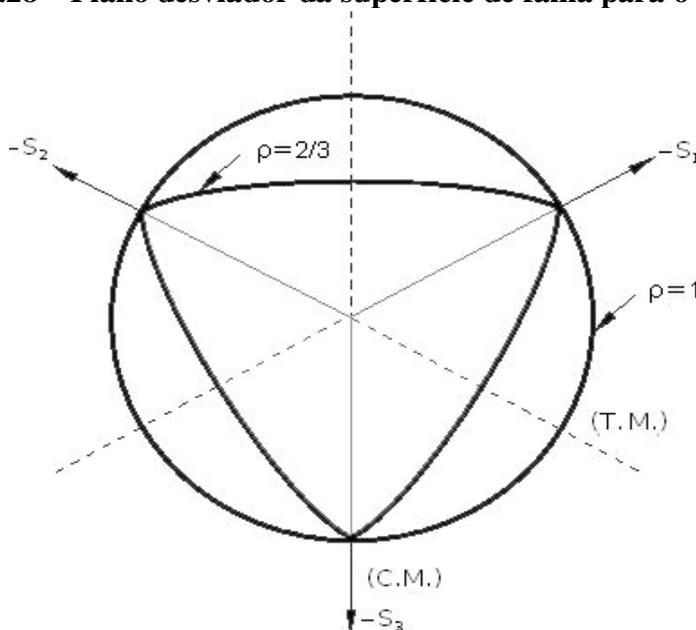
$$\rho = \frac{\gamma + 3}{2\gamma + 3} \quad (4.20)$$

Os valores de  $\rho$  podem variar de 0,5 à 1,0, de acordo com Sarturi (2014). A partir da equação (4.20), finalmente encontra-se  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{3(1 - \rho)}{2\rho - 1} \quad (4.21)$$

De acordo com as modificações, a superfície de falha na seção transversal no plano desviador é governada pelo parâmetro  $\rho$ . Segundo Kmiecik & Kaminski (2011),  $\rho$  representa a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e a distância do eixo hidrostático ao meridiano de compressão no plano desviador. O valor de  $\rho$  é sempre superior a 0,5 e quando resulta à 1, a superfície de falha no plano desviador se transforma em um círculo, como a clássica hipótese de Drucker-Prager. Para o modelo CDP, recomenda-se assumir  $\rho = 2/3$  (Kmiecik & Kaminski (2011)). Para este valor, a forma da superfície de falha é semelhante a uma combinação de três elipses tangentes, como mostra a Figura 4.28. É um critério teórico-experimental baseado nos resultados de ensaios de tensão triaxial.

**Figura 4.28 – Plano desviador da superfície de falha para o modelo CDP**



Fonte: KMIECIK & KAMINSKI (2011)

De acordo com Kmiecik & Kaminski (2011), no modelo CDP, a superfície plástica no plano meridional assume a forma de uma hipérbole.

#### 4.3.1.4 Regra de escoamento

Segundo Jankowiak & Lodygowski (2006), a função potencial plástica hiperbólica de Drucker-Prager que define a regra de escoamento é descrita como:

$$G = \sqrt{(\sigma_{c0} - m\sigma_{T0}\tan\varphi)^2 + q^2} - \bar{p}\tan\varphi - \bar{\sigma} \quad (4.22)$$

Onde  $\sigma_{c0}$  e  $\sigma_{T0}$  são as tensões resistentes uniaxiais de compressão e tração do concreto, respectivamente,  $\varphi$  é o ângulo de dilatação, que é medido no plano meridional p-q em altas pressões confinantes, m é a excentricidade da superfície potencial plástica,  $\bar{\sigma}$  é o tensor de tensões de Cauchy,  $\bar{p}$  é a tensão efetiva hidrostática e  $q$  é a tensão de Von Mises equivalente efetiva. Em que:

$$\bar{p} = -\frac{1}{3}\sigma'I \quad (4.23)$$

E

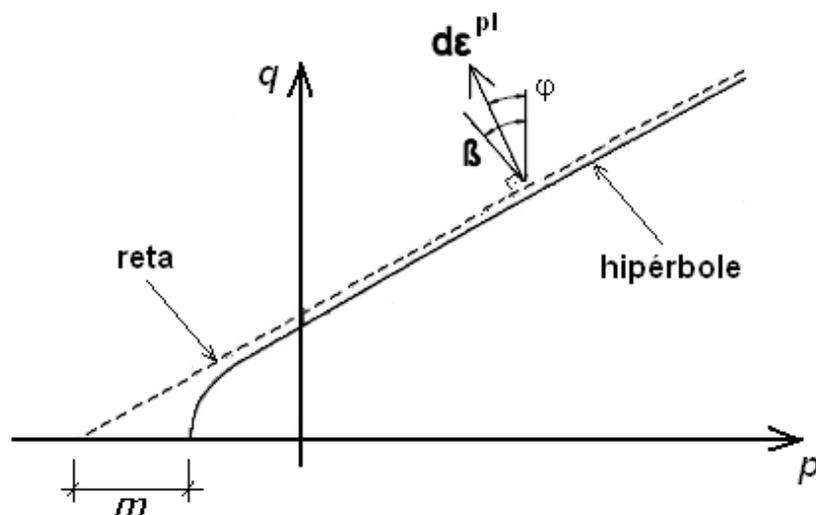
$$q = \sqrt{-\frac{3}{2}\bar{S}\bar{S}} \quad (4.24)$$

Em que:  $\bar{S}$  é a parcela deviatória do tensor de tensões efetivo  $\sigma'$  e I é o tensor identidade.

Para Kmiecik & Kaminski (2011), a forma da curva da superfície plástica é ajustada através da excentricidade m, seu valor deve estar compreendido entre 0 e 1 (excentricidade de potencial plástica). É um pequeno valor positivo que expressa a taxa de aproximação da hipérbole do potencial plástico à sua assíntota. Em outras palavras, é o comprimento, medido ao longo do eixo hidrostático do segmento, entre o vértice da hipérbole e a interseção das assíntotas dessa hipérbole (o centro da hipérbole), como mostra a Figura 4.29. Para o modelo CDP, recomenda-se assumir  $\epsilon = 0.1$ . Quando  $\epsilon = 0$ ,

a superfície no plano meridional torna-se uma linha reta (a clássica teoria de Drucker-Prager).

**Figura 4.29 – Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager**



Fonte: SARTURI (2014) – ADAPTADO PELO AUTOR

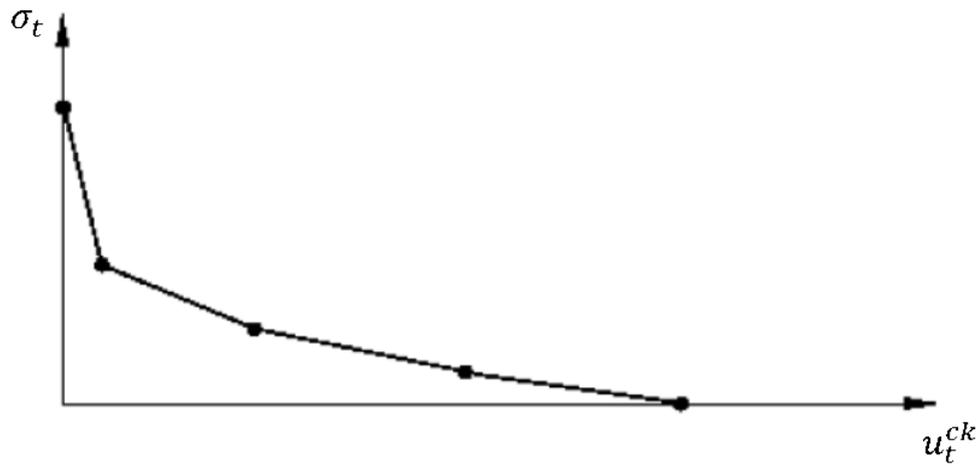
O último parâmetro que caracteriza o desempenho do concreto sob tensão composta é o ângulo de dilatação  $\phi$ , isto é, o ângulo de inclinação da superfície de falha em direção ao eixo hidrostático, medido no plano meridional (KMIECIK & KAMINSKI, 2011), correspondendo ao ângulo de inclinação entre a direção do incremento de deformação plástica e a vertical, fisicamente pode ser estudado como o ângulo de atrito interno do concreto, com valores entre 35 à 40° (SARTURI, 2014).

#### 4.3.1.5 Comportamento da tração no modelo CDP

Diferentemente da compressão, o comportamento mecânico de tração do concreto, incluindo a influência do aparecimento de fissuras, pode ser determinado também através da energia de fratura, pela deformação plástica ou pelo deslocamento.

Segundo Hillerborg, Mooder e Peterson (1976), para o equilíbrio de energia do concreto, assume-se que uma certa quantidade de energia  $G_f$  é absorvida por uma área unitária de superfície de fratura. Quando uma fratura se propaga, uma certa quantidade de energia armazenada é liberada. Isso só ocorre quando a energia liberada é maior que a energia absorvida. Este deslocamento da propagação da fratura após o concreto atingir a falha pode ser ilustrado graficamente na Figura 4.30.

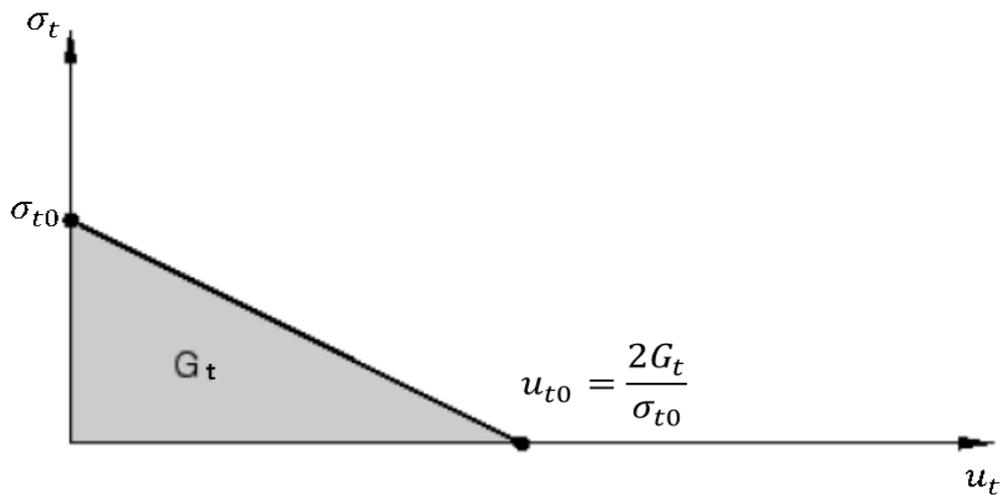
**Figura 4.30 – Curva tensão de tração *versus* deslocamento pós-fratura**



Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012)

Definida a tensão de falha  $\sigma_{t0}$ , esse modelo assume uma perda linear de força após a fratura, como mostrado na Figura 4.31.

**Figura 4.31 – Curva de energia de tensão *versus* deslocamento pós-fratura**



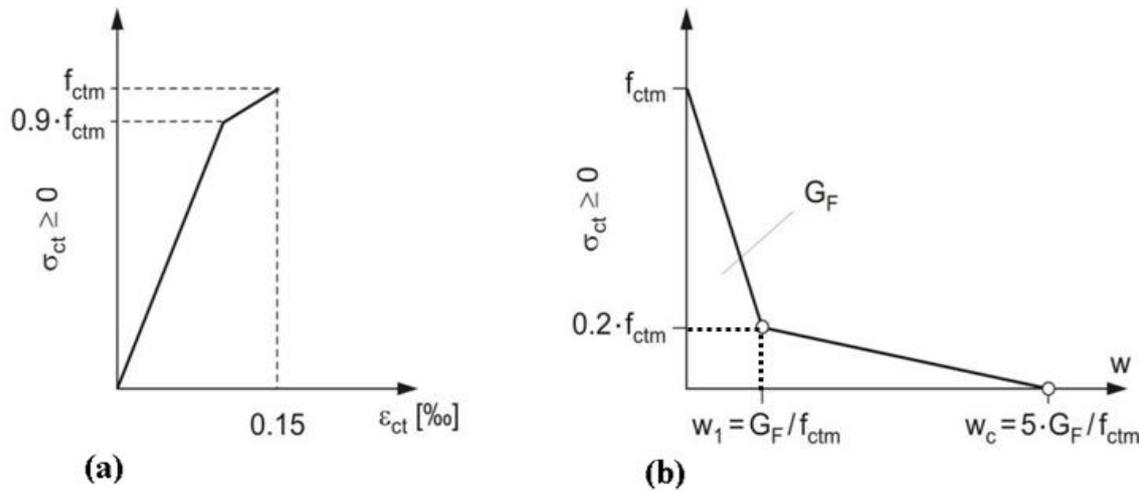
Fonte – *ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL* (2012)

Quando há a perda total da tensão de tração, o deslocamento final pode ser calculado como:

$$\mu_{t0} = \frac{2G_t}{\sigma_{t0}} \quad (4.25)$$

De acordo com o Comitê Europeu Internacional de Concreto (CEB-FIP, 2010), para determinar o comportamento do concreto não fissurado submetido a tração, usa-se as relações a seguir, de acordo com a Figura 4.32(a).

**Figura 4.32 – (a) Tensão versus deformação e (b) Tensão versus abertura de fissuras**



Fonte: CEB-FIP (2010)

A tensão de tração na região elástica de  $0 < \sigma_{ct} \leq 0,9f_{ctm}$  pode ser calculada como:

$$\sigma_{ct} = E_{ci} \varepsilon_{ct} \quad (4.26)$$

Para  $0,9f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm}$ :

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left[ 1 - 0,1 \frac{0,00015 - \varepsilon_{ct}}{0,00015 - \frac{0,9f_{ctm}}{E_{ci}}} \right] \quad (4.27)$$

Onde:  $\sigma_{ct}$  é a tensão de tração no concreto,  $\varepsilon_{ct}$  é a deformação do concreto a tração,  $f_{ctm}$  é a resistência média do concreto a tração e  $E_{ci}$  é o módulo de elasticidade. Os parâmetros  $f_{ctm}$  e  $E_{ci}$  podem ser calculados como:

$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (4.28)$$

$$E_{ci} = E_{c0} \alpha_E \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{1/3} \quad (4.29)$$

Onde:  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto,  $f_{cm}$  é a resistência média à compressão do concreto,  $f_{cm0}$  é uma constante de tensão com valor de 10 Mpa,  $E_{c0}$  é uma constante de módulo de elasticidade com valor de  $2,15 \times 10^4$  Mpa e  $\alpha_E$  é um coeficiente que varia com o tipo de brita, que será considerada uma brita de basalto cujo valor é 1,2.

Para a análise do comportamento do concreto fissurado (Figura 4.32b), a CEB-FIP (1990) adota uma relação bilinear, por meio do método da energia de fratura, em que:

Para  $0,2f_{ctm} \leq \sigma_{ct} \leq f_{ctm}$ :

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left( 1 - 0,8 \frac{w}{w_1} \right) \quad (4.30)$$

Para  $0 \leq \sigma_{ct} < 0,2f_{ctm}$ :

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left( 0,25 - 0,05 \frac{w}{w_1} \right) \quad (4.31)$$

Em que:

$$w_1 = 5 \left( \frac{G_F}{f_{ctm}} \right) \quad (4.32)$$

$$w_c = \left( \frac{G_F}{f_{ctm}} \right) \quad (4.33)$$

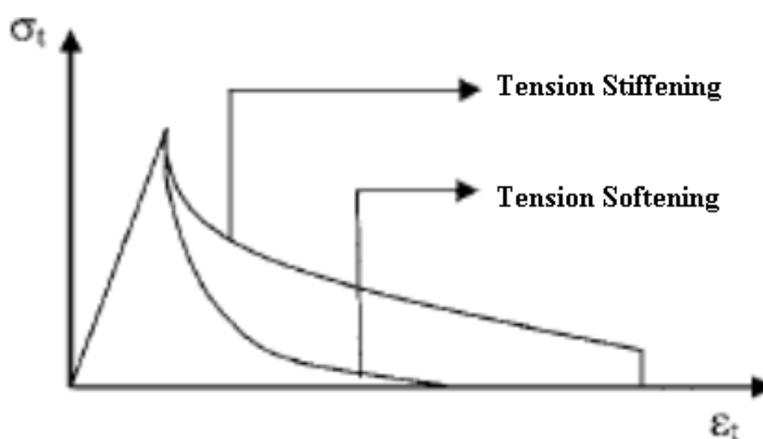
Onde:  $w$  é o deslocamento da fissura em mm,  $w_1$  é o deslocamento de fissura (mm) para  $\sigma_{ct} = 0,15f_{ctm}$ ,  $w_c$  é o deslocamento de fissura (mm) para  $\sigma_{ct} = 0$  e  $G_F$  é a energia de fratura (Nmm/mm<sup>2</sup>), que pode ser calculada como:

$$G_F = 73(f_{cm})^{0,18} \quad (4.34)$$

Ainda é possível prever o comportamento do concreto à tração por valores de deformação. Para isso, é necessário o entendimento de dois conceitos comportamentais do concreto após atingir a tensão resistente à tração: *tension stiffening* e *tension softening*.

Segundo Nayal e Rasheed's (2006), *tension softening* é o comportamento do concreto simples pós-pico à tração, sem armadura. De acordo com Lazzari et al. (2013), se a tensão resistente à tração for alcançada, a princípio, a seção do concreto passa a ser considerada uma seção fissurada, porém, se houver armaduras com aderência presentes no concreto, ele passa a ter uma parcela de resistência à tração, aumentando, assim, a rigidez na zona fissurada. Esse fenômeno é denominado como *tension stiffening*. Observa-se na Figura 4.33 os dois comportamentos.

**Figura 4.33 – *Tension stiffening* e *tension softening***

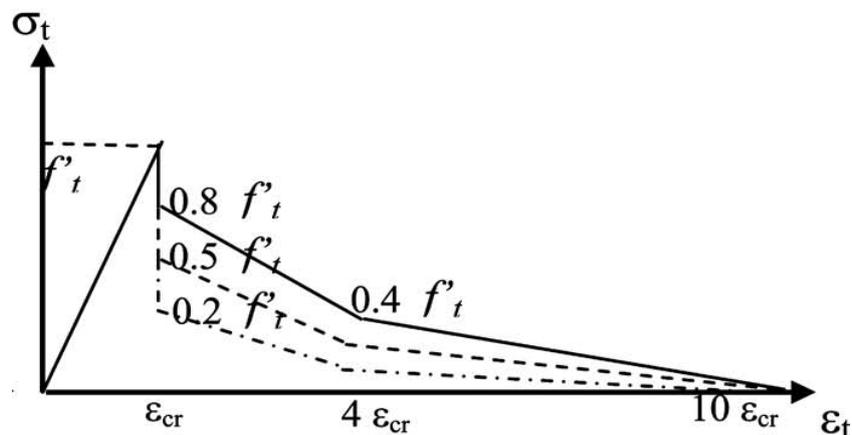


Fonte: NAYAL E RASHEED'S (2006)

A fim de determinar os valores de deformação plástica na tração de uma laje de concreto armado, ao analisarem ensaios experimentais da literatura, Gilbert e Warner (1978, apud Nayal e Rasheed's, 2006) propuseram alguns parâmetros para determinar o comportamento de *tension stiffening* em lajes de concreto armado, que podem ser observados na Figura 4.34. Eles observaram que há uma mudança no comportamento pós-pico da tensão de tração após uma deformação de aproximadamente 4 vezes a deformação de pico  $\epsilon_{cr}$ , tornando-se uma reta mais suave. Notaram também que há uma diferença no comportamento pós-pico dependendo do posicionamento da armadura. Segundo Nayal e Rasheed's (2006), esta primeira reta pós-pico representa o aparecimento

de fissuras primárias ao redor da barra e a segunda representa a propagação de fissuras secundárias devido às tensões de aderência que se formam ao redor das fissuras primárias.

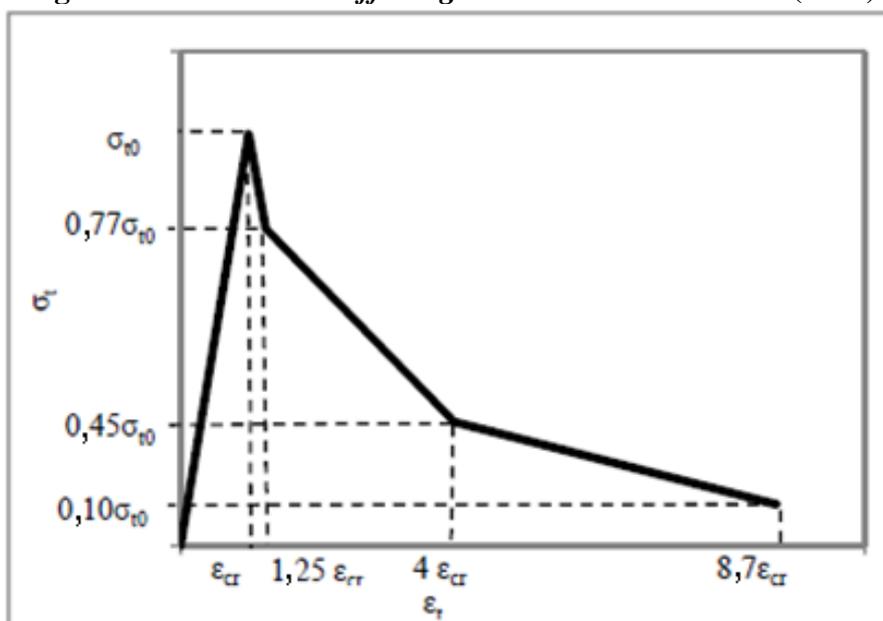
**Figura 4.34 – Tension stiffening de Gilbert e Warner (1978)**



Fonte: NAYAL E RASHEED'S (2006)

Com base nos parâmetros fornecidos por Gilbert e Warner (1978) e nas análises de Noyal e Rasheed's (2006), Wahalathantri et al. (2011) criaram uma curva tensão *versus* deformação adaptada para sua análise numérica de vigas de concreto armado no ABAQUS, ilustrada na Figura 4.35, com o objetivo de evitar possíveis erros de processamento devido à queda brusca no início do comportamento pós pico.

**Figura 4.35 – Tension stiffening de Wahalathantri et al. (2011)**



Fonte: WAHALATHANTRI et al. (2011)

### 4.3.2 Valores adotados no modelo numérico para o concreto

Com base nas recomendações apresentadas no ítem 4.3.1, os parâmetros adotados no ícone *Concrete Damaged Plasticity*, para a determinação do comportamento plástico do concreto de preenchimento, estão ilustrados na Tabela 4.1.

Para o comportamento elástico, serão adotados no ícone *Elastic* do ABAQUS os valores do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. Eles estão informados na Tabela 4.2 para o concreto C25.

O parâmetro de viscosidade do ícone *Concrete Damaged Plasticity* é uma técnica numérica utilizada quando há problemas de convergência. Segundo Guerra (2017) e Santos et al (2017), ele regulariza as equações constitutivas, possibilitando que as tensões excedam vagamente a área da superfície de ruptura, proporcionando uma rigidez tangente consolidada e positiva por incrementos de tempo razoavelmente pequenos para o material no amolecimento. Esta lacuna será preenchida inicialmente por 0, porém, quando houver problemas de convergência numérica, será adotado um valor mais próximo de 0 possível, pois, de acordo com Michal e Andrzej (2015), quanto maior for o parâmetro de viscosidade, mais dispersa será a distribuição de danos.

**Tabela 4.1 – Valores adotados para o modelo CDP**

<i>Concrete Damaged Plasticity</i>				
Ângulo de dilatação	Excentricidade	fb0/fc0	k	Parâmetro de viscosidade
38	1	1,12	0,667	0

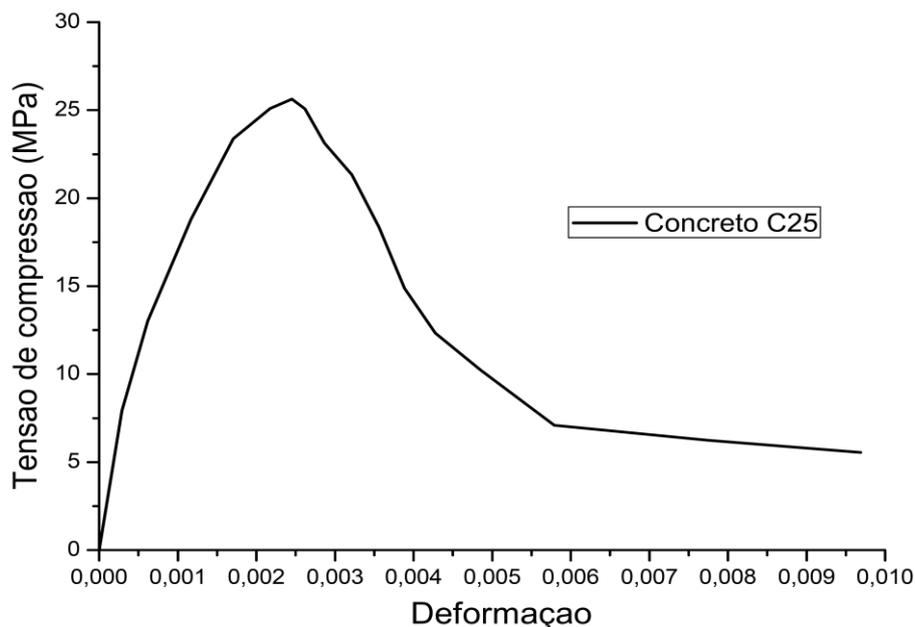
Fonte: DO AUTOR (2019)

Através de uma curva tensão *versus* deformação típica de ensaio uniaxial de compressão do concreto C25, por meio de interpolação das curvas do concreto C20 e C30 do CEB-FIP (1990), realizada por meio de ensaios experimentais, ilustrada na Figura 4.36, será criada a Tabela 4.2.

A Tabela 4.2 contém os valores calculados de deformação plástica, de acordo com os respectivos valores de danos causados no comportamento após a tensão última  $\sigma_{CU}$  de 25,65Mpa, segundo os parâmetros apresentados no capítulo 4.3.1.1.

Os valores de deformação plástica calculados, considerando os danos, serão reproduzidos no ícone *Compressive Behavior* no modelo CDP do ABAQUS.

**Figura 4.36 – Tensão versus deformação para o concreto C25**



**Tabela 4.2 – Parâmetros do modelo CDP para o concreto C25**

Concreto	C25	Parâmetros do modelo CDP	
		$\beta$	38°
Elasticidade do concreto		m	1
E (Mpa)	27290	$\sigma_b/\sigma_c$	1,12
$\nu$	0,2	k	0,67
Compressão			
Curva tensão-deformação		Dano no concreto	
tensão (Mpa)	deformação plástica	Dano	deformação plástica
0,00	0	0,00E+00	0
7,92	0	0,00E+00	0
13,02	1,40E-04	0,00E+00	1,40E-04
18,81	4,80E-04	0,00E+00	4,80E-04
23,37	8,50E-04	0,00E+00	8,50E-04
25,09	1,26E-03	0,00E+00	1,26E-03
25,63	1,52E-03	0,00E+00	1,52E-03
25,08	1,70E-03	2,15E-02	1,68E-03
23,13	2,02E-03	9,76E-02	1,93E-03
21,33	2,44E-03	1,68E-01	2,28E-03
18,35	2,89E-03	2,84E-01	2,62E-03
14,87	3,34E-03	4,20E-01	2,95E-03
12,33	3,83E-03	5,19E-01	3,34E-03
10,25	4,48E-03	6,00E-01	3,91E-03
7,10	5,53E-03	7,23E-01	4,85E-03
6,25	7,52E-03	7,56E-01	6,80E-03
5,56	9,49E-03	7,83E-01	8,75E-03

Fonte: DO AUTOR (2019)

Para a reprodução do comportamento do concreto à tração, serão testados dois métodos: o primeiro por energia de fratura e o segundo por deformação. O método de energia de fratura será utilizado de acordo com os parâmetros fornecidos pelo CEB-FIP (2010), descritos no capítulo 4.3.1.2.

Calculando  $f_{ctm}$ , temos:

$$f_{ctm} = 0,3(25,65)^{\frac{2}{3}} = 2,61 \text{ Mpa}$$

$$E_{ci} = 2,15 \times 10^4 \times 1,2 \left( \frac{25,65}{10} \right)^{\frac{1}{3}} = 35,31 \text{ Gpa}$$

Calculando  $G_F$ , temos:

$$G_t = 73(25,65)^{0,18} = 130,90 \text{ Nm/m}^2$$

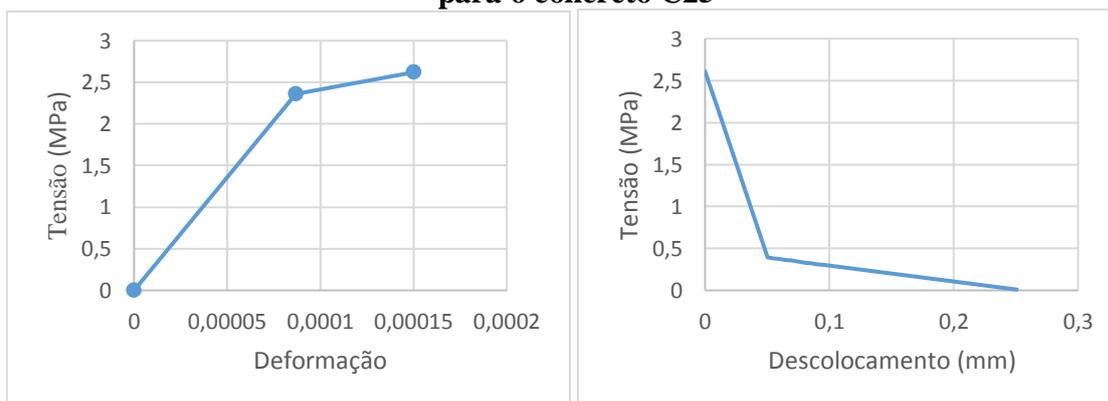
Para a seção fissurada, os valores de  $w$  são calculados a seguir:

$$w_c = 5 \left( \frac{130,9}{2610000} \right) = 0,250 \text{ mm}$$

$$w_1 = \left( \frac{130,9}{2610000} \right) = 0,0501 \text{ mm}$$

Os diagramas das tensões de tração *versus* deformação até a tensão última e das tensões de tração *versus* deslocamento pós-fratura estão ilustrados na Figura 4.37.

**Figura 4.37 – Tensão *versus* deformação e tensão *versus* deslocamento de fissuras para o concreto C25**



Fonte: DO AUTOR (2019)

Segundo Tao e Chen (2015), a abertura de fissuras pode ser relacionada com a deformação do elemento, na análise por elementos finitos, através de uma largura padrão  $h$ . Segundo Kveton e Elias (2014), a relação de deformação e abertura de fissuras pode ser expressa pela seguinte equação:

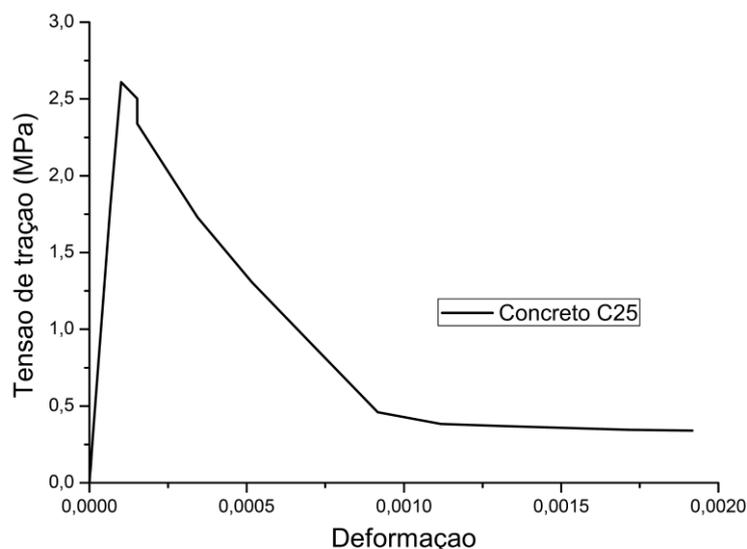
$$\varepsilon_t = \frac{2G_t}{hf_{ctm}} \quad (4.35)$$

De acordo com Rots (1991), o valor  $h$  está relacionado com o tamanho do elemento finito adotado e representa a largura unitária da zona de fratura. O valor  $\varepsilon_t$  é a deformação total.

Os valores de tensão de tração e deslocamento foram adotados no ícone *Tensile Behavior*, mais especificamente no tipo *displacement*, enquanto os valores de dano foram incluídos no ícone *Tension Damage*.

De acordo com o que foi apresentado sobre o comportamento de tração por deformação no capítulo 4.3.1.2, foi adotado o comportamento utilizado por Wahalathantri et al. (2011) para encontrar os valores de tensão e deformação de tração do concreto, indicados na Tabela 4.3. A fim de avaliar uma possível parcela de contribuição da armadura no comportamento *tension stiffening*. É apresentado na Figura 4.38 o comportamento de tração *versus* deformação do concreto C25.

**Figura 4.38 – Tensão de tração *versus* deformação do concreto C25**



Fonte – DO AUTOR (2019)

**Tabela 4.3 – Tensão de tração *versus* deformação do concreto C25**

tensão de tração	deformação
0,00000	0,00000
2,35800	0,00008
2,62000	0,00015
2,01740	0,00019
1,17900	0,00060
0,26200	0,00131

Fonte – DO AUTOR (2019)

Para o concreto da laje alveolar foram adotados parâmetros para fase elástica e plástica (pelo CDP), para o concreto C50.

#### 4.3.3 Propriedades mecânicas do aço

As propriedades do aço utilizado nos modelos numéricos foram exatamente as mesmas fornecidas nos ensaios de Araújo et al. (2016) e Lam e El Lobody (2005). Para o valor correspondente ao módulo de elasticidade do aço da viga, dos conectores e da armadura dos ensaios de Araújo et al. (2016) foi considerado 210 GPa, e o coeficiente de Poisson adotado foi 0,3. A tensão de escoamento do aço da viga metálica é 345 MPa. As outras informações relevantes das propriedades da armadura transversal e dos conectores de cisalhamento (*stud*) dos ensaios de Araújo et al. (2016), da viga metálica e do conector de cisalhamento dos ensaios de Lam e El Lobody (2005), são informadas nas Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 respectivamente.

**Tabela 4.4 – Propriedades mecânicas da armadura transversal dos ensaios de Araújo et al. (2016)**

Sessões	Diâmetro (mm)	Fy (MPa)	Fu (MPa)
Sessão 1	8	523	641
	10	558	652
	12,5	616	722
	16	501	707
Sessão 2	10	666	759
	16	605	750

Fonte – ARAÚJO et al. (2016)

Para os modelos que foram utilizados metal de solda, foi necessário avaliar qual tipo de solda seria mais adequada para o aço do conector. De acordo com a Tabela 4.5 e recomendações da AWS D1.1 (2000) para aços com tensão de escoamento maiores que 460 Mpa, foram adotadas propriedades mecânicas de uma solda equivalente à solda do tipo arco elétrico com eletrodo revestido E10010-G. A tensão de escoamento da solda adotada é de 600 Mpa e a tensão de ruptura é de 689 Mpa.

**Tabela 4.5 – Propriedades mecânicas do conector de cisalhamento dos ensaios de Araújo et al. (2016)**

Sessões	Fy (MPa)	Fu (Mpa)	Alongamento na ruptura (%)
Sessão 1	541 ± 6,8	588	13,6 ± 0,68
Sessão 2	460	559	18,8

Fonte – ARAÚJO et al. (2016)

**Tabela 4.6 – Propriedades mecânicas do conector de cisalhamento e da viga metálica dos ensaios de Lam e El Lobody (2005)**

Material	Tensão de escoamento (Fy)	Módulo de elasticidade (E)
Viga metálica	275 Mpa	200 Gpa
Conector	470,8 Mpa	200 Gpa

Fonte – LAM E EL LOBODY (2005)

#### 4.3.3.1 Modelo elasto-plástico com encruamento adotado para o aço

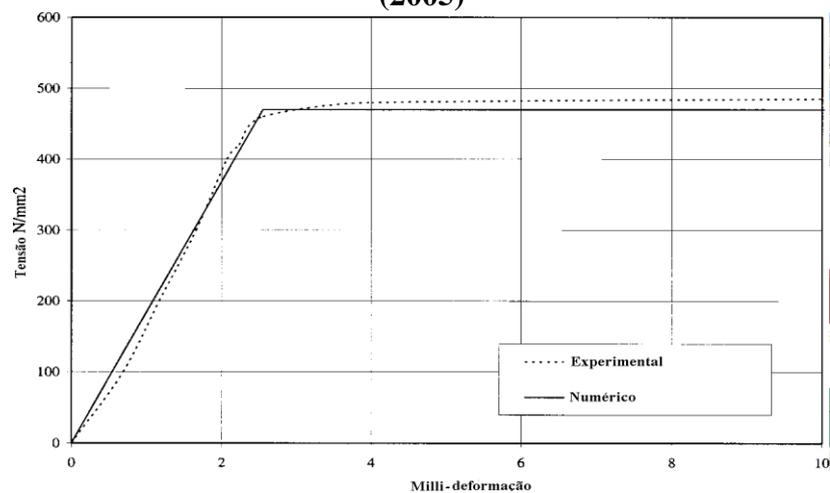
O modelo constitutivo adotado para o aço, para a validação dos ensaios de Araújo et al. (2016), é semelhante ao modelo elasto-plástico perfeito empregado por Lam e El Lobody (2005) da Figura 4.39. Porém com o diferencial do comportamento de encruamento do material após a tensão de escoamento, até atingir a tensão de ruptura. Este comportamento será simulado através do modelo criado por Earls (1999), como é ilustrado na Figura 4.40, de acordo com os parâmetros da Tabela 4.7. A Figura 4.41 representa o comportamento do aço do conector de cisalhamento com os valores adotados para o ensaio de Araújo et al. (2016).

**Tabela 4.7 – Parâmetros para o modelo constitutivo para o aço de Earls (1999)**

$\frac{\epsilon_{st}}{\epsilon_y} =$	5,5
$\frac{\epsilon_b}{\epsilon_y} =$	28

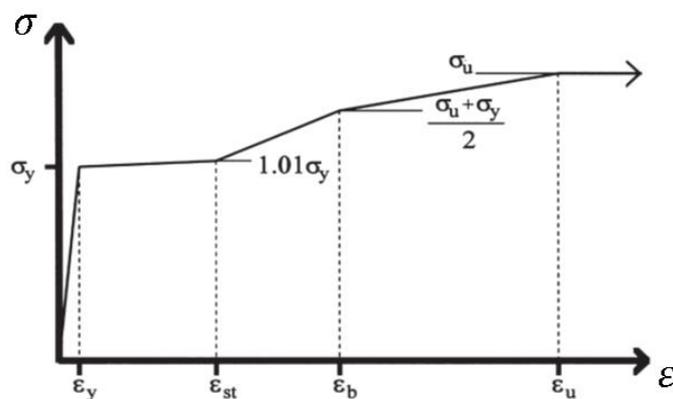
Fonte – Earls (1999)

**Figura 4.39 – Tensão de tração *versus* deformação do aço de Lam e El Lobody (2005)**



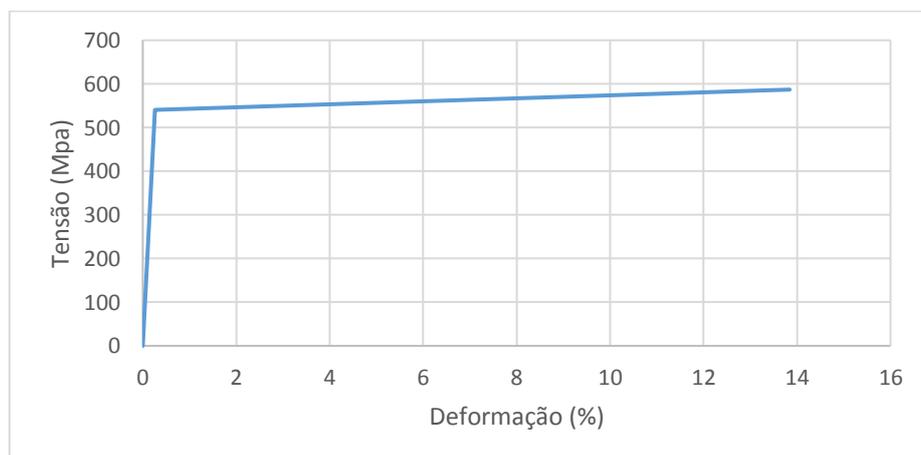
Fonte – LAM E EL LOBODY (2005) – Adaptado

**Figura 4.40 – Modelo constitutivo para o aço de Earls (1999)**



Fonte – Earls (1999)

**Figura 4.41 – Tensão de tração *versus* deformação do aço de Araújo et al. (2016)**



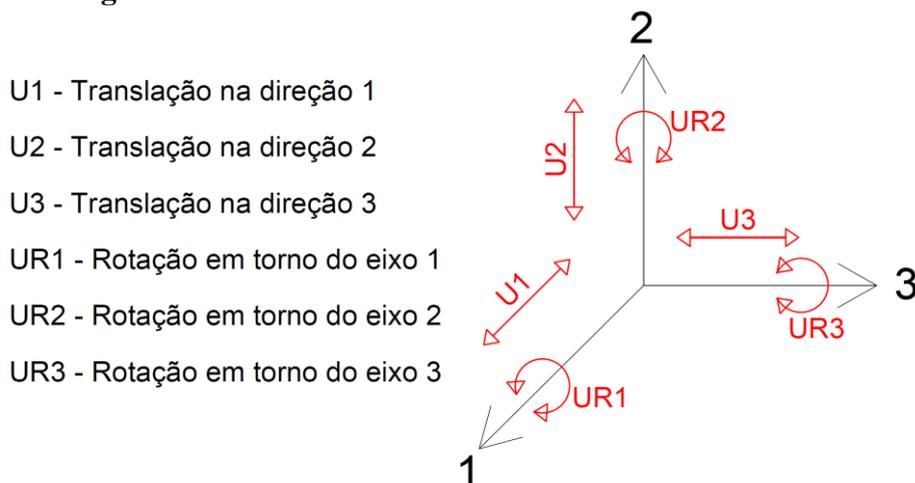
Fonte – DO AUTOR (2019)

#### 4.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Devido ao fato de o ABAQUS permitir total liberdade de criação de modelos numéricos, com as mais diversas formas, gera-se uma necessidade de impor condições de contorno para o modelo a ser estudado. Para estabelecer qualquer condição, é preciso compreender a nomenclatura para os eixos presentes em uma estrutura 3D no *software*.

O sistema tridimensional de coordenadas x, y e z correspondem, respectivamente, aos eixos 1, 2 e 3. Quando um corpo se desloca devido a um determinado carregamento, ele pode sofrer movimentos de translação e rotação. Por causa disso, qualquer corpo tridimensional possui 6 graus de liberdade, como ilustra a Figura 4.42.

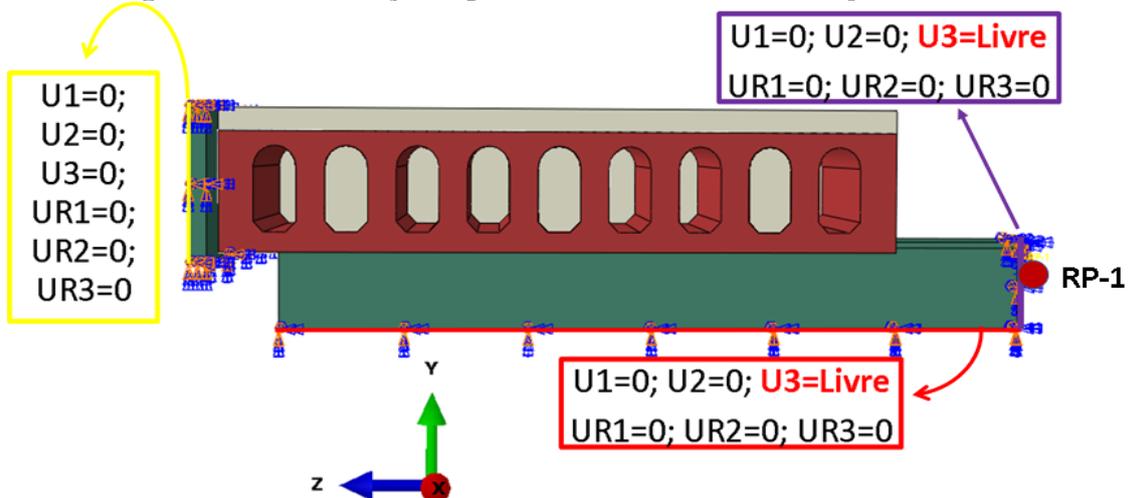
**Figura 4.42 - Graus de liberdade de um sistema tridimensional**



Fonte: DO AUTOR (2019)

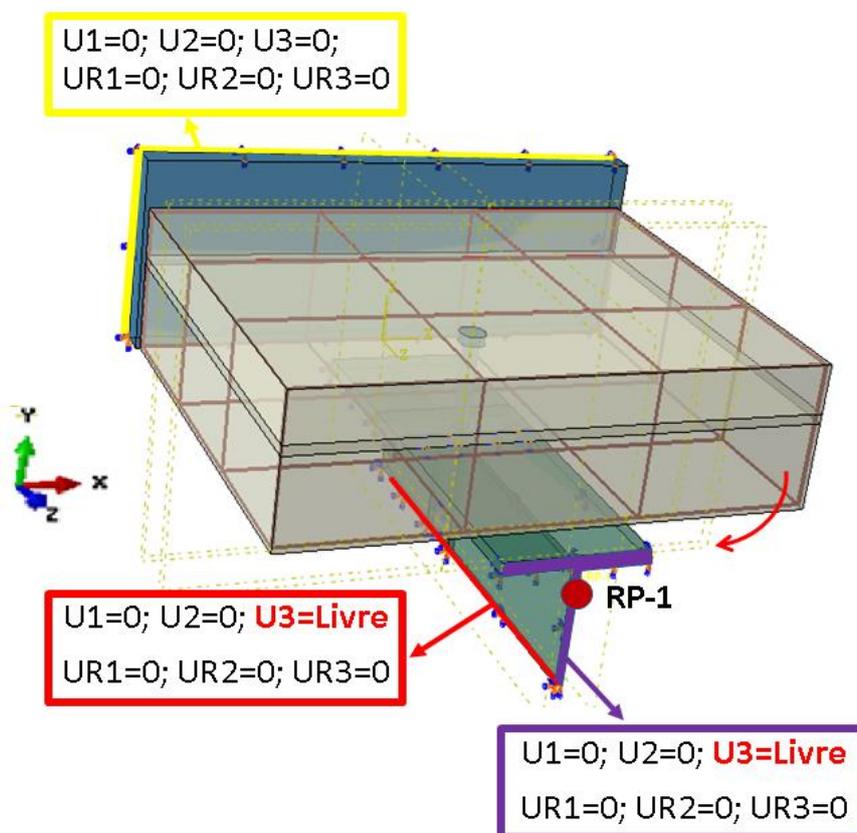
Para os modelos de Araujo et al. (2016) e Lam e El Lobody (2005) em estudo, toda superfície da chapa que recebe a reação da laje foi engastada. Todas as superfícies livres ao longo do comprimento da viga, incluindo ainda a superfície onde foi aplicado o carregamento, foram restringidas às translações nos eixos 1 e 2, bem como às rotações em todos os eixos. Apenas foi permitido translações no eixo 3, que é justamente a direção em que está posicionada a direção do carregamento. Todas estas restrições podem ser observadas nas Figuras 4.43 e 4.44, ao lado do sistema de coordenadas.

Figura 4.43 – Restrições aplicadas no modelo de Araújo et al. (2016)



Fonte: DO AUTOR (2019)

Figura 4.44 – Restrições aplicadas no modelo de Lam e El Lobody (2005)



Fonte: DO AUTOR (2019)

É mostrado nas Figuras 4.41 e 4.42 um ponto de referência definido pelo usuário, denominado RP-1. Este ponto é fundamental, pois é nele que será aplicado o

carregamento concentrado que será distribuído uniformemente pela superfície frontal da viga, por meio da ferramenta *Coupling* dentro da plataforma *Interaction* do ABAQUS.

#### 4.5 CARREGAMENTO

O carregamento aplicado foi estático e monotônico, de acordo com os padrões para o ensaio *push-out*, definido na opção *Static*, na plataforma *Step* do ABAQUS. O valor definido para o final do carregamento do modelo de Araújo et al.(2016) foi de 460 kN e do modelo de Lam e El Loboy (2005) foi de 200 kN, ambos na direção z (3). Um valor aproximado, necessário para atingir a ruptura do modelo, seja pelo conector ou pela laje.

#### 4.6 MÉTODO NUMÉRICO UTILIZADO PARA RESOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO-LINEARES

Definidas as propriedades de pré-processamento, que se resumem em: propriedades geométricas; físicas; e condições de contorno inseridas. A biblioteca do ABAQUS/*Standard* fornece ferramentas matemáticas para o processamento do modelo, que permitem realizar análises lineares e não lineares, por meio do método direto ou iterativo.

Segundo Ugural (1981, apud Queiroz, 2013) e Conte e Boor (1980, apud Queiroz, 2013), os métodos diretos produzem uma solução exata em um número finito de operações aritméticas. São muito utilizados em análises lineares.

Queiroz (2013) diz que os métodos iterativos fornecem respostas aproximadas que normalmente convergem para a solução exata quando a quantidade de iterações tende para infinito. Geralmente são usados em situações de geometrias elevadas, lineares ou não-lineares.

Quando se analisa modelos com incrementos de carga, estes sofrem deslocamentos de suma importância para uma análise não linear geométrica. De acordo com Souza (2017), o efeito da não linearidade geométrica proporciona vários fenômenos, como por exemplo, a existência de múltiplas configurações de equilíbrio (estáveis e instáveis) e o surgimento de pontos críticos ou singulares ao longo do caminho não linear de equilíbrio.

Para o estudo do comportamento de um modelo com incrementos de carga, é preciso o uso de formulação incremental. De acordo com Queiroz (2013), neste processo, são adquiridas as soluções do sistema ao decorrer do tempo, com a atualização dos parâmetros e variáveis a cada etapa. O ABAQUS/*Standard* utiliza dois métodos matemáticos para análise não linear com incrementos de carga: Newton-Raphson e Riks modificado.

#### 4.6.1 Método de Newton-Raphson

O método Newton-Raphson é um processo iterativo muito utilizado para encontrar raízes de sistemas lineares ou não lineares. De acordo com Miranda et al. (2006), a formulação escalar do método de Newton-Raphson para encontrar a solução de uma equação não linear pode ser descrita como:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (4.36)$$

Em que  $x_0$  é um valor inicial adotado com o objetivo de encontrar um valor mais próximo da raiz real, denominado  $x_1$ , que representa a intersecção da reta tangente que passa pelo ponto  $f(x_0)$  com o eixo das abcissas, como pode ser observado na Figura 4.45. O denominador  $f'(x_0)$  representa a derivada da função  $f(x_0)$ . Este processo iterativo se repete até que resulte em um baixo erro relativo entre as últimas raízes encontradas.

Para a solução de um conjunto de equações não lineares, a fórmula de recorrência é:

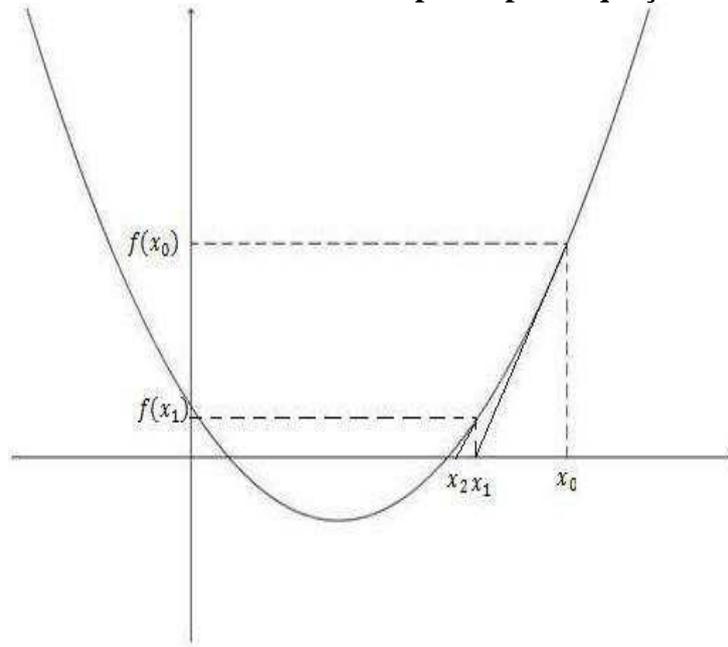
$$\{x^k\} = \{x^{k-1}\} - [J_F\{x^{k-1}\}]^{-1}\{F\{x^{k-1}\}\} \quad (4.37)$$

Onde  $x^k$  é o próximo vetor de aproximação,  $x^{k-1}$  é o vetor de aproximação atual, e  $J_F^{-1}$  é o inverso da matriz jacobiana avaliada a partir do vetor  $\{x^{k-1}\}$ .

Rodrigues (2000) afirma que podem ser utilizadas variações do método de Newton-Raphson. Dentre estas variações, estão: o método Newton-Raphson Modificado (NRM) e o método de Newton-Raphson Padrão ou Completo (NRP). A característica

notável do método NPM é que a matriz de rigidez tangencial se mantém constante durante um incremento ou conjuntos de incrementos. Enquanto a matriz de rigidez tangencial do método NRP é avaliada à cada iteração. Para este trabalho, foi adotado o método NRP.

**Figura 4.45 – Método de Newton-Raphson para equação não linear**



Fonte: MIRANDA et al.. (2006)

Segundo Mejía (2003) e Souza (2005), ao impor a condição de equilíbrio de um elemento finito, a diferença entre os vetores das forças externas  $\{P\}$  e os vetores das cargas internas ( $Q$ ) deve resultar no vetor nulo, portanto, tem-se:

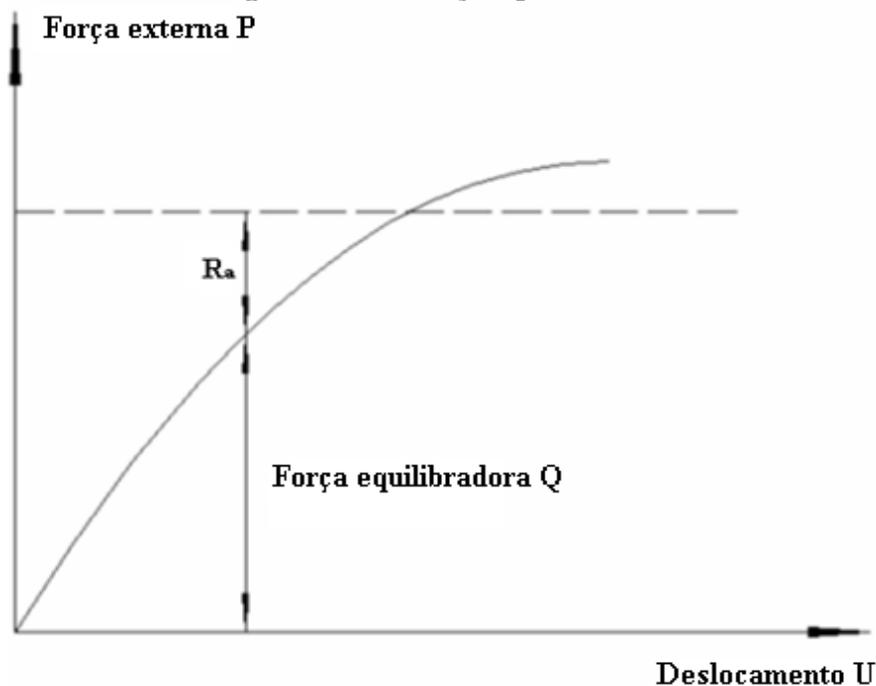
$$\{R_a\} = \{0\} \quad (4.38)$$

Onde  $\{R_a\}$  é o vetor de forças desequilibradoras e:

$$\{R_a\} = \{P\} - \{Q\} \quad (4.39)$$

Para análises não-lineares,  $\{P\}$  e  $\{Q\}$  dependem dos deslocamentos e tensões na estrutura. Quando a estrutura não está em equilíbrio, a diferença entre as forças internas e externas passa a assumir um valor  $\{R_a\}$ , como é notado na Figura 4.46.

Figura 4.46 – Força equilibradora



Fonte: MEJÍA (2003)

Assumindo a expansão da série de Taylor, considerando que, na solução iterativa, foi introduzido o valor de deslocamento inicial  $U_0$ , então:

$$\{Q_1\} = \{Q_0\} + (\{U_1\} - \{U_0\}) \left[ \frac{\partial \{P\}}{\partial \{U\}} \right]_{U_0} + \text{elementos de ordem maior} \quad (4.37)$$

Em que  $\{Q_1\}$  representa o valor da força equilibradora no final do incremento,  $\{Q_0\}$  é o valor da força equilibradora no início do incremento e  $\{U_1\}$  é o deslocamento final do incremento. Desprezando os elementos de ordem maior, o incremento de deslocamentos de elementos finitos, pelo método de Newton-Raphson, pode ser resumido pela seguinte equação:

$$[K] \{u\} = \{P\} - \{Q\} = \{R_a\} \quad (4.38)$$

Onde  $\{u\}$  é o vetor de deslocamento incremental nodal, em que:

$$\{u\} = \{U_1\} - \{U_0\} \quad (4.39)$$

E  $[K]$  é a matriz de rigidez tangente, que pode ser calculada como:

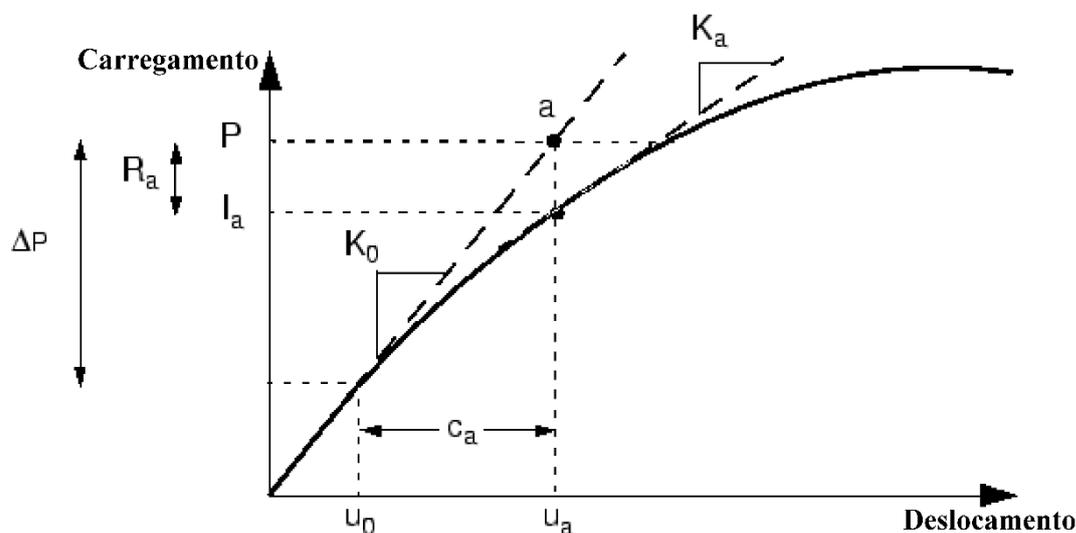
$$[K] = \left[ \frac{\partial \{Ra\}}{\partial \{U\}} \right]_{U_0} \quad (4.40)$$

É exemplificado na Figura 4.47 o comportamento típico do incremento de carga de uma curva carga *versus* deslocamento pelo método Newton-Raphson aplicado no ABAQUS. No início de um incremento, utiliza-se a tangente da curva  $\{K_0\}$ , que passa no ponto  $\{U_0\}$ , para determinar o valor de correção do deslocamento  $\{C_a\}$ , correspondente ao incremento de carga  $\{\Delta P\}$ . Assim, o ABAQUS calcula a força equilibradora  $\{I_a\}$  e encontra o valor do resíduo  $\{R_a\}$ . Para análises não lineares, o valor do resíduo nunca será zero.

Para cargas monotônicas, há uma dificuldade de convergir resultados e alcançar o equilíbrio para grandes passos de cargas, devido à necessidade de um grande número de iterações. Em razão disto, Mejía (2003) recomenda realizar pequenos incrementos de cargas ou deslocamentos, a fim de aproximar o comportamento numérico com o real, como é ilustrado na Figura 4.47.

**Figura 4.47 – Processamento por incremento de carga por Newton-Raphson**

Fonte – ABAQUS ANALYSIS USER'S



MANUAL (2012) - Adaptado

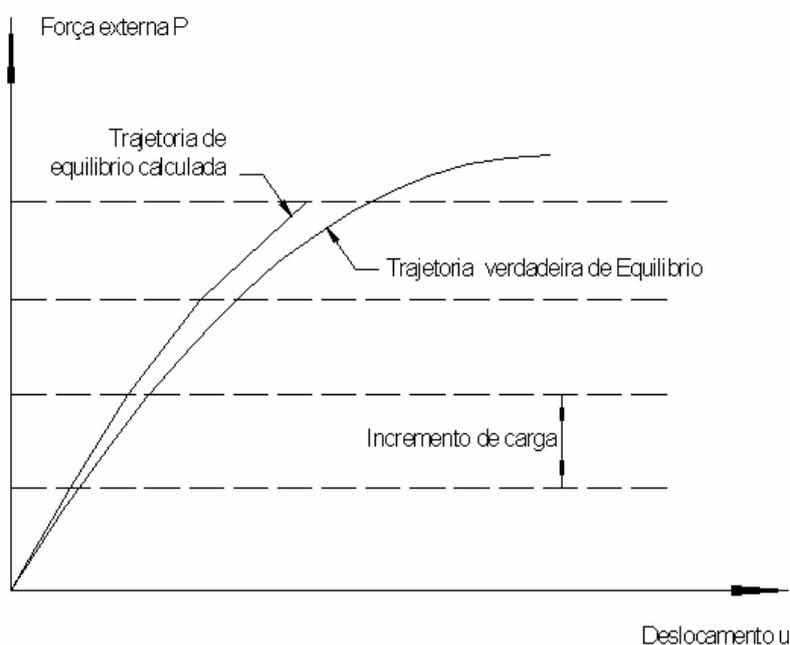
A partir do vetor de deslocamentos globais conhecido do incremento  $n$ , o deslocamento por incremento é encontrado, conforme Mejía (2003), pela expressão:

$$[K] \{\Delta u\} = \{\Delta P\} + \{P_n\} - \{Q\} \quad (4.41)$$

Em que a carga externa total é descomposta em uma contribuição  $\{P_n\}$ , já incluída no começo do passo de carga considerado e uma carga incremental  $\{\Delta P\}$ .

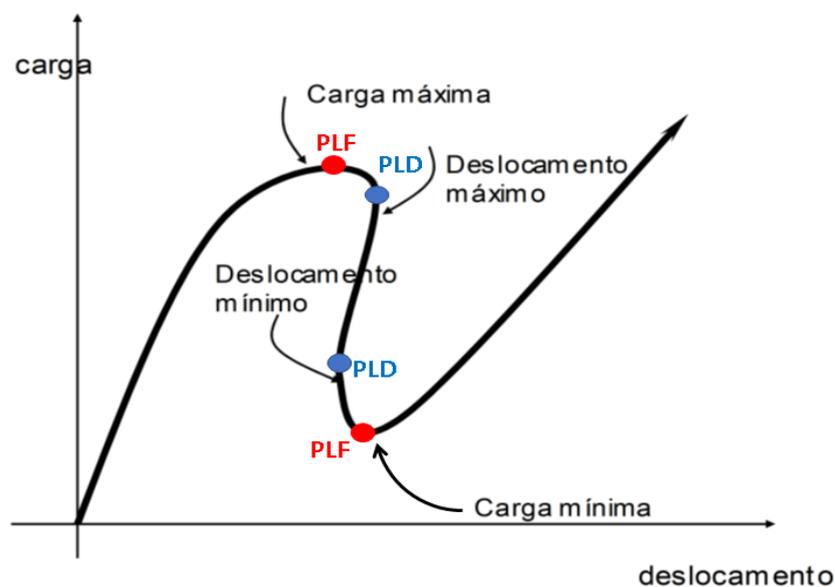
Segundo Mejía (2003), o erro notado na Figura 4.48, entre a trajetória calculada e a verdadeira, pode ser decomposto em duas parcelas. Uma delas está associada aos carregamentos desbalanceados no final de cada incremento de carga, e por ser um erro acumulativo à cada etapa de incrementação, pode gerar diferenças relevantes ao final do carregamento. A segunda parcela está relacionada à matriz de rigidez tangencial do elemento, que é calculada pela linearização das equações não lineares de equilíbrio no início do passo de carga. A linearização da matriz de rigidez tangencial por incremento de carga é obtida pelos deslocamentos do incremento anterior, portanto, sendo considerado um erro acumulativo. De acordo com Lopes (2003), Lameiras (2008) e Ferrari (2013), estes erros se agravam quando há variações no carregamento gerando matrizes de rigidez negativa, conforme é ilustrado na Figura 4.49.

**Figura 4.48 – Trajetória de equilíbrio por incrementos de carga**



Fonte: MEJÍA (2003)

**Figura 4.49 – Curva carga-deslocamento genérica para problemas de instabilidade**



Fonte: LOPES (2003)

Para alcançar o tipo de trajetória da Figura 4.49, que possui pontos limites de força (PLF) e de deslocamento (PLD), é possível introduzir uma técnica de continuação para iterações de equilíbrio a cada incremento de carga (como o método de Riks, por exemplo, disponível na biblioteca do Abaqus). Porém não serão considerados estes procedimentos iterativos incrementais neste trabalho, porque trata-se de um comportamento simples, onde não há alterações nos sinais do carregamento, como acontece, por exemplo, nos estudos de flambagem de Moura (2016) e Ferrari (2013).

#### 4.7 SUPERFÍCIES DE CONTATO

Assim como é importante definir as condições de contorno devido aos graus de liberdade do sistema tridimensional, também é necessário criar as propriedades para as superfícies de contato de cada peça do modelo. Por se tratar de uma estrutura mista, é fundamental que as propriedades de contato sejam inseridas de forma correta.

O ABAQUS fornece múltiplas opções de interações para simular o contato dos materiais, desde comportamentos mecânicos, como o atrito e coesão, até comportamentos térmicos e elétricos. Para este estudo, foi considerado apenas o comportamento mecânico da ligação.

De acordo com Oliveira Filho (2005), no estudo de contatos entre duas superfícies no ABAQUS, antes de definir as propriedades de comportamento, deve-se definir uma superfície como “mestre” e a outra como “escrava”, de modo que, através de um algoritmo adequado, o *software* impeça que os nós da superfície escrava invadam a superfície mestre. Para que isso aconteça, a superfície escrava deve ter uma malha de elementos finitos menor do que a superfície mestre, ou dispor de menor rigidez (caso fossem do mesmo tamanho de malha).

Há duas formulações usadas para calcular os deslizamentos do modelo: deslizamentos pequenos; e deslizamentos finitos. Segundo Oliveira Filho (2005), quando se utiliza pequenos deslizamentos, o algoritmo determina o segmento da superfície mestre que será relacionada com os nós da superfície escrava no início da análise, sendo que esta relação permanecerá a mesma até o final do carregamento. Em situações de consideração da não linearidade geométrica, são contadas todas as deformações e rotações incrementais até o final da análise.

A outra forma é fazer com que o algoritmo utilize deslizamentos finitos, onde a relação dos nós da superfície escrava com os segmentos da superfície mestre se atualizem a cada incremento, podendo ocorrer mudanças nas relações com os segmentos. Isto pode gerar uma sobrecarga computacional, conforme a intensidade das deformações das superfícies. Para este trabalho, será adotada a formulação de deslizamentos finitos, porque, segundo Righetto (2012), durante o tempo da simulação numérica, pode ocorrer deslocamentos tangenciais relativos devido às mudanças de segmentos da superfície mestre em relação aos nós da superfície escrava.

#### **4.7.1 Interação entre aço e concreto**

Quando existe estruturas envolvidas por outro material, que é o caso da armadura transversal envolvida pelo concreto de preenchimento, o ABAQUS permite a utilização de uma propriedade em sua biblioteca da plataforma *Interaction* denominada *Embedded region*. Esta ferramenta restringe os graus de liberdade de translação de qualquer elemento ou conjunto de elementos envolvidos por outro grupo de elementos. Permite análises geométricas lineares ou não lineares, mas não restringe os graus de liberdade de rotação. Esta ferramenta é ideal para a interação entre barras nervuradas e o concreto, devido à alta aderência desta ligação, como já comprovado por Ahmed et al. (2016).

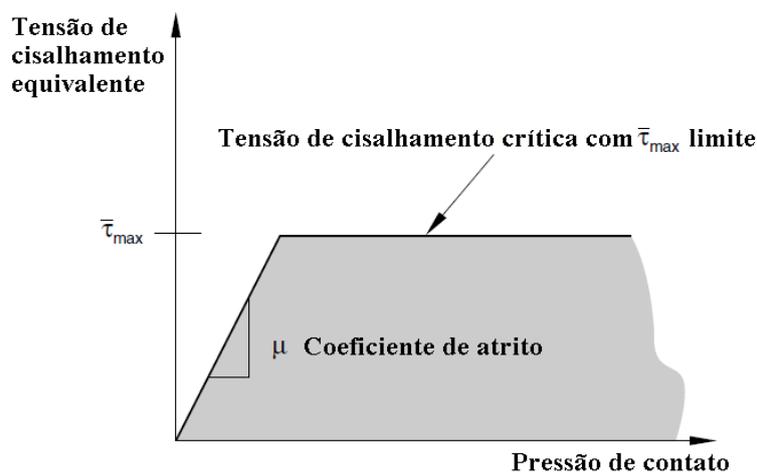
Para os conectores de cisalhamento e as demais superfícies lisas, foi adotada a teoria de atrito de Coulomb. Segundo Righetto (2012), o conceito desenvolvido por Coulomb pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\tau_{crit} = \mu\rho \quad (4.42)$$

Em que  $\mu$  é o coeficiente de atrito,  $\rho$  é a pressão de contato e  $\tau_{crit}$  é a tensão cisalhante crítica. O ABAQUS possibilita estabelecer que só irá ocorrer o deslizamento quando a tensão cisalhante da superfície de contato atingir seu valor limite  $\bar{\tau}_{max}$ , conforme a Figura 4.50.

De acordo com Leonhardt e Mönning (1977), o coeficiente de atrito entre o aço e o concreto pode variar entre 0,3 à 0,6, valores já utilizados por Mahran (2013). Para este trabalho, será adotado um coeficiente igual à 0,1 para a superfície de contato entre a viga metálica e a laje, já que Araújo et al. (2016) utilizaram graxa para diminuir, o máximo possível, o atrito. Para a superfície de contato da base metálica que resistirá ao esforço da laje, será adotado um coeficiente de atrito igual à 0,4.

**Figura 4.50 – Comportamento do atrito com limite de cisalhamento**



Fonte – ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL (2012)

Por ser uma superfície lisa, para toda a área envolvida dos conectores de cisalhamento pelo concreto de preenchimento, também será adotada uma interação com coeficiente de atrito de 0,4, valor já utilizado por Prakash et al. (2011) e Pathirana et al. (2016) em seus estudos numéricos de conectores de cisalhamento. Para isso, será

necessário criar os vazios no concreto de preenchimento em que serão posicionados os conectores, por meio da ferramenta *Merge/Cut*.

O valor da tensão de cisalhamento limite  $\bar{\tau}_{max}$  será calculada por meio da formulação proposta pela CEB-FIP (2010), que está relacionada à interação entre concreto e superfícies lisas de aço por arrancamento (Eq. 4.43) ou por deslizamento (Eq. 4.44):

$$\bar{\tau}_{max} = 1,25\sqrt{f_{CK}} \quad (4.43)$$

$$\bar{\tau}_{max} = 5 \left( \frac{f_{CK}}{20} \right)^{0,25} \quad (4.44)$$

#### 4.7.2 Interação entre concreto pré-moldado e concreto de preenchimento

Para avaliar a melhor representação numérica possível do restante das superfícies de contato, que são as interações entre o concreto de preenchimento e as placas de laje alveolar, foram utilizados dois modelos de contato distintos: *TIE* e apenas consideração de atrito.

A ligação do tipo *TIE* representa uma ligação monolítica entre dois elementos no ABAQUS, em que os nós das superfícies de contato se mantêm fixos até o final do carregamento, ou seja, não há deslizamento entre as superfícies. Considerando os conceitos mencionados no Capítulo 2.4.1 sobre os três modos de transferência de cisalhamento entre concretos de idades diferentes, a ligação do tipo *TIE* representaria uma grande parcela de contribuição de ações mecânicas e de atrito graças aos possíveis “dentes” formados pela segregação dos agregados do concreto de preenchimento, formando uma superfície substancialmente rugosa.

Quando se considera apenas o coeficiente de atrito, há uma maior facilidade de os resultados numéricos apresentarem divergências em relação aos experimentais, por causa da ausência da consideração destes possíveis “dentes” de cisalhamento formados pelos agregados. Para avaliar estas divergências entre os dois métodos de contato em relação ao comportamento real do ensaio, será adotado um coeficiente de atrito igual à 1, de acordo com as recomendações de Araújo (1997) para a interação de concreto moldado no local com concreto pré-moldado de superfície rugosa.

Para o cálculo da tensão de cisalhamento limite  $\bar{\tau}_{max}$ , ao considerar as parcelas de adesão e de atrito, a CEB-FIP (2010) descreve a seguinte equação:

$$\bar{\tau}_{max} = \tau_c + \mu(\sigma_N + k\rho f_Y) \quad (4.45)$$

Onde: a parcela de adesão é representada pela tensão cisalhante de adesão  $\tau_c$  ( $\sim 1,5 - 2,5$  N/mm<sup>2</sup> para superfícies rugosas); e a parcela de atrito é composta pelo coeficiente de atrito  $\mu$ , que multiplica a soma da tensão normal que age na interface  $\sigma_N$  e com o produto da taxa de armadura da seção  $\rho$  pela tensão de escoamento da armadura da seção  $f_Y$ , pelo coeficiente  $k$  (que representa a razão entre a tensão normal do aço  $\sigma_s$ ) pela sua tensão de escoamento  $f_Y$ .

#### 4.8 DEFINIÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

De acordo com as informações contidas no Capítulo 4.1, após a definição da geometria do modelo, das propriedades mecânicas, das condições de contorno e do método numérico para a solução do sistema de equações não lineares do problema estrutural, é possível criar a malha de elementos finitos.

Os elementos finitos utilizados em todas as partes do modelo são do tipo C3D8, contínuo, de três dimensões, com 8 nós, integração total e geometria de ordem linear. Foram adotados estes elementos por apresentarem resultados significativos, sem exigir grandes esforços computacionais, de acordo com outros resultados já apresentados na literatura, como: Sarturi (2014), Metwally (2017), Chaudhari e Chakrabarti (2012) e Lam e El Lobody (2005)

A boa distribuição das malhas é fundamental para encontrar resultados próximos aos experimentais. Como o foco do trabalho é a análise de tensões, deformações e deslocamentos dos conectores de cisalhamento e a propagação de danos na laje, as malhas referentes a estes elementos serão mais refinadas do que as demais. De acordo com a conceituação citada no Capítulo 4.8, as regiões definidas como superfícies escravas devem ter um maior número de elementos finitos do que as superfícies mestres, para evitar possíveis erros no processamento.

De forma geral, a Tabela 4.8 apresenta a quantidade de elementos, de nós e a largura da malha de elementos finitos para cada componente dos modelos numéricos que

foram analisados. Observa-se na Tabela 4.9 os valores de redução da largura da malha para os locais de interface. É exposta na Figura 4.51 como foram as malhas de elementos finitos para o modelo proposto.

**Tabela 4.8 – Elementos finitos utilizados em cada componente do modelo**

Componentes	Quantidade de elementos	Quantidade de nós	Largura da malha (mm)	Elemento finito utilizado
Viga metálica	1386	2964	20	C3D8
Laje alveolar	16758	23364	24	C3D8
Concreto de preenchimento	16451	22833	20	C3D8
Conector de cisalhamento	4248	5622	4	C3D8
Armadura transversal	600	1377	20	C3D8
Armadura da laje alveolar	6336	14904	20	C3D8
<b>TOTAL</b>	45779	71064		

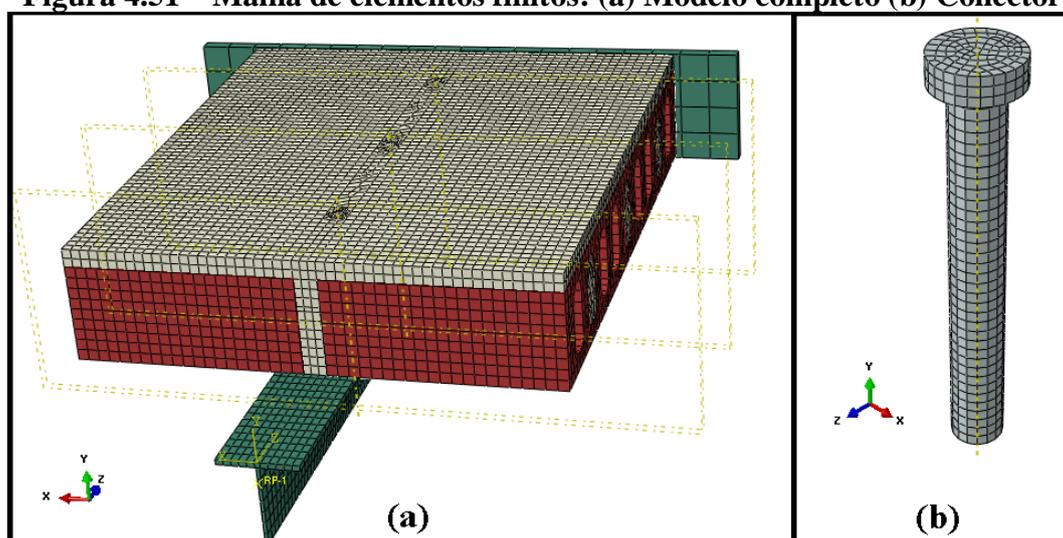
Fonte: DO AUTOR (2019)

**Tabela 4.9 – Larguras de elementos finitos refinadas para interface dos materiais**

Interfaces	Largura da malha (mm)
<b>Viga / Conector</b>	
Viga metálica	6
Conector de cisalhamento	4
<b>Conector / Concreto de preenc.</b>	
Conector de cisalhamento	4
Concreto de preenchimento	6

Fonte: DO AUTOR (2019)

**Figura 4.51 – Malha de elementos finitos: (a) Modelo completo (b) Conector**



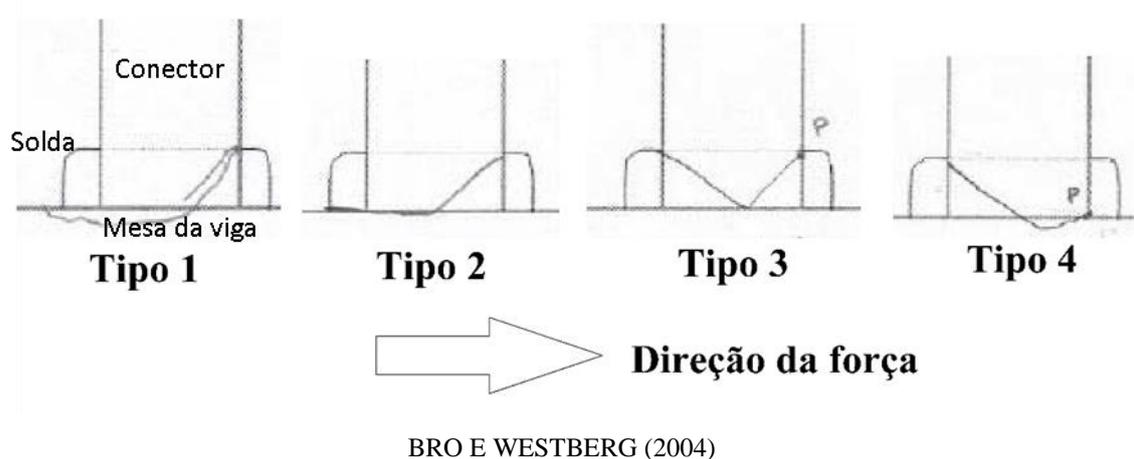
Fonte: DO AUTOR (2019)

#### 4.9 MODOS DE RUPTURA

De acordo com Lam e El Lobody (2005) e Araújo et al. (2016), o modelo romperá devido à fratura do concreto ou pela ruptura do conector, para isso, foram investigadas duas situações. Na primeira, a ruptura no conector ocorrerá quando a tensão de ruptura do aço tomar toda a base do pino e ocorrer uma deformação exagerada, gerando um excesso de iterações no procedimento numérico.

Quando Bro e Westberg (2004) realizaram um estudo para avaliar a influência da fadiga dos conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto, chegaram à conclusão que o conector de cisalhamento pode romper de quatro maneiras diferentes, de acordo com a Figura 4.52. Os tipos 1, 2 e 3 foram os modos de falha mais comuns observados por Bro e Westberg (2004), onde a fratura se inicia na interface entre a haste do conector e a solda e se propaga para baixo, até atingir a mesa da viga. A fratura do tipo 4 ocorre apenas em modelos com soldas mal executadas, em que a ruptura se inicia na interface entre a solda e a mesa da viga.

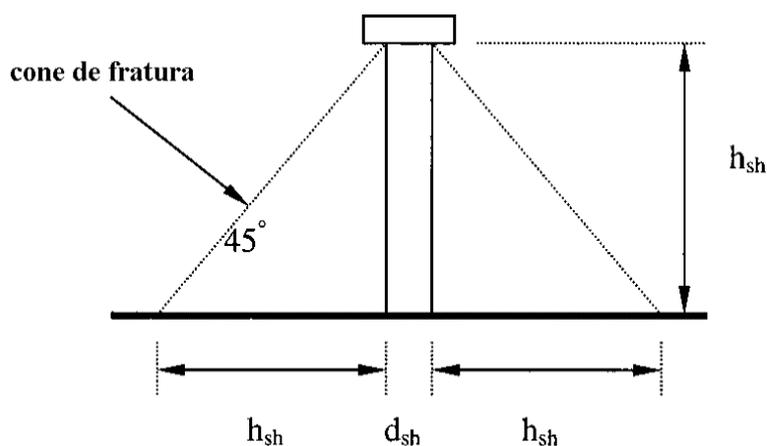
**Figura 4.52 – Modos de ruptura no conector**



Para verificar a ruptura no concreto, Lam e El Lobody (2005) seguiram o conceito de que a estrutura mista se rompe no concreto quando há a formação de uma superfície de corte em forma de cone no concreto, da mesa da viga até a cabeça do conector, com ângulo de aproximadamente 45°, de acordo com as Figuras 4.53 e 4.54. Conceito que foi provado experimentalmente por MacMackin et al. (1973, apud Lam e El Lobody, 2005) e Lam e El Lobody (2005), conforme a Figura 4.55.

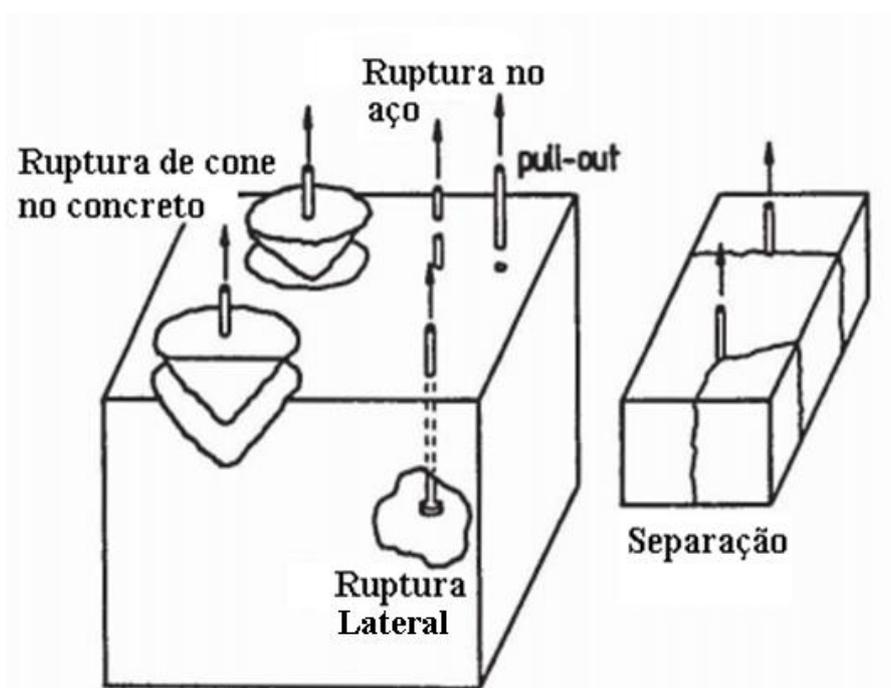
Nos modelos numéricos de Lam e El Lobody (2005) foram definidas propriedades plásticas simples para o concreto, por meio do ícone *Plasticity*, onde não é possível definir as propriedades de tração do concreto e conseqüentemente seus danos. Em razão disto, foi criado mais um modelo numérico a fim de validar o ensaio de Lam e El Lobody, com o modelo constitutivo CDP para o concreto e, posteriormente, foi feita uma comparação com os resultados experimentais e numéricos de Lam e El Lobody (2005).

**Figura 4.53 – Seção do cone de ruptura do concreto**



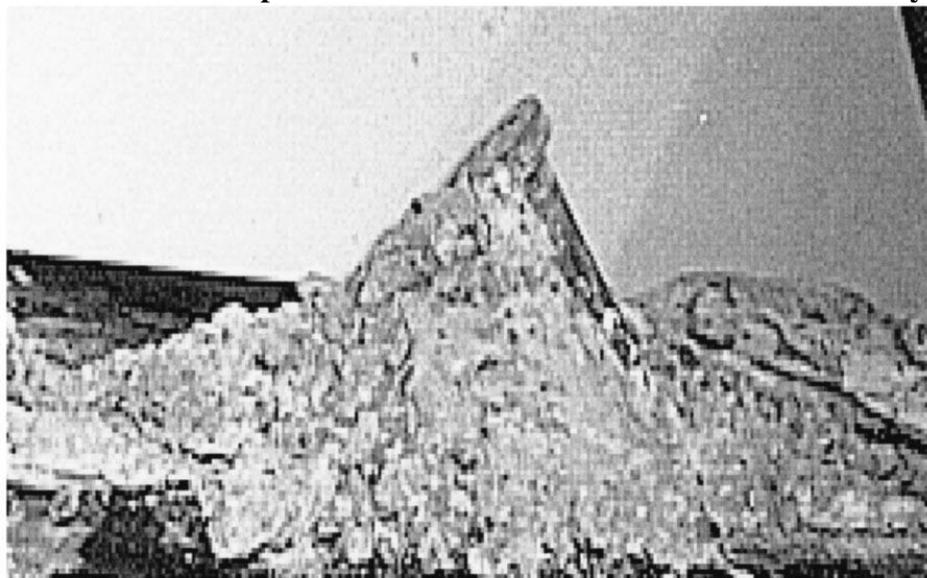
Fonte: LAM E EL LOBODY (2005)

**Figura 4.54 – Modos de ruptura**



Fonte: FURCHE e ELIGEHAUSEN (1991)

**Figura 4.55 – Cone de ruptura do concreto no ensaio de Lam e El Lobody (2005)**



Fonte: LAM E EL LOBODY (2005)

## 5 RESULTADOS: VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Após definir o modelo numérico com suas propriedades, condições de contorno, interações e a malha de elementos finitos, é possível processar o modelo para a análise através da plataforma *job* do ABAQUS.

O *software* oferece um grande conjunto de dados para análise, que dependem dos objetivos do usuário. Estes dados são definidos na plataforma *Step*, no item *Field Output*. Os dados relevantes selecionados para este estudo foram: os campos de tensões e deformações, os deslocamentos, as reações de apoio e os danos causados no concreto devido aos esforços de tração.

De forma objetiva, os resultados foram divididos em etapas. Resumidamente, foram realizados: a validação do modelo constitutivo adotado para o concreto, pelo comportamento definido na CEB-FIP (1990); e a validação dos modelos numéricos pelos ensaios experimentais de Araújo et al. (2016) e Lam e El Lobody (2005), além dos modelos numéricos com as novas variáveis estabelecidas. Estas etapas foram:

- Validação do modelo constitutivo CDP para o concreto, através da seção de um corpo de prova. Foi validado o comportamento relativo à compressão pelo CEB-FIP (1990). E ainda foi confrontado o comportamento à tração, por abertura de fissuras, pelo CEB-FIP (2010), com o comportamento por deformação, pelo modelo de Wahalathantri et al. (2011);
- Validação dos valores de deslizamento e ruptura do conector, no modelo SP1 de Lam e El Lobody (2005). Além disso, avaliou-se o comportamento dos danos por tração, utilizando concreto C50 para a laje maciça e armadura com 10 mm de diâmetro;
- Validação dos valores de deslizamento e ruptura dos conectores nos modelos M-150-10, M-200-0 e M-200-10 de Araújo et al (2016), utilizando concreto C50 para o concreto de preenchimento, com capeamento estrutural de 40 mm;
- Validação dos valores de deformações e ruptura dos conectores, tal como a propagação de dano no concreto do modelo M-210-8 de Araújo et al. (2016). Foi utilizado concreto C30 para o concreto de preenchimento, com capeamento estrutural de 40 mm, e três barras com diâmetros de 8 mm para a armadura transversal;

- Validação dos valores de deformações e ruptura dos conectores, tal como a propagação de danos no concreto, do modelo M-210-0 de Araújo et al. (2016). Foi utilizado concreto C25 para o concreto de preenchimento, com capeamento estrutural de 40 mm. Para este modelo, com a finalidade de se obter uma maior aproximação com os ensaios experimentais, foi realizado um comparativo, através dos resultados obtidos, entre dois métodos de interação para as interfaces entre concreto de preenchimento e pré-moldado. O primeiro foi com a utilização de interação por atrito. No segundo utilizou-se ligação monolítica (*TIE*);
- Avaliar o deslizamento da interface pelo comparativo de curvas “força/conector *versus* deslizamento” do primeiro conector, no sentido do carregamento, para todas as variáveis;
- Avaliar o comportamento referente às deformações dos conectores, através de comparativos de curvas “força/conector *versus* deformação” do primeiro conector, no sentido do carregamento, para todas as variáveis;
- Observar a intensidade de propagação dos danos causados devido à tração no concreto para as variáveis de armadura transversal;
- Propor uma nova formulação teórica para a previsão da capacidade de resistência ao cisalhamento da ligação aço-concreto, considerando todas as variáveis aplicadas neste estudo.

Para facilitar a compreensão dos resultados, são detalhados, na Tabela 5.1, os 27 modelos definidos, com suas respectivas variáveis avaliadas, que são: a altura da laje; a resistência característica à compressão do concreto de preenchimento; a altura da capa estrutural; e a taxa de armadura. O tempo de processamento de cada modelo foi de, em média, 12 horas.

Para encontrar as deformações dos conectores no modelo, definiu-se o mesmo ponto em que foi aplicado os extensômetros por Araújo et al. (2016). Este ponto está localizado 40 mm acima da base do pino, na direção da compressão, como ilustra o ponto vermelho, no conector 1, da Figura 5.1. Os conectores serão numerados de 1 à 3, de acordo com o sentido do carregamento.

Os pontos analisados no modelo para a obtenção dos deslizamentos dos conectores, ao decorrer do carregamento, também foram nas mesmas regiões medidas no ensaio experimental de Araújo et al. (2016) e Lam e El Lobody (2005). Sendo dois pontos

para medir os deslocamentos próximos aos conectores: um localizado na mesa da viga e o outro no concreto, conforme as Figuras 5.2 e 5.3, respectivamente. A diferença entre os dois deslocamentos resultará no deslizamento da interface aço-concreto, na região do conector.

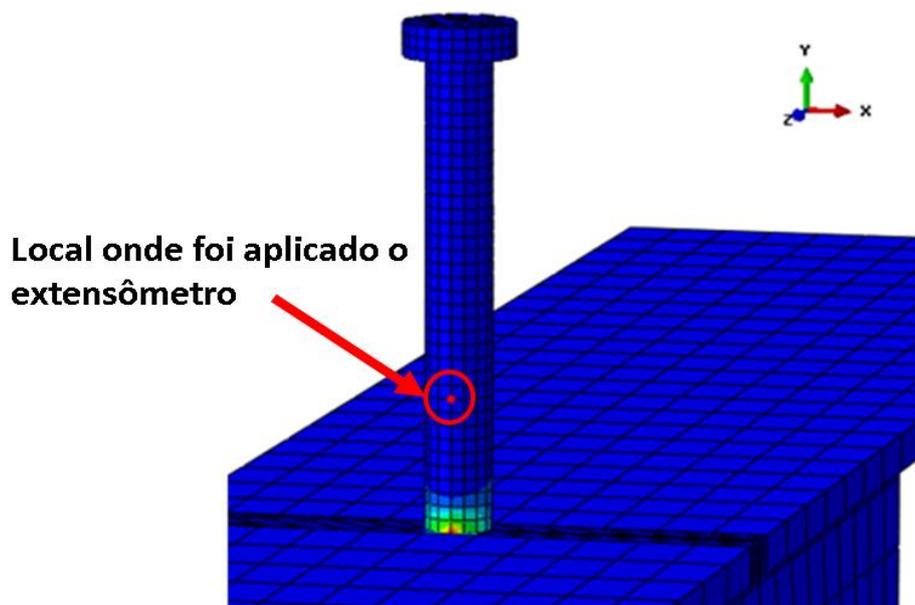
**Tabela 5.1 – Variáveis do estudo numérico**

<b>Modelos Numéricos</b>	<b>Variáveis</b>		
	Concreto (Fck)	Altura da laje maciça	
MC50-150-LM	50 Mpa	150 mm	
<b>Modelos Numéricos</b>	<b>Variáveis</b>		
<b>Altura do painel alveolar= 160 mm</b>			
	Concreto (Fck)	Altura da capa	Armadura transversal
MC25-160-sca-0	25 Mpa	-	-
MC25-160-sca-8	25 Mpa	-	3 $\phi$ 8 mm
MC25-160-sca-16	25 Mpa	-	3 $\phi$ 16 mm
MC25-160-ca40-0	25 Mpa	40 mm	-
MC25-160-ca60-0	25 Mpa	60 mm	-
MC30-160-sca-0	30 Mpa	-	-
MC30-160-ca40-0	30 Mpa	40 mm	-
MC30-160-ca60-0	30 Mpa	60 mm	-
MC50-160-sca-0	50 Mpa	-	-
MC50-160-ca40-0	50 Mpa	40 mm	-
MC50-160-ca60-0	50 Mpa	60 mm	-
<b>Altura do painel alveolar = 210 mm</b>			
	Concreto (Fck)	Altura da capa	Armadura transversal
MC25-210-sca-0	25 Mpa	-	-
MC25-210-ca40-0	25 Mpa	40 mm	-
MC25-210-ca40-8	25 Mpa	-	3 $\phi$ 8 mm
MC25-210-ca40-16	25 Mpa	-	3 $\phi$ 16 mm
MC25-210-ca60	25 Mpa	60 mm	-
MC30-210-sca-0	30 Mpa	-	-
MC30-210-ca40-0	30 Mpa	40 mm	-
MC30-210-ca40-0	30 Mpa	40 mm	-
MC30-210-ca60-0	30 Mpa	60 mm	-
MC50-210-sca-0	50 Mpa	-	-
MC50-210-ca40-0	50 Mpa	40 mm	-
MC50-210-ca60-0	50 Mpa	60 mm	-
<b>Altura da laje = 200 mm</b>			
	Concreto (Fck)	Altura da capa	Armadura transversal
MC50-150-ca40-10	50 Mpa	40 mm	3 $\phi$ 10 mm
MC50-200-ca40	50 Mpa	40 mm	-
MC50-200-ca40-10	50 Mpa	40 mm	3 $\phi$ 10 mm

Legenda: M – Modelo; C – Classe do concreto; ca – capeamento; LM – Laje maciça

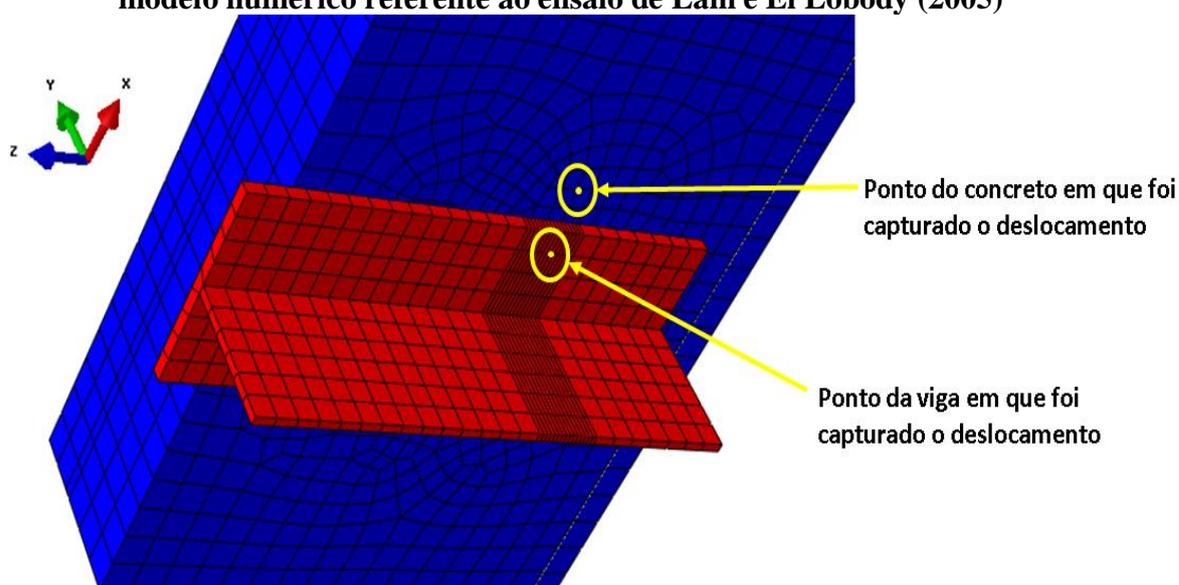
Fonte: DO AUTOR (2019)

**Figura 5.1 – Local onde foram analisadas as deformações do primeiro conector**



Fonte: DO AUTOR (2019)

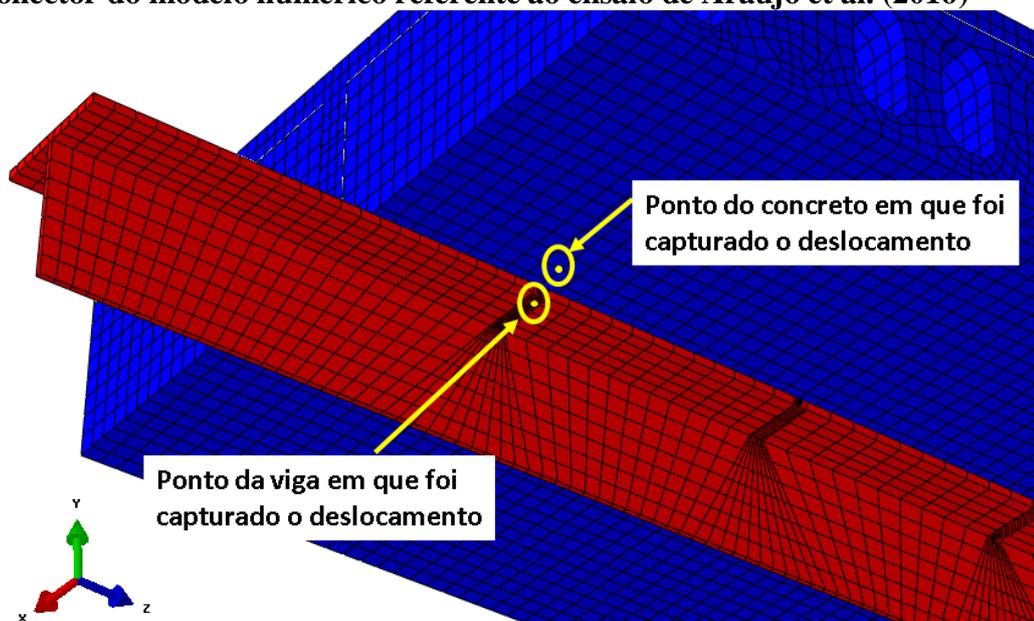
**Figura 5.2 – Pontos capturados para encontrar o deslizamento do conector do modelo numérico referente ao ensaio de Lam e El Lobody (2005)**



Fonte: DO AUTOR (2019)

Os valores de força por conector das curvas de deformação e deslizamento são calculados, simplesmente, pela divisão da força total aplicada no modelo pelo número de conectores, como já mencionado por Tristão (2002) e Sales (2014).

**Figura 5.3 – Pontos capturados para encontrar o deslizamento do primeiro conector do modelo numérico referente ao ensaio de Araújo et al. (2016)**

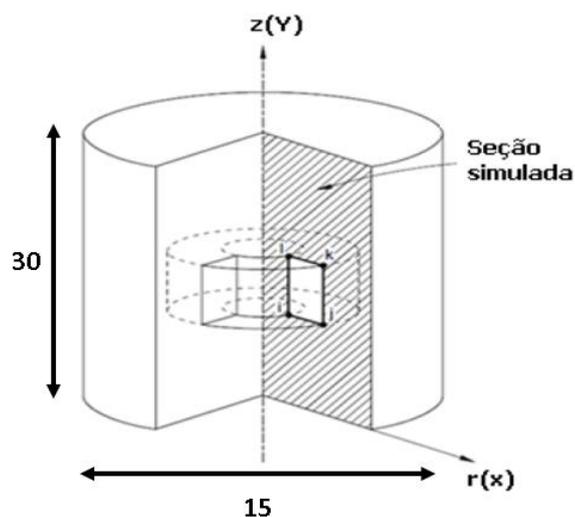


Fonte: DO AUTOR (2019)

## 5.1 VALIDAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO CDP PARA O CONCRETO

Para confirmar a eficiência do modelo constitutivo CDP, modelou-se uma seção axissimétrica de um corpo de prova de 15 cm x 30 cm (Figura 5.4), para o concreto C25. Abordagem que também já foi realizada por Sarturi (2014), porém, em seu estudo, foi utilizado o concreto B50.

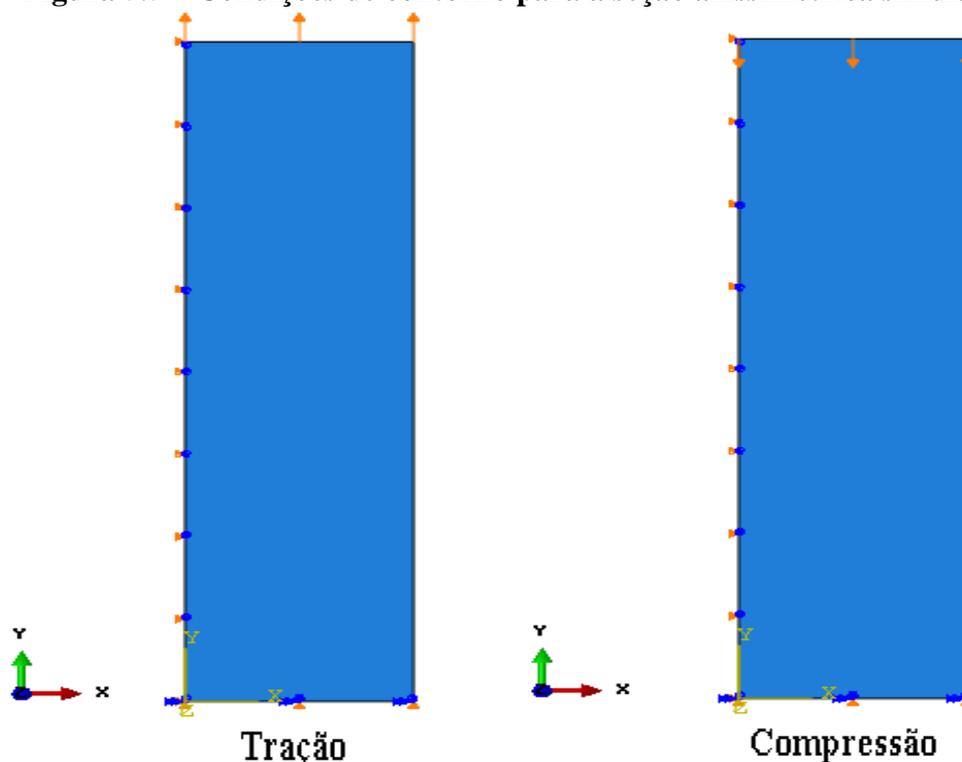
**Figura 5.4 – Seção axissimétrica simulada**



Fonte: SARTURI (2014)

As condições de contorno e os carregamentos aplicados na seção 2D podem ser observados na Figura 5.5, onde foi impedido o deslocamento vertical na base da seção e restringido também o deslocamento horizontal no eixo axissimétrico, tanto para o comportamento à compressão como também à tração.

**Figura 5.5 – Condições de contorno para a seção axissimétrica simulada**



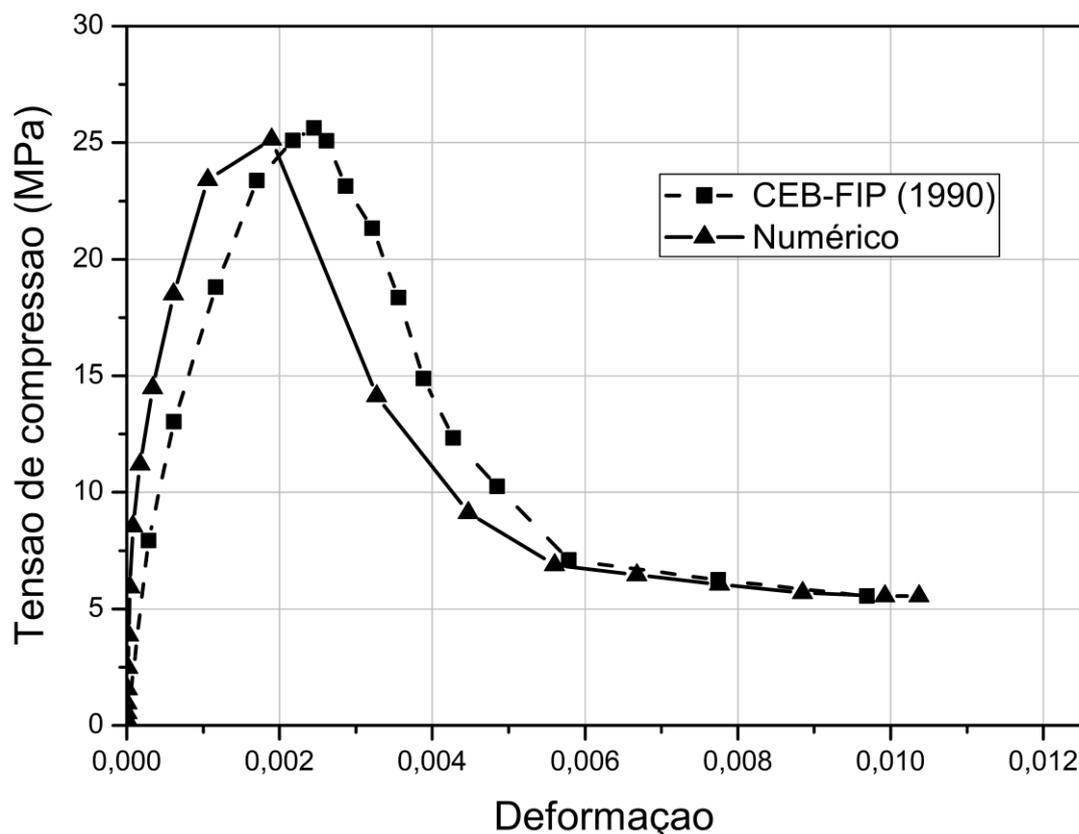
Fonte: Do AUTOR (2019)

O comportamento de compressão ou tração no concreto pode ser analisado em qualquer ponto de integração numérica, já que as tensões e deformações são as mesmas em qualquer ponto durante o carregamento.

Na Figura 5.6 nota-se que o comportamento à compressão do concreto no modelo numérico se assemelha com o comportamento real do concreto C25 do CEB-FIP (1990).

Para comparar os dois métodos de análise do comportamento à tração do concreto, calculou-se, através da equação (4.35), uma largura padrão para os elementos finitos utilizados. A fim de que a deformação total do corpo de prova do modelo numérico proposto por energia de fratura, pela CEB-FIP (2010), resultasse a uma deformação próxima à deformação proposta por Wahalathantri et al. (2011).

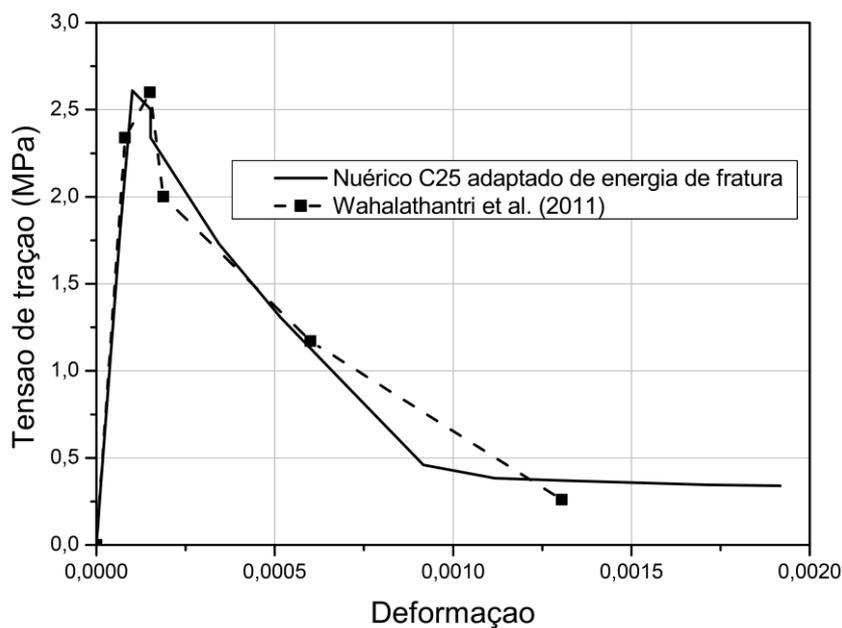
Figura 5.6 – Comportamento à compressão do concreto C25: real *versus* numérico



Fonte: DO AUTOR (2019)

Observa-se que, na Figura 5.7, o modelo constitutivo adotado por meio de dados de deformação, segundo o modelo de Wahalathantri et al. (2011), aproximou-se de forma significativa do comportamento da curva tensão *versus* deformação adaptada pelo modelo proposto de energia de fratura, pelo CEB-FIP (2010). Entretanto quando são utilizadas as propriedades de tração por meio de energia de fratura no modelo constitutivo do ABAQUS, existe a possibilidade de ocorrer variações nos resultados, dependendo do tamanho do elemento finito adotado e da direção da fissuração, se é alinhada com a direção do elemento finito ou inclinada, conforme já observadas no trabalho de Kveton e Elias (2014). Para evitar estes possíveis erros por energia de fratura, foram adotados, no campo de entrada de dados de comportamento à tração no ABAQUS, os valores correspondentes à curva do modelo numérico adaptado de energia de fratura do CEB-FIP (2010) para deformação, conforme a Figura 5.7, para os modelos sem armadura.

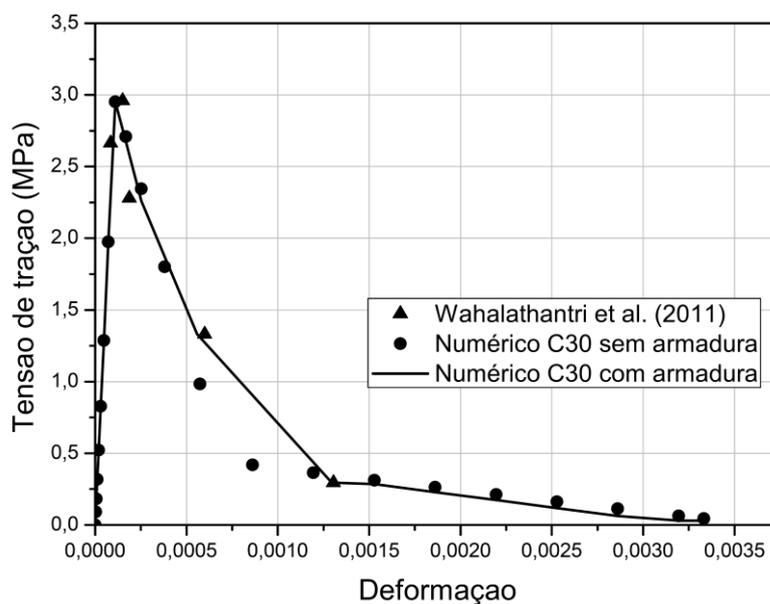
**Figura 5.7 – Comportamento à tração do concreto C25: curva de Wahalathantri et al. (2011) versus numérico**



Fonte: DO AUTOR (2019)

Para considerar uma parcela de contribuição do aço nos modelos com armadura transversal na resistência pós-pico, será adaptada uma nova curva, através da junção da parcela de *tension stiffening* do modelo de Wahalathantri et al. (2011) com o comportamento adaptado da CEB-FIP (2010), conforme a Figura 5.8.

**Figura 5.8 – Comportamento à tração do concreto C30, considerando *tension stiffening***



Fonte: DO AUTOR (2019)

## 5.2 INFLUÊNCIA DA SOLDA

Antes de utilizar as propriedades do metal de solda nos modelos numéricos, foram avaliados todos os modelos sem o uso da solda. Em consequência da baixa resistência mecânica do aço do conector em comparação com a resistência do metal de solda, as rupturas dos modelos numéricos ocorreram antecipadamente.

Pode-se observar na Figura 5.9 que, quando a ruptura ocorre no conector do ensaio experimental, geralmente o corte ocorre um pouco acima da região da solda, próximo à região da interface entre o metal de solda e o aço do conector.

**Figura 5.9– Ruptura no conector**



Fonte: ARAÚJO et al. (2016)

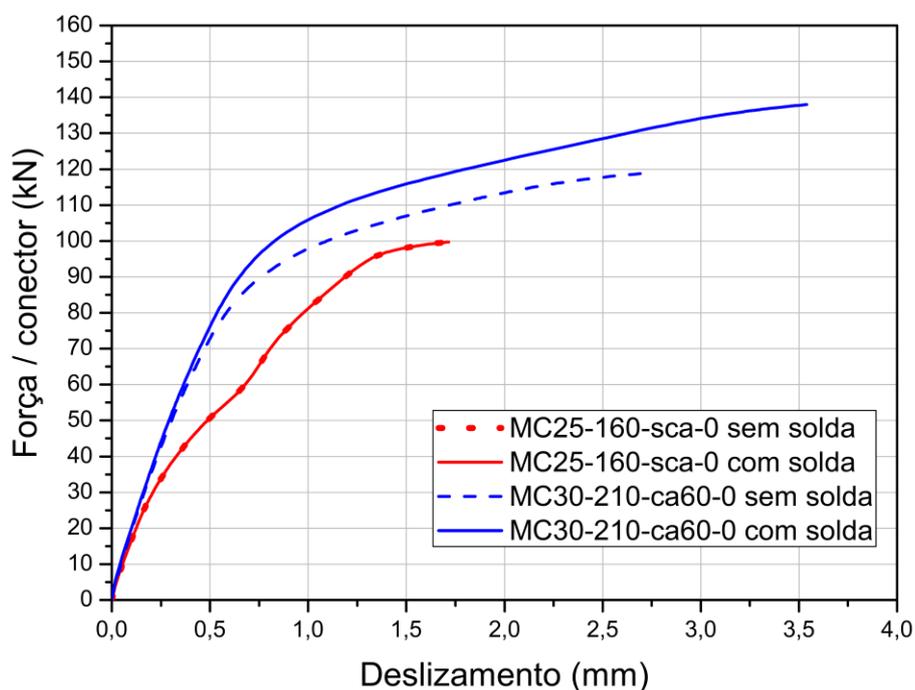
Na Tabela 5.2 é possível observar todos os valores de ruptura no conector dos modelos numéricos que foram analisados sem o uso da solda. Com exceção do modelo MC25-160-sca-0, que sofreu ruptura no concreto, a ruptura do restante dos modelos ocorreu no conector, em um intervalo de 110,10 kN a 119,83 kN, com média de 113,76 kN.

Para identificar a influência das propriedades do metal de solda no comportamento do modelo, realizou-se um comparativo entre 4 modelos: MC25-160-sca-0 sem solda, MC25-160-sca-0 com solda, MC30-210-ca60-0 sem solda e MC30-210-ca60-0 com solda. É possível observar na Figura 5.10 que, até um pouco antes dos modelos sem solda se aproximarem do valor de ruptura, praticamente não houve alterações no comportamento do deslizamento em comparação com os modelos que utilizaram solda. A discrepância gerada no comparativo ocorre porque no modelo MC30-210-ca60-0 sem solda a tensão de escoamento da base do conector é atingida antecipadamente, gerando grande deslizamento com menor intensidade de carga até romper no conector. Já no modelo MC30-210-ca60-0, foi possível prever com precisão a ruptura no concreto, antes de romper no conector.

**Tabela 5.2– Ruptura no conector dos modelos sem solda**

Modelo	Fu (kN)	Modelo	Fu (kN)
MC25-160-sca-0	106,47	MC25-210-ca40-0	110,22
MC30-160-sca-0	111,39	MC30-210-ca40-0	118,85
MC50-160-sca-0	110,31	MC50-210-ca40-0	119,19
MC25-160-ca40-0	111,42	MC25-210-ca60-0	110,38
MC30-160-ca40-0	110,55	MC30-210-ca60-0	118,34
MC50-160-ca40-0	110,14	MC50-210-ca60-0	118,85
MC25-160-ca60-0	111,52	MC25-160-ca40-8	111,62
MC30-160-ca60-0	119,07	MC25-160-ca40-16	109,86
MC50-160-ca60-0	118,99	MC25-210-ca40-8	110,10
MC25-210-sca-0	113,23	MC25-210-ca40-16	110,31
MC30-210-sca-0	114,04	MC50-150-ca40-10	124,39
MC50-210-sca-0	114,34	MC50-200-ca40-0	119,34
MC30-210-ca40-8	118,43	MC50-200-ca40-10	119,83

Fonte: DO AUTOR (2019)

**Figura 5.10 - Influência da solda no deslizamento da interface**

Fonte: DO AUTOR (2019)

Como os modelos que utilizaram metal de solda não apresentaram comportamentos distintos até o instante em que a base dos conectores sem solda atinge a tensão de escoamento, portanto será adotado metal de solda para a análise numérica deste estudo, a fim de se aproximar com os resultados experimentais e possibilitar uma análise mais aprofundada para a previsão de ruptura no concreto do modelo.

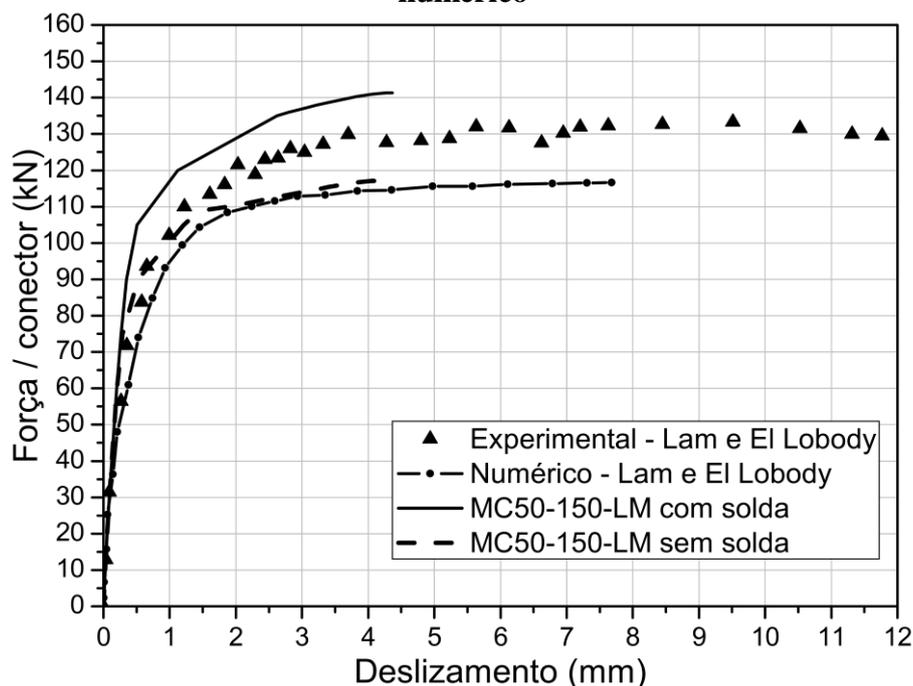
### 5.3 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO REFERENTE AOS ENSAIOS DE LAM E EL LOBODY (2005)

Para a validação do modelo numérico MC-150-LM deste estudo, foi utilizado, como base de comparação, o ensaio experimental do modelo SP1 e sua análise numérica, realizados por Lam e El Lobody (2005).

Para a laje maciça de concreto armado, foi adotado  $F_{ck}$  de 50 MPa e armadura com bitolas de 10 mm, conforme especificado no Capítulo 4.1.2.

Observa-se na Figura 5.11, que a curva força *versus* deslizamento do conector do modelo numérico deste estudo se aproximou dos ensaios numérico e experimental de Lam e El Lobody (2005).

**Figura 5.11 – Força *versus* deslizamento do conector de 19 mm do modelo numérico**



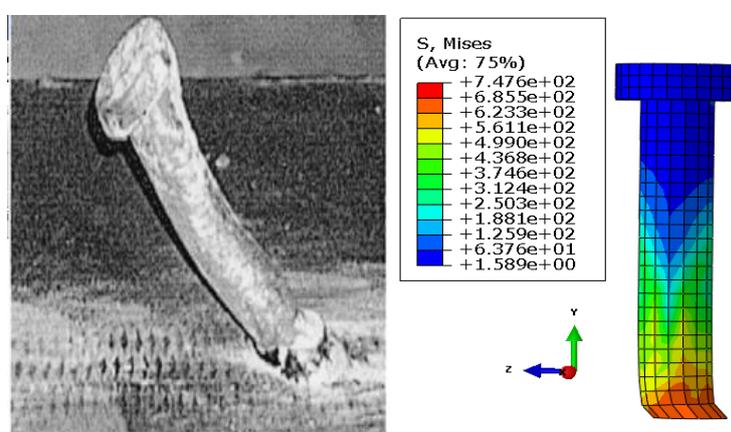
Fonte: DO AUTOR (2019)

A força de ruptura do modelo numérico proposto pelo modelo CDP se aproximou mais da força de ruptura do ensaio experimental, tanto para o modelo em que se empregou propriedades de solda, com capacidade de 141,33 kN e diferença superior de 8,71%, como também para o modelo sem solda, chegando a atingir 117,14 kN e diferença inferior de 9,89%. Percebe-se que a curva do modelo numérico proposto acompanha de forma

semelhante a curva do ensaio experimental, até alcançar um deslizamento total de 4,30 mm.

As rupturas dos modelos MC50-150-LM com solda e MC50-150-LM sem solda ocorreram devido a uma deformação exagerada na base do conector, depois que o aço do mesmo atinge um patamar de escoamento, como pode ser observado juntamente com o comportamento real do conector de Lam e El Lobody (2005) na Figura 5.12. Porém o *software* permite analisar a propagação de danos no concreto por tração, mesmo após o escoamento do pino. Os danos são observados nos planos ZY, XZ e XY (na altura da base do pino) nas Figuras 5.13, 5.14 e 5.15 respectivamente, para o modelo MC50-150-LM com solda.

**Figura 5.12 – Escoamento do conector do modelo MC50-150-LM sem solda**



Fonte: DO AUTOR (2019)

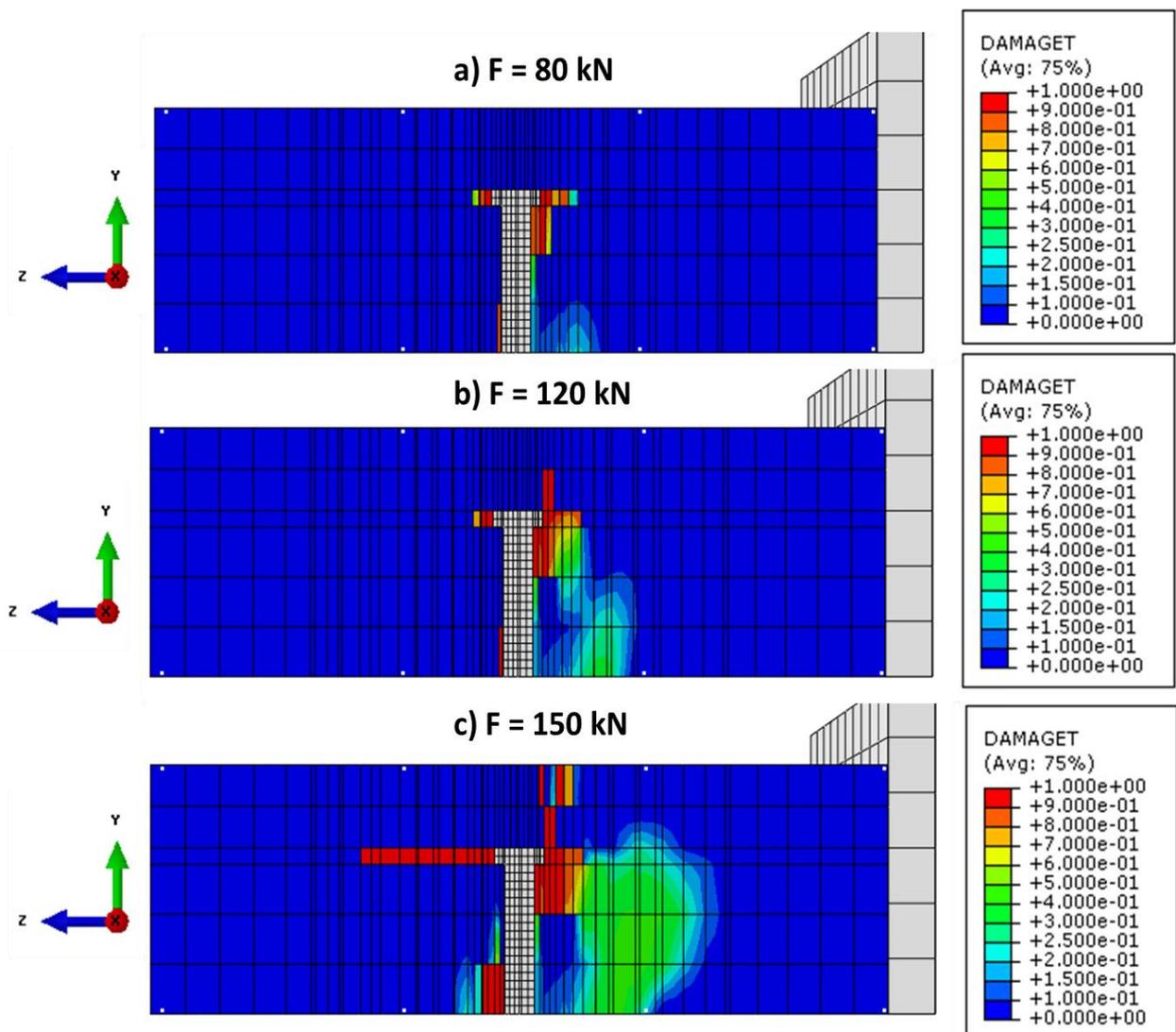
Na Figura 5.13, percebe-se que a fissuração da laje inicia na altura da cabeça do conector, mais precisamente na região do concreto comprimido. Posteriormente há a formação de fissuras na região do concreto tracionado, comprovando a teoria de Oehlers (1989). Nota-se ainda que uma outra linha de fissura tende a ir em direção à superfície superior da laje maciça.

Observa-se na Figura 5.14a que, no início do carregamento, há uma tendência de ocorrer fissuração de rasgamento, transversalmente à direção do carregamento, como já observado nos ensaios experimentais de Lam e El Lobody (2005). Conforme o carregamento aumenta, ocorre a formação de um cone de danos por tração ao redor da região anterior do pino em relação ao sentido do carregamento, como é destacado na Figura 5.14c. Ainda na região destacada da Figura 5.14c, percebe-se a formação de uma

região de compressão (em azul) na parte frontal do pino, em que, no momento da ruptura, separa-se do restante da laje, como é ilustrado na Figura 4.55. Na Figura 5.14c há um prolongamento da fissuração longitudinal a aproximadamente  $45^\circ$  da direção do carregamento.

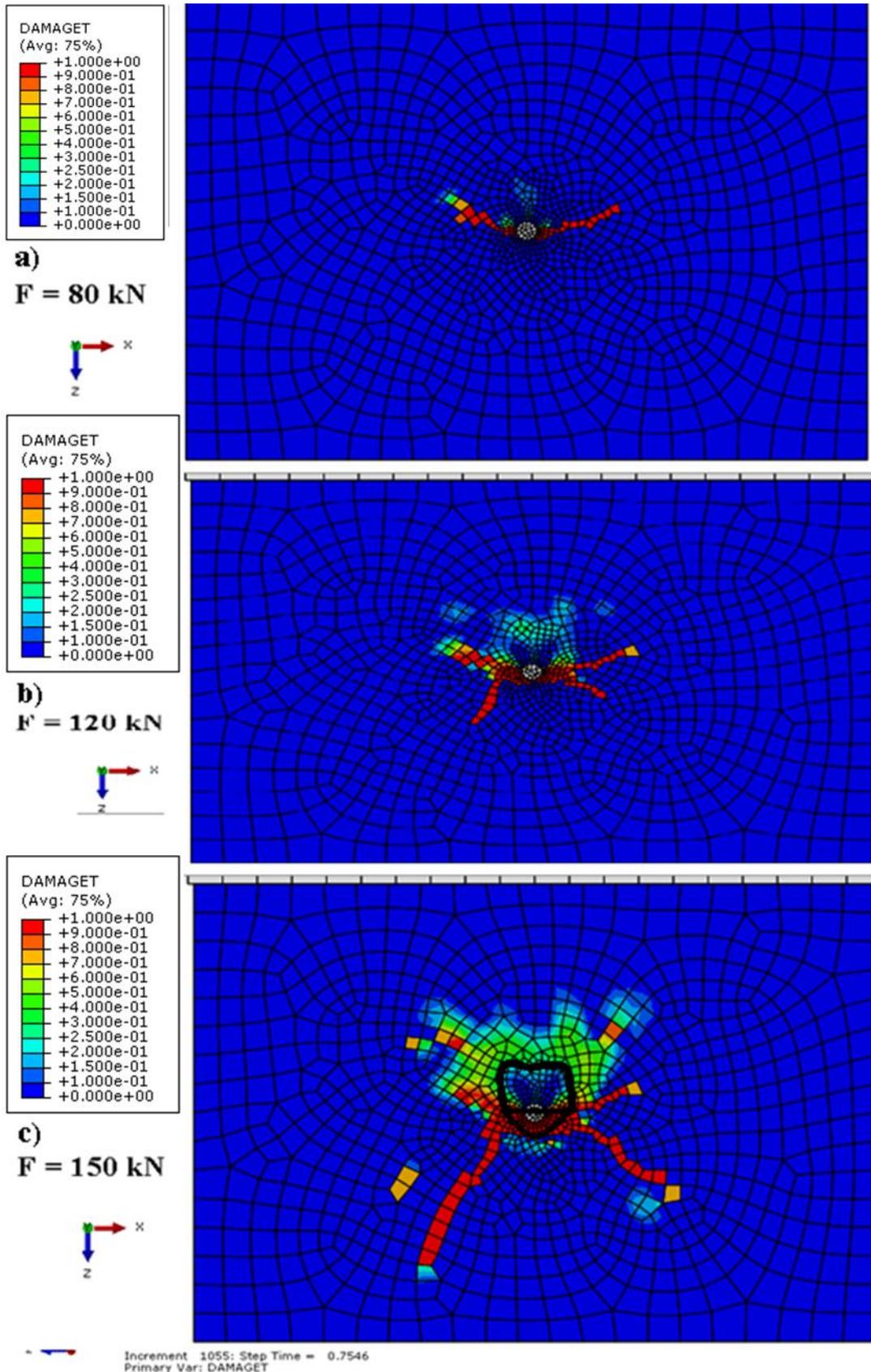
É possível identificar a formação do plano de fratura no concreto na Figura 5.15c, no instante de 150 kN, quando o plano de danos por tração se aproxima do formato de um cone.

**Figura 5.13 – Propagação de danos por tração no concreto no plano ZY (corrigir)**



Fonte: DO AUTOR (2019)

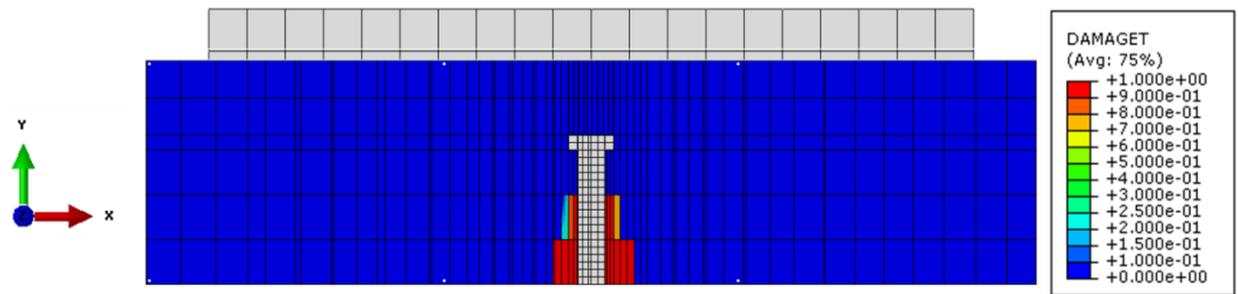
Figura 5.14 – Propagação de danos por tração no concreto no plano ZX



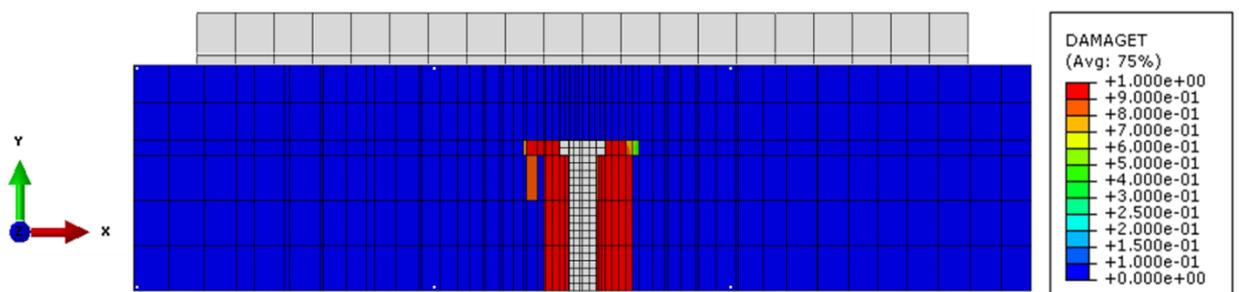
Fonte: DO AUTOR (2019)

Figura 5.15 – Propagação de danos por tração no concreto no plano XY

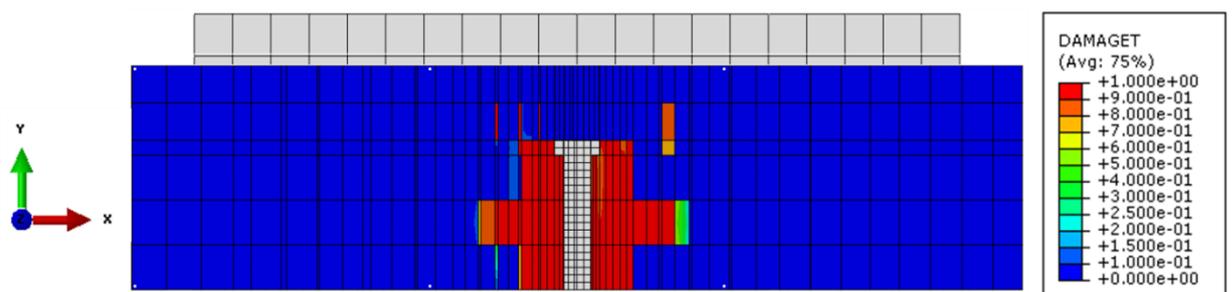
a)  $F = 10 \text{ kN}$



b)  $F = 120 \text{ kN}$



b)  $F = 150 \text{ kN}$



Fonte: DO AUTOR (2019)

## 5.4 VALIDAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS REFERENTES AOS ENSAIOS DE ARAÚJO et al. (2016)

Foram utilizados três modelos ensaiados por Araújo et al. (2016) para a validação da análise numérica deste trabalho.

### 5.4.1 Validação referente aos modelos M-150-10, M-200-0 e M-200-10

Para validar os deslizamentos dos conectores dos modelos experimentais M-150-10, M-200-0 e M-200-10 de Araújo et al. (2016), foi utilizado o concreto C50, que se aproxima das características mecânicas dos modelos experimentais. Os modelos numéricos, correspondentes a estes ensaios experimentais, são: o MC50-150-ca40-10, o MC50-200-ca40-0 e o MC50-200-ca40-10.

A Figura 5.16 expressa uma confrontação das curvas de força por conector vs deslizamento dos modelos experimentais com os numéricos. Nesta figura, observa-se uma curva analítica, que corresponde à equação (5.1), criada por Ollgaard et al. (1971), para avaliar o deslizamento do conector em lajes maciças.

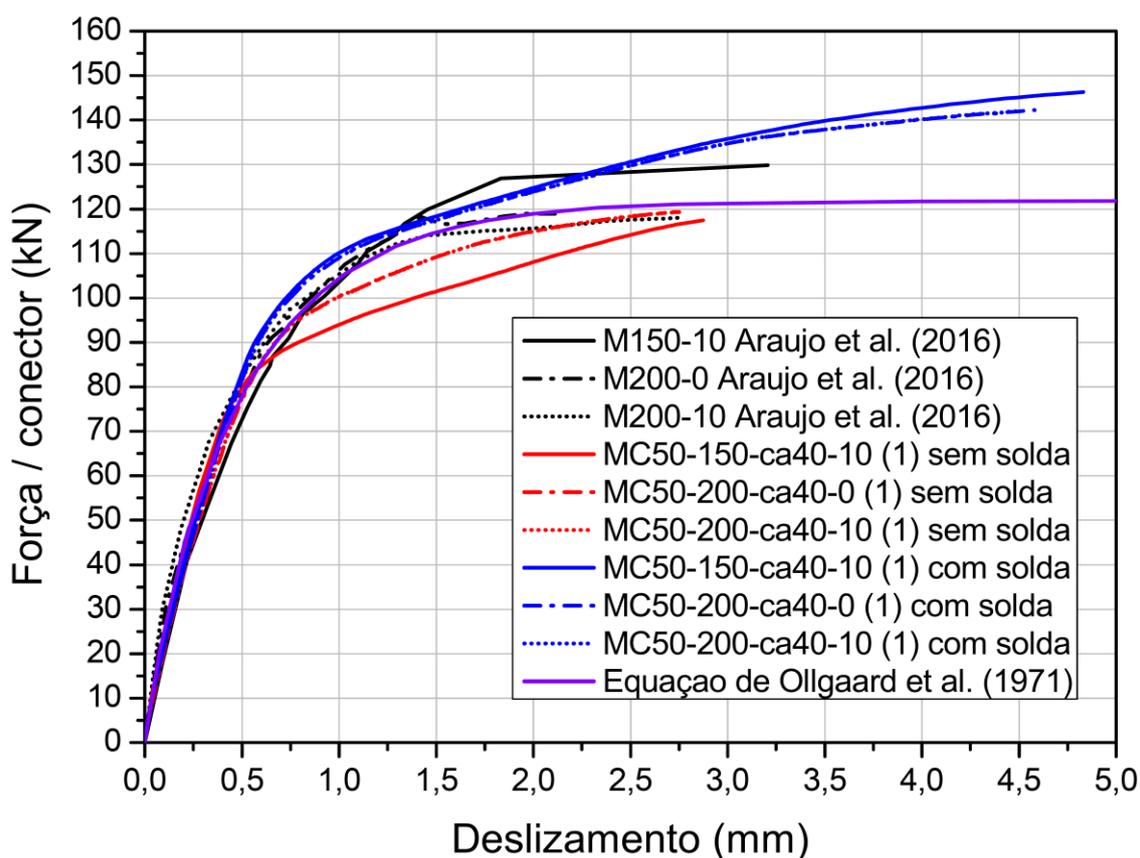
$$P = P_{RD}(1 - e^{-\alpha S})^\beta \quad (5.1)$$

Em que:  $P$  é a força correspondente ao deslizamento;  $P_{RD}$  é a força última do conector, que pode ser calculada pela equação (2.5) ou (2.6);  $S$  é o valor do deslizamento; e  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes obtidos experimentalmente. Para painéis alveolares com altura de 200 mm, Araújo et al. (2016) definiram  $\alpha = 1,8$  e  $\beta = 0,85 \text{ mm}^{-1}$ , e para painéis com 150 mm de altura, os coeficientes foram:  $\alpha = 1,24$  e  $\beta = 0,65 \text{ mm}^{-1}$

Nota-se que, na Figura 5.16, os comportamentos das curvas dos ensaios numéricos se assemelharam consideravelmente com os experimentais e a curva analítica proposta por Ollgaard et al. (1971). Todos os modelos, tanto os experimentais, como também os numéricos, romperam no conector. Os conectores dos modelos experimentais e numéricos com solda que utilizaram painéis alveolares com altura de 150 mm demonstraram maiores resistências em comparação com os modelos de painéis alveolares de altura de 200 mm, demonstrando que a altura do conector possui uma influência na sua capacidade máxima.

A capacidade máxima do conector do modelo numérico MC50-150-ca40-10 com solda foi 12,64% maior que a capacidade do modelo experimental M-150-10, além de apresentar maior deslizamento, com uma diferença de 50,9%. O modelo MC50-200-ca40-0 com solda rompeu no conector com uma força máxima 19,53% maior do que o modelo experimental M-200-0, e também indicou um deslizamento 112,1% maior. Já a defasagem da capacidade do conector do modelo MC50-200-ca40-10 foi de 20,45%, e também apresentou um maior valor de deslizamento máximo, em torno de 65,1%.

**Figura 5.16 – Força vs deslizamento dos modelos M-150-10, M-200-0, M-200-10, MC50-150-ca40-10, MC50-200-ca40-0 e MC50-200-ca40-10**



Fonte: DO AUTOR (2019)

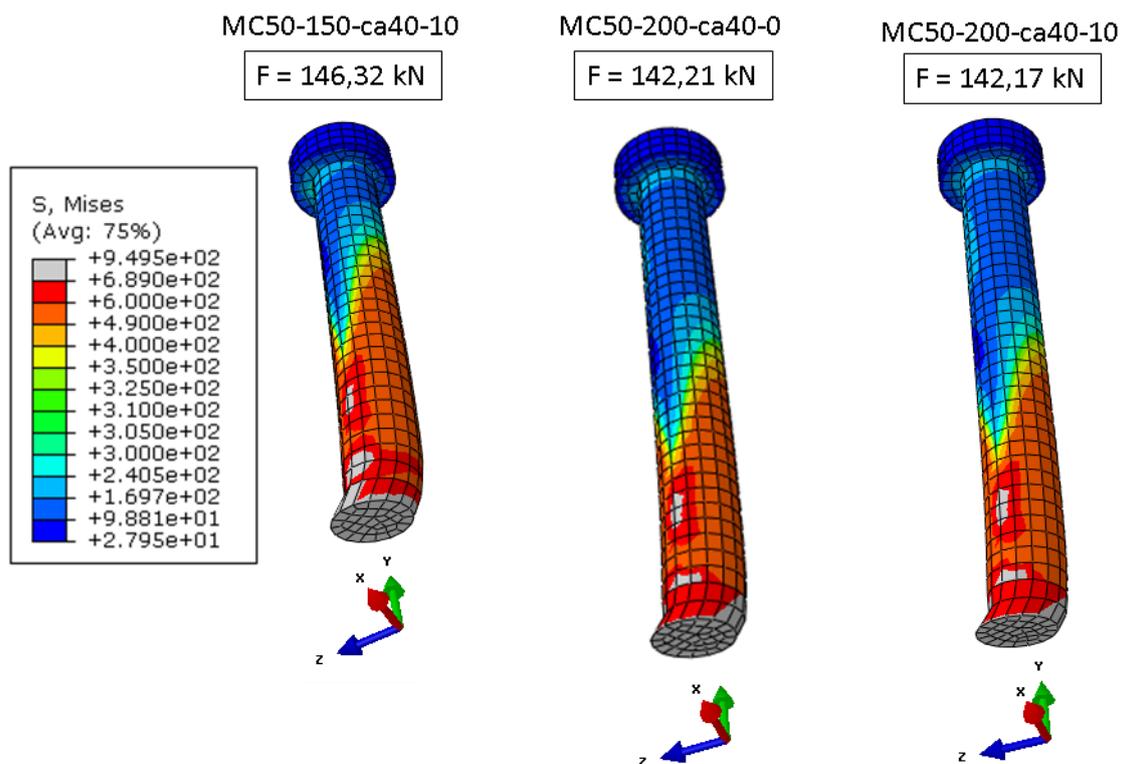
Destaca-se uma menor resistência ao cisalhamento dos modelos sem solda na Figura 5.16, aproximando-se mais com a capacidade máxima dos modelos experimentais, porém, com uma perda de rigidez na curva de deslizamento antecipada.

São ilustrados na Figura 5.17 os modos de ruptura no conector para cada modelo com solda, onde, de uma forma geral, a tensão de ruptura da solda se inicia na interface entre a haste do conector e a solda e se propaga para a mesa da viga metálica, até formar

o corte no pino, comprovando o modelo de ruptura obtido experimentalmente por Bro e Westberg (2004).

Nas Figuras A.23, A.24 e A.25 do Anexo A é mostrado o alastramento de danos em cada modelo com solda, indicando a formação de cones de ruptura, como foi observado nos resultados de Lam e El Lobody (2005).

**Figura 5.17 – Ruptura no conector dos modelos MC50-150-ca40-10, MC50-200-ca40-0 e MC50-200-ca40-10**



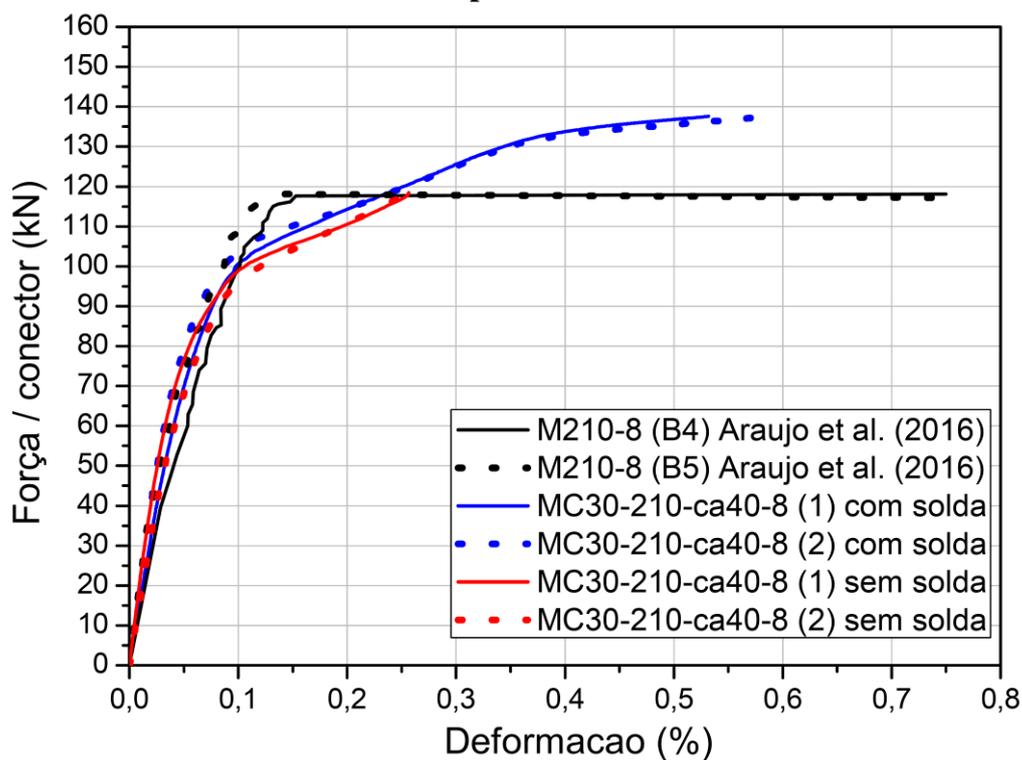
Fonte: DO AUTOR (2019)

#### 5.4.2 Validação referente ao modelo M-210-8 e análise da propagação de danos no concreto

O modelo numérico validado pelo modelo M-210-8 de Araújo et al. (2016) foi denominado como MC30-210-ca40-8. Foram analisadas as deformações dos dois primeiros conectores do modelo numérico (N1 e N2), com a finalidade de comparar com os resultados dos dois primeiros conectores do ensaio experimental da laje B (B4 e B5), para o concreto C30. Também foi avaliada a influência da solda no comportamento. Na Figura 5.18, é possível observar que, tanto o conector N1, como também o N2,

apresentaram comportamentos semelhantes aos experimentais, até o instante de força em torno de 100 kN. Entretanto, com aproximadamente 118 kN, o modelo experimental atinge a ruptura no concreto e a carga se mantém constante até a ruptura dos conectores. Já os conectores do modelo numérico com solda começaram a escoar com um valor de 105 kN, porém, o carregamento continuou aumentando até ocorrer a ruptura no concreto, atingindo uma capacidade máxima de 16,48% superior à capacidade do ensaio experimental. Já o modelo MC30-210-ca40-8 colapsou na base do conector, diferentemente do ensaio experimental.

**Figura 5.18 – Força vs deformação dos modelos M-210-8 e MC30-210-ca40-8 para concreto de preenchimento C30**

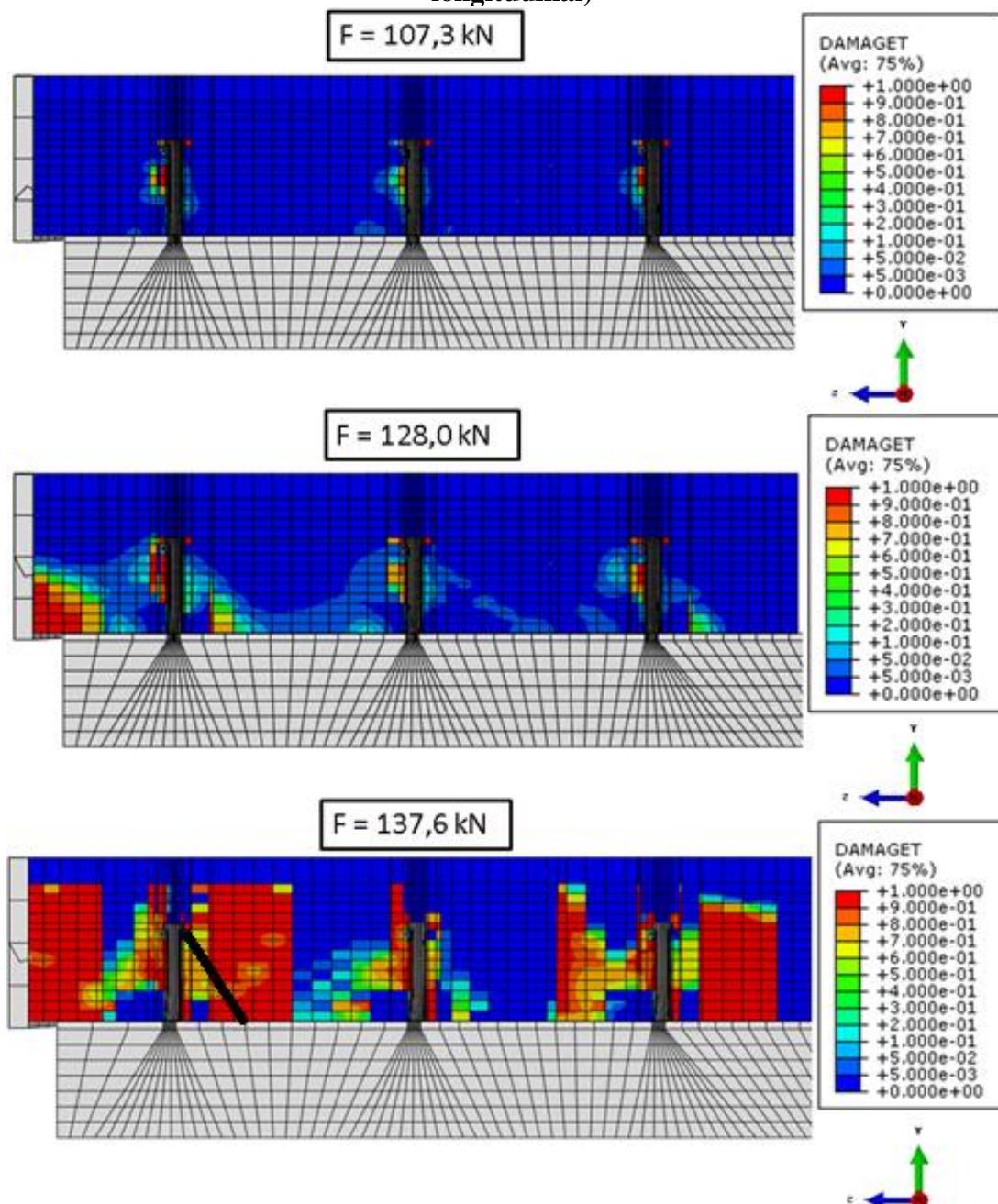


Fonte: DO AUTOR (2019)

É ilustrada na Figura 5.19 a propagação de danos, em função do aumento do carregamento na seção longitudinal do concreto de preenchimento. Os cones de ruptura começam a se desenhar com uma força de 128,0 kN, principalmente partindo da altura da mesa da viga do lado esquerdo do conector na Figura 5.19, no sentido do carregamento, em direção à cabeça do conector. Observa-se que a armadura tenta impedir a propagação de danos no sentido do carregamento, na altura da cabeça do pino, tanto que a superfície

do cone de fratura se forma primeiro do lado direito do terceiro conector, conforme foi destacado na Figura 5.19, atingindo uma capacidade máxima de 137,6 kN.

**Figura 5.19 – Propagação de danos por tração no Modelo MC30-210-ca40-8 (vista longitudinal)**

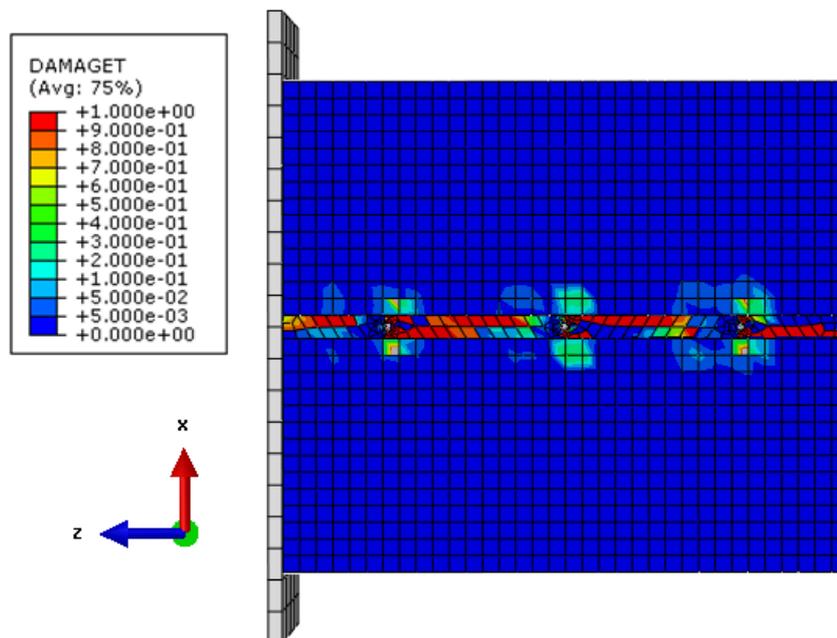


Fonte: DO AUTOR (2019)

O caminhamento da fissuração por fendilhamento do modelo numérico na Figura 5.20 é muito semelhante ao fendilhamento gerado no ensaio experimental da Figura

5.21a. A fissura se desenvolve na interface entre a laje alveolar e o concreto de preenchimento, e quando cruza com algum conector, seu caminho inverte para a interface do outro lado do capeamento estrutural. O corte nos conectores de cisalhamento após a ruptura no concreto do modelo experimental pode ser visualizado na Figura 5.21b

**Figura 5.20 – Propagação de danos por tração no Modelo MC30-210-ca40-8 (vista inferior) com  $F=137,6$  kN**



Fonte: DO AUTOR (2019)

**Figura 5.21 – Ruptura do modelo M-210--8 de Araújo et al.**



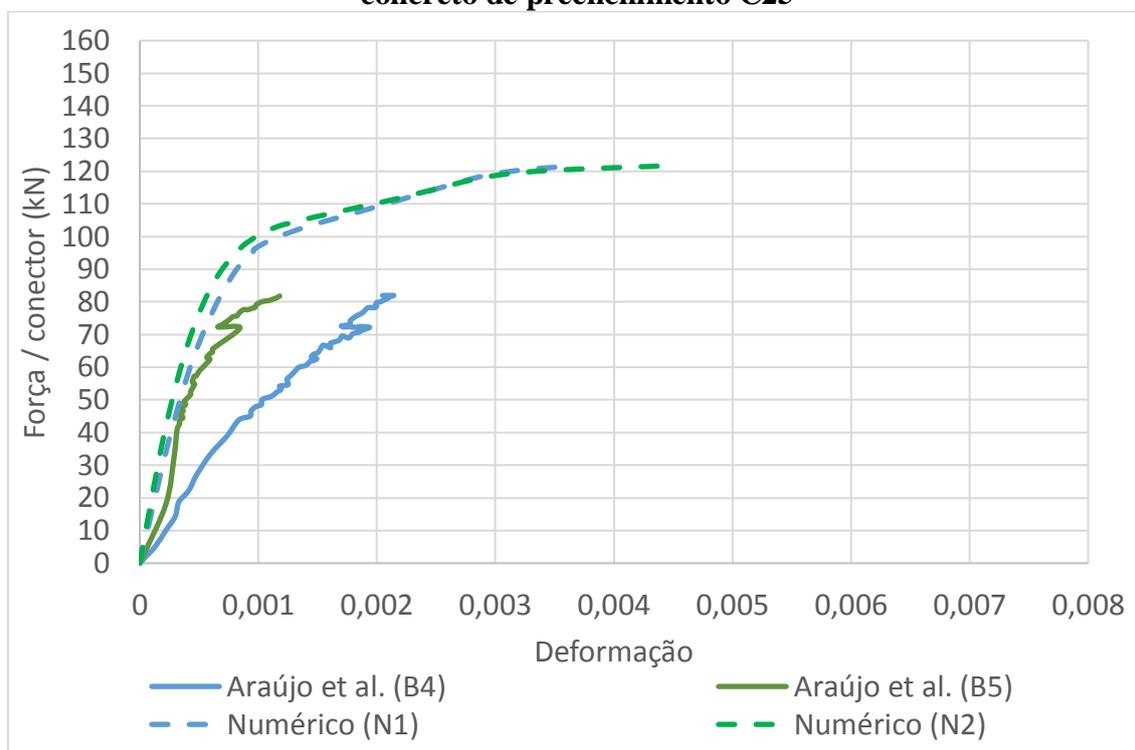
Fonte: SALES (2014)

### 5.4.3 Validação referente ao modelo M-210-0 e análise da propagação de danos no concreto

Para validar o modelo M-210-0, foi criado um modelo numérico denominado MC25-210-ca40, em que suas características físicas e mecânicas correspondem exatamente às mesmas do ensaio experimental, porém, com propriedades de solda.

Observa-se na Figura 5.22 um comparativo do comportamento das deformações do ponto numérico dos dois primeiros conectores analisados (N1 e N2) com o ponto do ensaio experimental dos dois primeiros conectores da laje B (B4 e B5) de Araújo et al. (2016).

**Figura 5.22 – Força vs deformação dos modelos M-210-0 e MC25-210-ca40 para concreto de preenchimento C25**

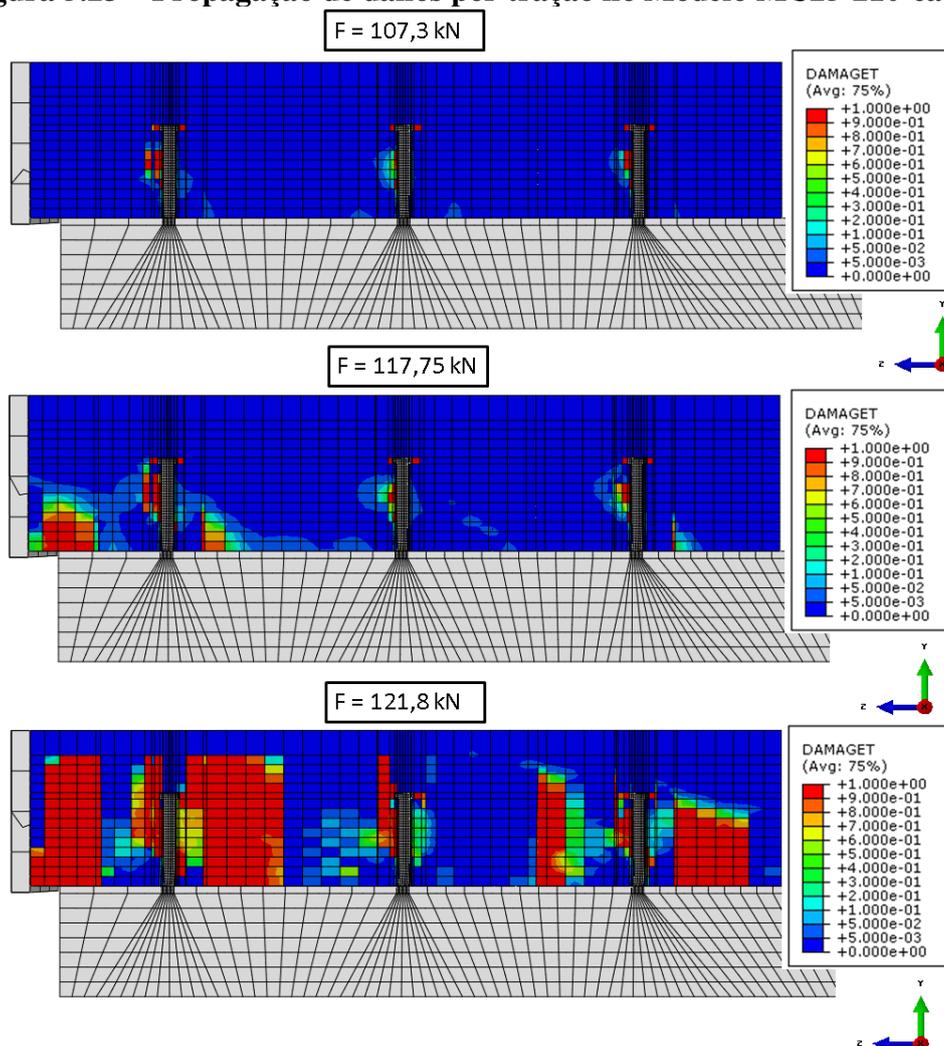


Fonte: DO AUTOR (2019)

Os modelos experimentais de Araújo et al. (2016) apresentaram ruptura brusca no concreto, com uma força máxima de 81,95 kN. Por isso, não foi possível analisar o escoamento do conector até a sua ruptura. Na análise numérica, a ruptura do elemento misto também ocorreu no concreto (Figura 5.23), alcançando uma capacidade máxima de 121,8 kN, cerca de 48,8% superior à capacidade máxima do ensaio experimental.

Na Figura 5.22, percebe-se que o conector N1 não se aproximou do comportamento do primeiro conector da laje B (B4), chegando a apresentar uma diferença relativa de aproximadamente 190,2% para a deformação no instante de carga de 81,95 kN. Porém, tanto o conector N1, como também o conector N2, apresentaram desempenhos mais próximos em comparação ao conector B5, chegando a apresentar uma variação máximo relativa de 106,0% no momento da ruptura do ensaio experimental.

**Figura 5.23 – Propagação de danos por tração no Modelo MC25-210-ca40-0**



Fonte: DO AUTOR (2019)

Como pode ser observado na Figura 5.23, os danos de tração se espalharam de forma análoga ao comportamento ilustrado na Figura 5.20, porém, como o concreto é de classe C25 e possui menor resistência à tração, além de não apresentar armadura, o

primeiro cone de ruptura se forma com uma menor intensidade de carga à direita do terceiro conector, no sentido do carregamento.

A fratura completa de dois modelos ensaiados por Araújo et al. (2016) sem a utilização da armadura transversal é indicada na Figura 5.24. É possível observar que a fissuração por fendilhamento se propaga no limite da junta do concreto de preenchimento e atravessa pelos conectores de cisalhamento, assim como na propagação de danos por tração no modelo numérico apresentado na Figura 5.25, ao atingir seu valor de ruptura de 121,8 kN.

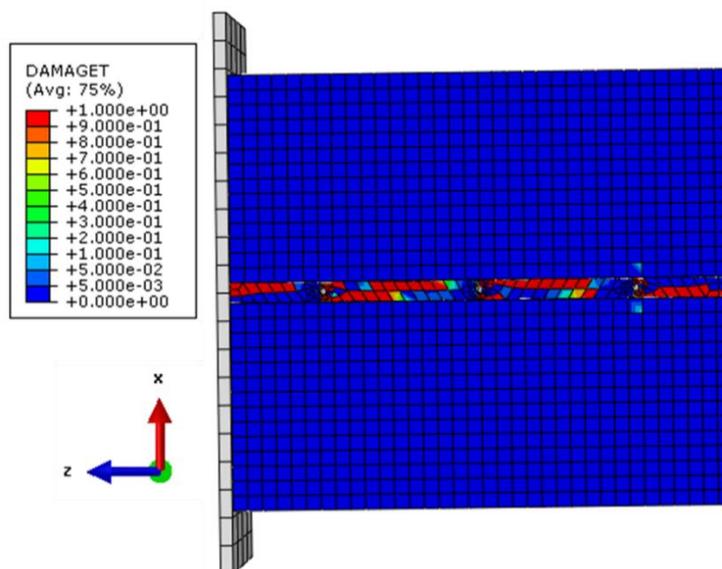
**Figura 5.24 – Fendilhamento em modelos sem armadura de Araújo et al.**



(a) Ruptura no concreto do modelo M-210-0 (b) Ruptura no concreto do modelo M-160-0

Fonte: ARAÚJO et al (2016)

**Figura 5.25 – Fendilhamento no Modelo MC25-210-ca40-0 com  $F=121,8$  kN**



Fonte: DO AUTOR (2019)

#### 5.4.3.1 Análise comparativa entre os modos de contato entre a laje alveolar e o concreto de preenchimento

Todos os resultados exibidos no capítulo 5.4 foram obtidos através do modo de interação *TIE* para as superfícies de contato entre a laje alveolar e o concreto de preenchimento, que considera todos os nós interligados fixos, sem deslizamento entre eles, durante todo o carregamento.

Com o mesmo modelo, porém, com apenas a consideração do atrito entre as superfícies da laje alveolar e o concreto de preenchimento, foi feita uma análise comparativa dos resultados obtidos em relação aos encontrados com o uso do *TIE*.

Com o uso do atrito, o comportamento do conector de cisalhamento não apresentou, praticamente, nenhuma alternância nos resultados em comparação aos com uso do *TIE*, apresentando o mesmo valor de ruptura. Porém houve diferenças significativas no comportamento do concreto para a análise de fissuras.

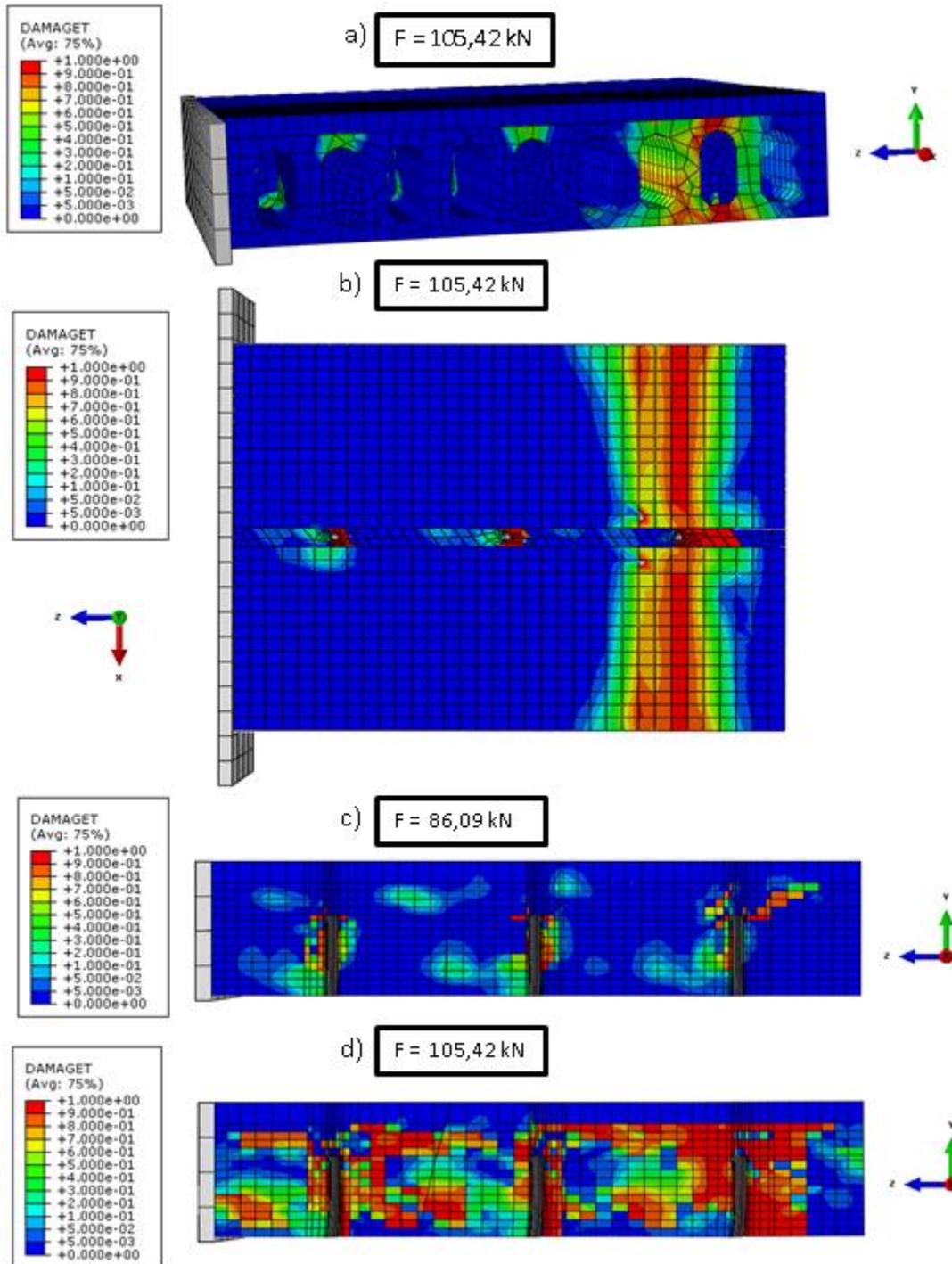
A irradiação de danos por tração na análise por atrito apresentou uma fissuração intensa de rasgamento, proporcionada, possivelmente, pela não consideração dos esforços de protensão das cordoalhas, gerando um enfraquecimento nas nervuras, e por ser uma interação sem ações de adesão ou mecânicas, diminuiu a rigidez da ligação. Como pode ser observada no perfil longitudinal da Figura 5.26a, e no plano XZ, na vista inferior do modelo, da Figura 5.26b, no instante que o carregamento atinge a força de 105,42 kN.

É ilustrado nas Figuras 5.26c e 5.26d o alastramento das fissuras de fendilhamento. Percebe-se que, ao comparar com o comportamento observado na Figura 5.23, com menor intensidade de força, a intensidade de distribuição das fissuras é maior quando se utiliza apenas o atrito. A distribuição de danos por tração se tornou dispersa, dificultando a visualização da formação do cone de ruptura, que ocorreu primeiramente na região do primeiro conector, no sentido do carregamento.

Como a interação entre concretos de idades diferentes não ocorre somente pelo atrito, mas também devido à adesão e, principalmente, à ação mecânica por “dentes” formados pelos agregados do concreto de preenchimento, se torna mais complexa a simulação adequada do comportamento real da propagação de fissuras no concreto. O uso do *TIE* possibilitou uma interação perfeita entre as superfícies.

Por apresentar um comportamento mais semelhante ao experimental, foi adotado o *TIE* como o modo de contato entre as superfícies de concreto de idades diferentes para o restante dos modelos numéricos.

**Figura 5.26 – Propagação de danos por tração no Modelo MC25-210-ca40-0 com o uso do atrito**



Fonte: DO AUTOR (2019)

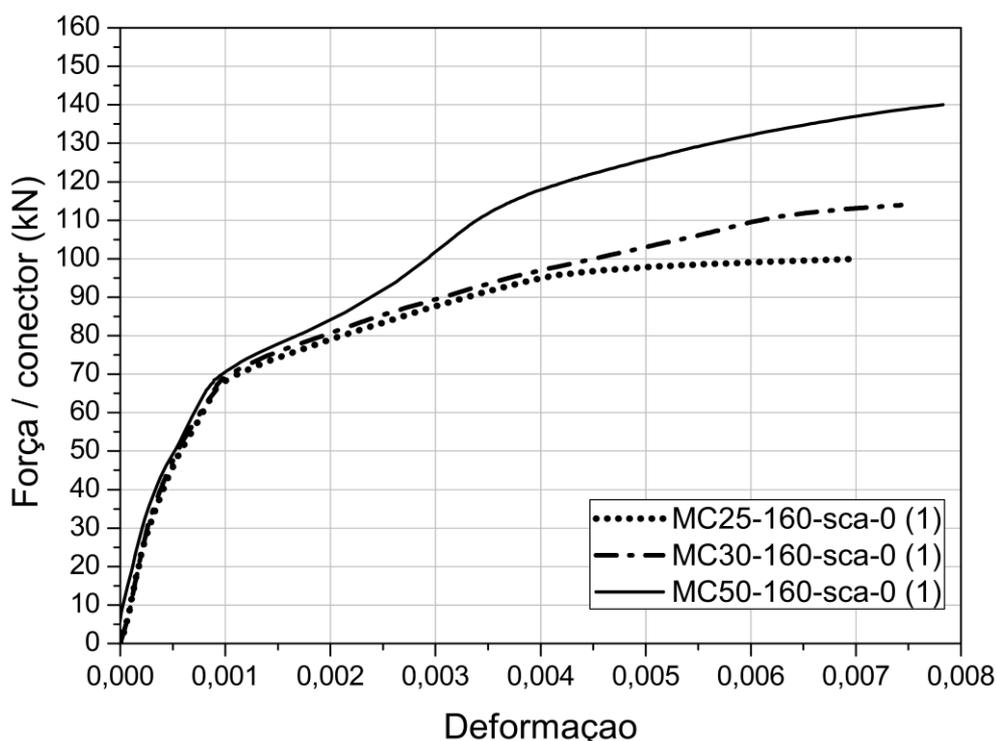
## 6 INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

Para avaliar a interferência da resistência característica à compressão do concreto no comportamento do conector e na ligação da estrutura, comparou-se 18 modelos que não utilizaram armadura transversal, para cada altura de painel alveolar, com seus respectivos capeamentos. Toda a propagação de danos por tração no concreto de cada modelo, no instante de ruptura no concreto, ou no instante máximo que foi possível analisar nos modelos que apresentaram ruptura no conector, é ilustrada no Anexo A.

### 6.1 MODELOS MC25-160-sca-0, MC30-160-sca-0 e MC50-160-sca-0

Os três primeiros modelos analisados mantiveram a altura do painel alveolar constante, de 160 mm, sem a presença de capeamento estrutural, variando apenas o  $F_{ck}$  do concreto. Na Figura 6.1 é possível observar a deformação dos conectores durante a simulação numérica.

**Figura 6.1 – Força vs deformação dos modelos MC25-160-sca-0, MC30-160-sca-0 e MC50-160-sca-0**



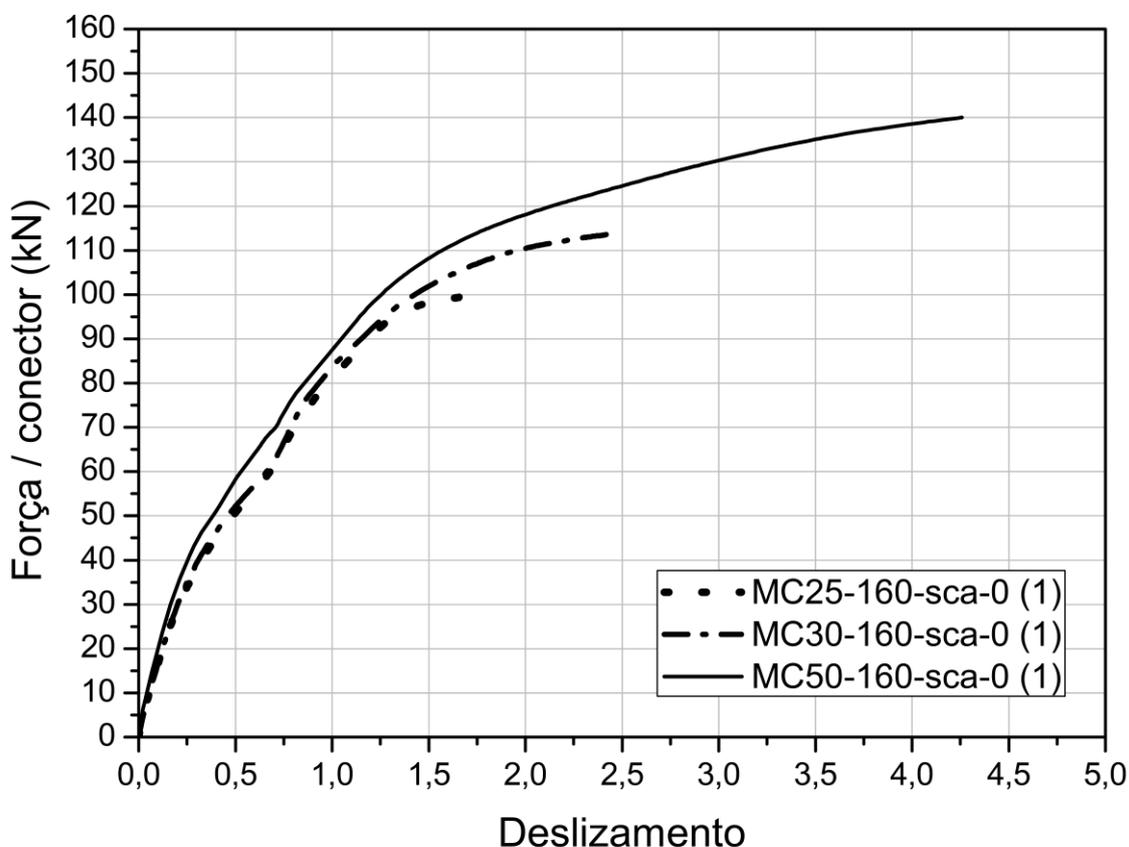
Fonte: DO AUTOR (2019)

Nota-se que o conector do modelo MC50-160-sca-0 apresentou maior rigidez e ductilidade por causa da maior resistência característica a compressão do concreto. A capacidade de deformação máxima dos modelos foi semelhante, sendo uma diferença máxima de 11,3% entres os modelos com concreto C50 e C20.

Todos os três modelos apresentaram ruptura no concreto, de acordo com as Figuras A.1, A.2 e A.3, onde é possível observar a formação de cones de ruptura em torno dos conectores, principalmente em torno do terceiro conector no sentido do carregamento.

É mostrado na Figura 6.2 que os deslizamentos dos três modelos foram semelhantes até os instantes de ruptura de cada modelo, com o deslizamento máximo do modelo MC50-160-sca-0 se destacando com uma diferença 49,9% e 142% em relação aos deslizamentos dos modelos MC30-160-sca-0 e MC25-160-sca-0, respectivamente.

**Figura 6.2 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-160-sca-0, MC30-160-sca -0 e MC50-160-sca-0**

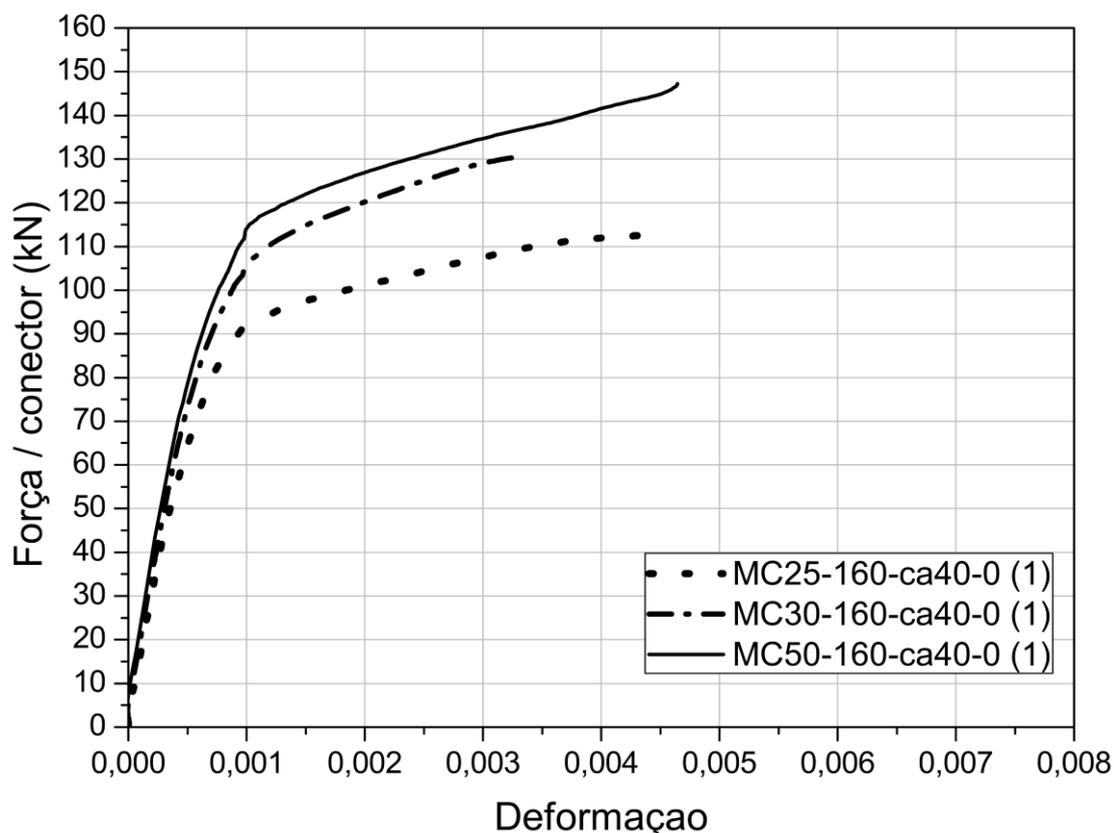


Fonte: DO AUTOR (2019)

## 6.2 MODELOS MC25-160-ca40-0, MC30-160-ca40-0 e MC50-160-ca40-0

Ao manter a altura da painel alveolar com 160 mm e o capeamento estrutural com 40 mm, houve uma pequena variação na rigidez das curvas da Figura 6.3. O conector do modelo MC25-160-ca40-0 teve uma maior deformação, até chegar à sua capacidade máxima de 112,57 kN, rompendo no concreto (Figura A.4). Os modelos com concreto C30 e C50 apresentaram comportamentos semelhantes, porém, o modelo MC50-160-ca40-0 apresentou ruptura no conector, com capacidade de 147,28 kN, já o modelo MC30-160-ca40-0 rompeu no concreto (Figura A.5) com uma força de 129,83 kN.

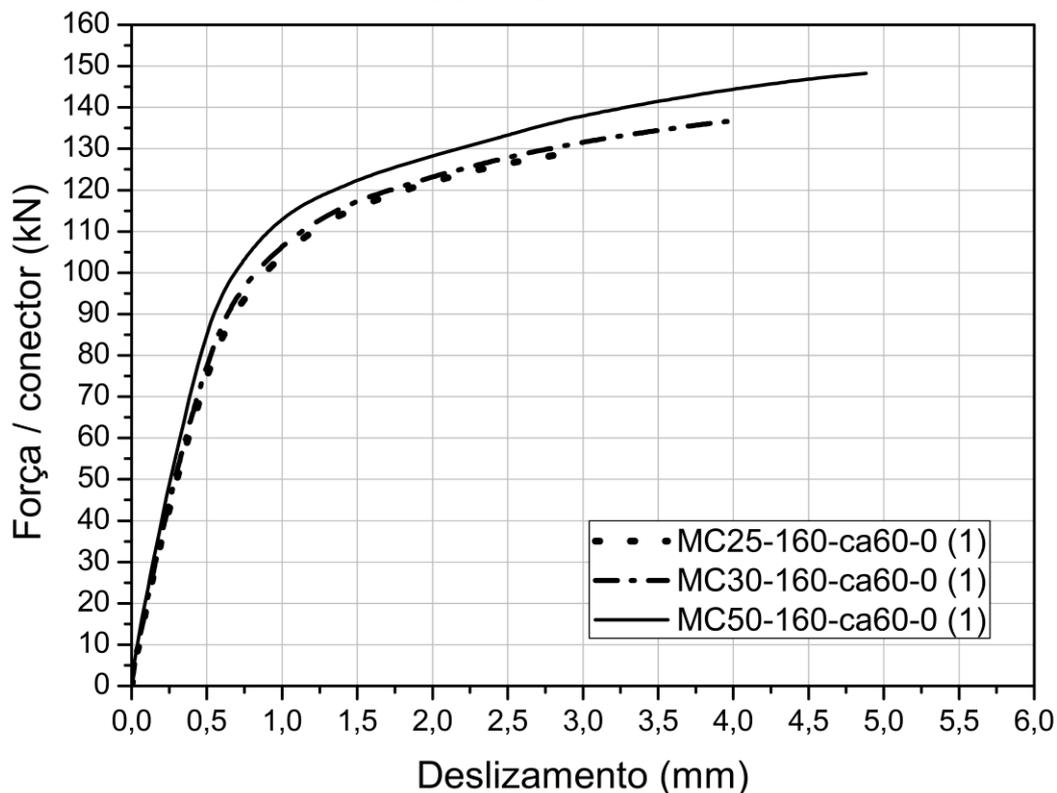
**Figura 6.3 – Força vs deformação dos modelos MC25-160-ca40-0, MC30-160-ca40-0 e MC50-160-ca40-0**



Fonte: DO AUTOR (2019)

Observa-se na Figura 6.4 que o modelo MC50-160-ca40-0 apresentou um grande deslizamento em comparação com os demais, chegando até uma diferença de 151 % em comparação com o deslizamento máximo do modelo de concreto C25, isso ocorreu justamente pelo escoamento da solda do conector do modelo utilizado com concreto C50.

**Figura 6.4– Foça vs deslizamento dos modelos MC25-160-ca40-0, MC30-160-ca40-0 e MC50-160-ca40-0**



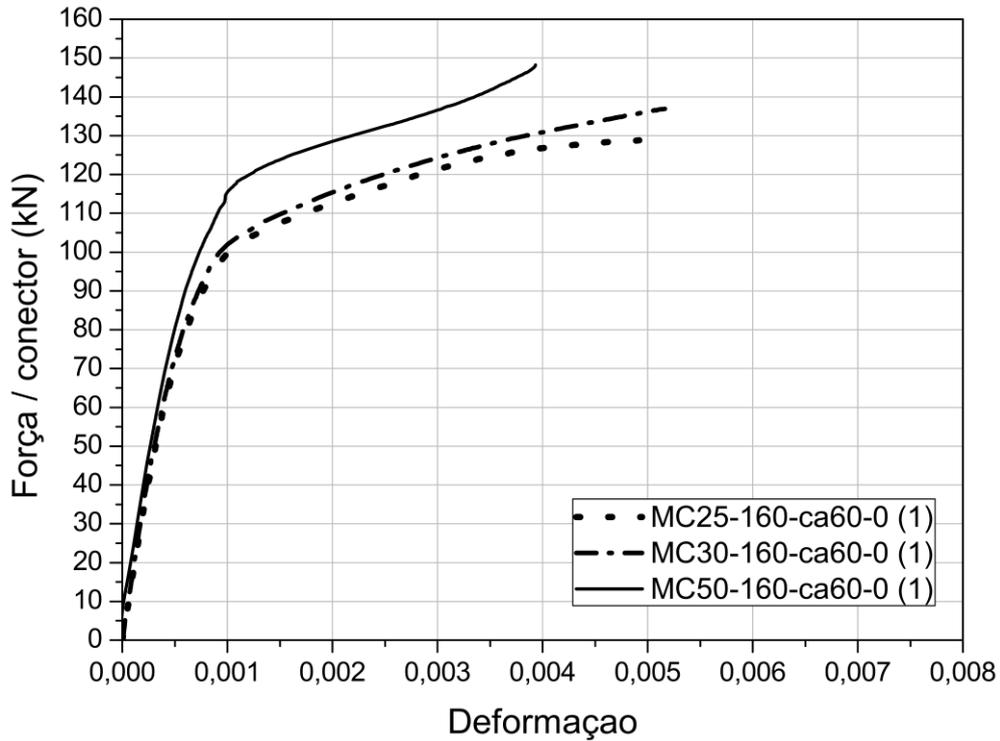
Fonte: DO AUTOR (2019)

### 6.3 MODELOS MC25-160-ca60-0, MC30-160-ca60-0 e MC50-160-ca60-0

Com o capeamento de 60 mm, os modelos com concreto C25 (MC25-160-ca60-0) e C30 (MC30-160-ca60-0) continuaram rompendo no concreto, alcançando capacidades de 128,87 kN e 136,93 kN respectivamente, de acordo com as Figuras A.7 e A.8.

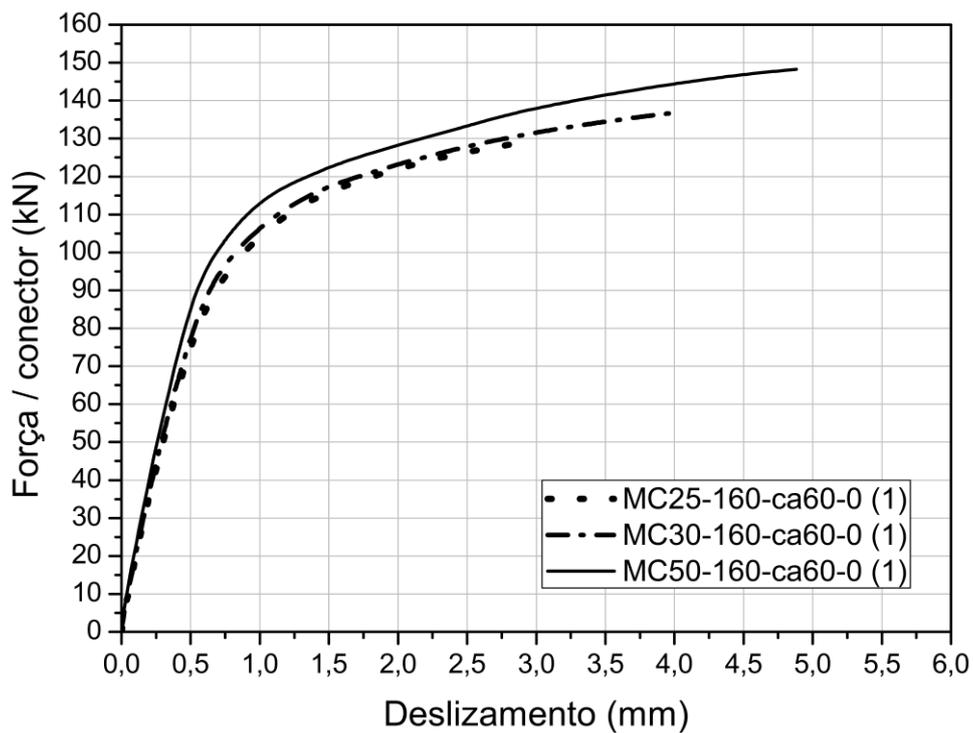
Como é possível observar na Figura 6.5, o modelo MC50-160-ca60-0 rompeu na base do conector com um valor de 147,27 kN, demonstrando também que o conector deste modelo deformou menos que os conectores em contato com concreto de resistência mais baixa, com uma diferença máxima de 31,6% em relação ao modelo com concreto C30, caracterizando um comportamento mais frágil. Além disso, constata-se na Figura 6.6 que o modelo MC30-160-ca60-0 também demonstrou um grande deslizamento em comparação ao modelo MC25-160-ca60-0, cerca de 37,6% maior, porém, não foi maior que o deslizamento máximo da ligação do modelo MC50-160-ca60-0, que demonstrou um aumento de 21 % em relação ao modelo MC30-160-ca60-0.

Figura 6.5 – Foça vs deformação dos modelos MC25-160-ca60-0, MC30-160-ca60-0 e MC50-160-ca60-0



Fonte: DO AUTOR (2019)

Figura 6.6 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-160-ca60-0, MC30-160-ca60-0 e MC50-160-ca60-0

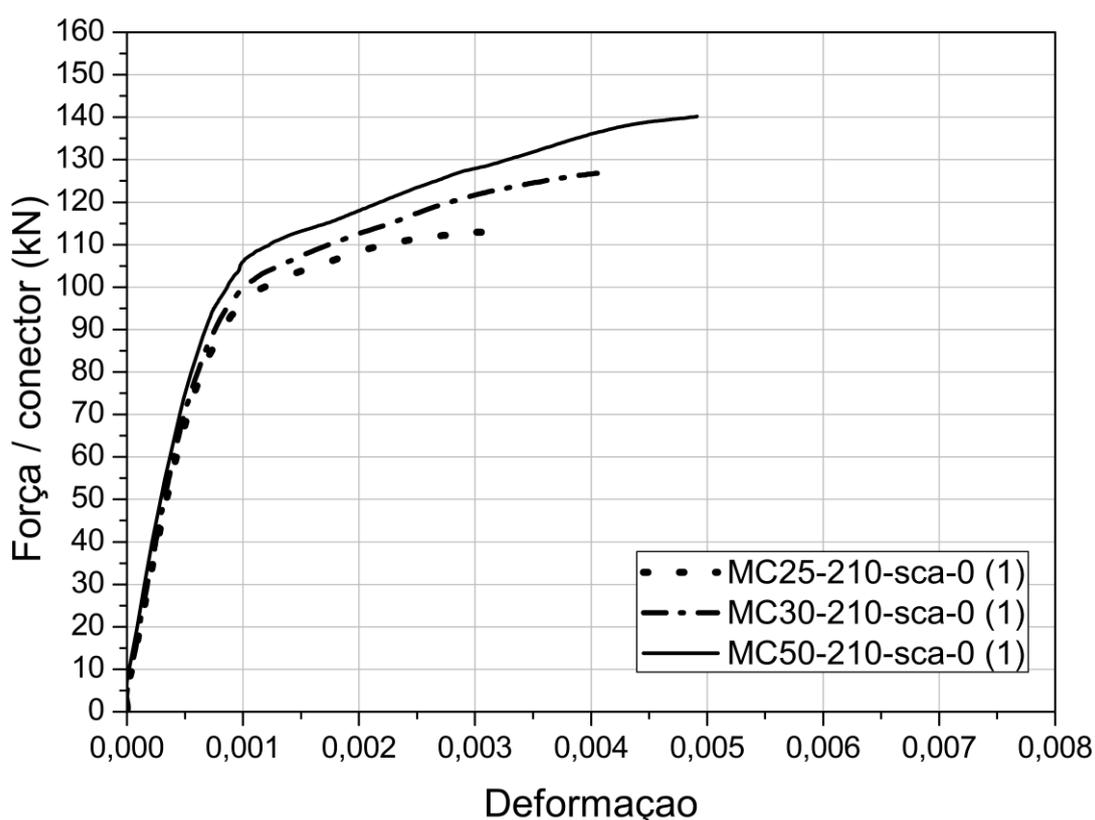


Fonte: DO AUTOR (2019)

#### 6.4 MODELOS MC25-210-sca-0, MC30-210-sca-0 e MC50-210-sca-0

Os modelos que utilizaram placas alveolares com altura de 210 mm e sem capeamento estrutural apresentaram diferenças significativas, principalmente em relação à capacidade última do conector. Todos os modelos romperam no concreto, de acordo com as Figuras A.10, A.11 e A.12. Conforme observado na Figura 6.7, quanto maior a resistência do concreto à compressão, maior foi a resistência e a deformação do conector.

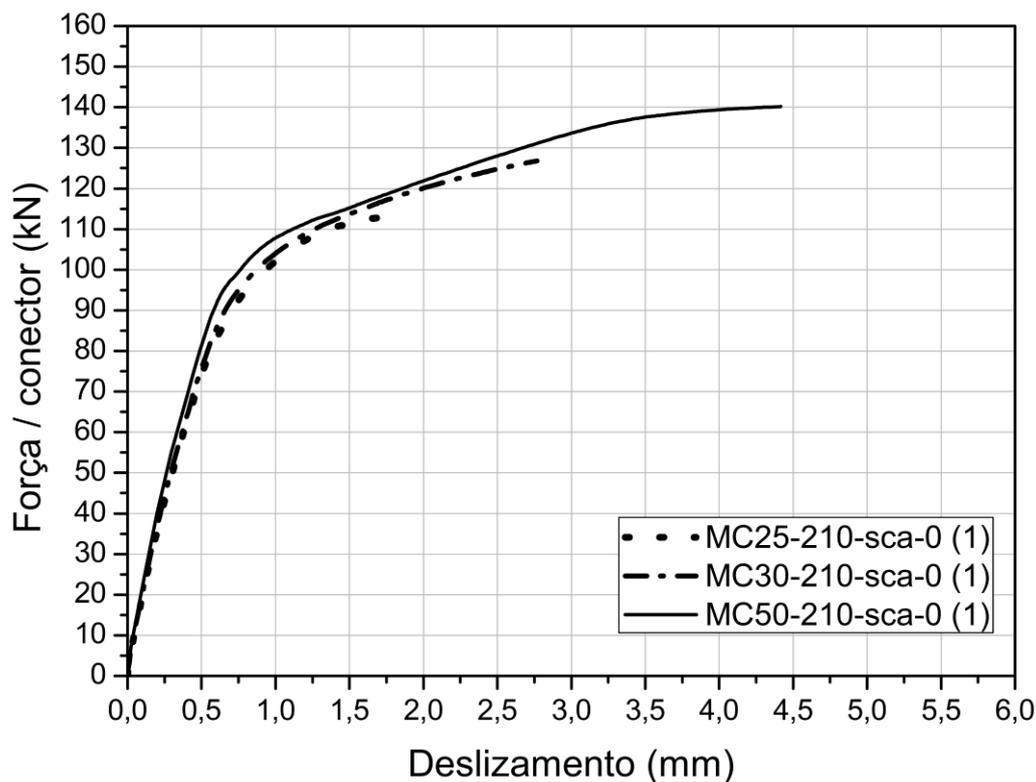
**Figura 6.7 – Força vs deformação dos modelos MC25-210-sca-0, MC30-210-sca-0 e MC50-210-sca-0**



Fonte: DO AUTOR (2019)

O modelo MC50-210-sca-0 apresentou uma deformação máxima 17,2% maior que a deformação máxima do modelo MC30-210-sca-0, e 38% maior que a deformação máxima do modelo MC25-210-sca-0. Observa-se na Figura 6.8 que o modelo MC50-210-sca-0 também apresentou um grande deslizamento em relação ao demais modelos, cerca de 59,2% maior que o deslizamento do modelo MC30-210-sca-0 e 157,4% maior que o deslizamento do modelo MC25-210-sca-0, destacando novamente a influência do escoamento da solda no deslizamento do conector do modelo com concreto C50.

**Figura 6.8 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-210-sca-0, MC30-210-sca-0 e MC50-210-sca-0**



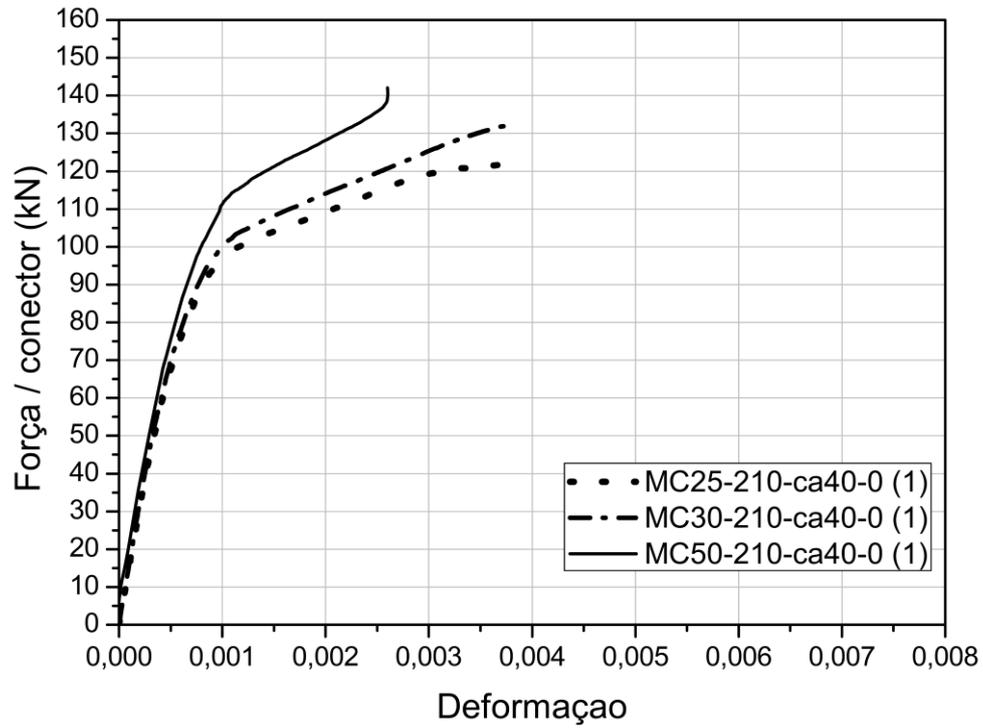
Fonte: DO AUTOR (2019)

#### 6.5 MODELOS MC25-210-CA40-0, MC30-210-CA40-0 E MC50-210-CA40-0

Nos modelos com placas alveolares de 210 mm e capeamento estrutural de 40 mm, houve ruptura no concreto nos modelos MC25-210-CA40-0 e MC30-210-CA40-0, de acordo com as Figuras A.13 e A.14, respectivamente, atingindo valores de 121,8 kN e 132,35 kN.

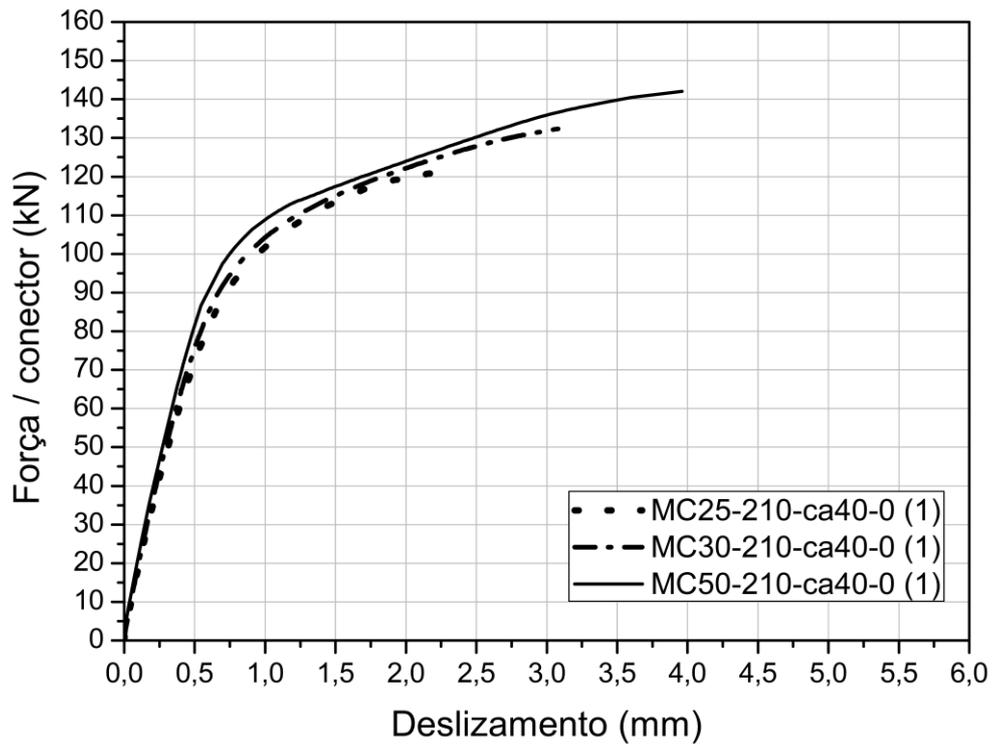
O modelo MC50-210-CA40-0 apresentou ruptura no conector, com a capacidade máxima de 142,05 kN, apresentando uma deformação máxima 46,33% menor do que a deformação máxima do conector do modelo com concreto C30, como pode ser observado na Figura 6.9. Os modelos com concreto C25 e C30 apresentaram deformações máximas semelhantes, com uma diferença de 3,29%, porém, na Figura 6.10 houve uma grande desigualdade referente ao comportamento do deslizamento, indicando menores deformações nos concretos com maiores resistências, portanto, gerando maior deslizamento na interface. O modelo MC50-210-ca40-0 teve um deslizamento 28,42% maior que o modelo MC30-210-ca40-0, e 70% maior que o modelo MC25-210-ca40-0.

**Figura 6.9 – Foça vs deformação dos modelos MC25-210-ca40-0, MC30-210-ca40-0 e MC50-210-ca40-0**



Fonte: DO AUTOR (2019)

**Figura 6.10 – Foça vs deslizamento dos modelos MC25-210-ca40-0, MC30-210-ca40-0 e MC50-210-ca40-0**

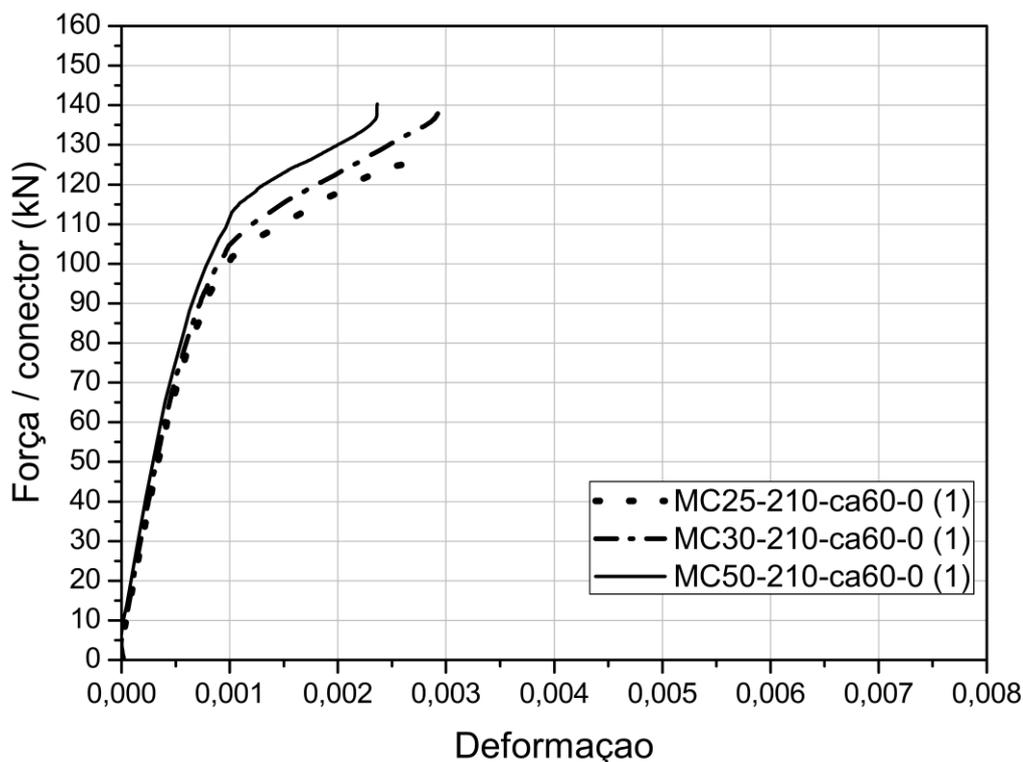


Fonte: DO AUTOR (2019)

## 6.6 MODELOS MC25-210-ca60-0, MC30-210-ca60-0 e MC50-210-ca60-0

Elevada resistência e baixa capacidade de deformação e deslizamento caracterizaram os modelos com placas alveolares de 210 mm e capeamento estrutural de 60 mm, indicando um comportamento com menor ductilidade, conforme é mostrado nas Figuras 6.11 e 6.12.

**Figura 6.11 – Foça vs deformação dos modelos MC25-210-ca60-0, MC30-210-ca60-0 e MC50-210-ca60-0**



Fonte: DO AUTOR (2019)

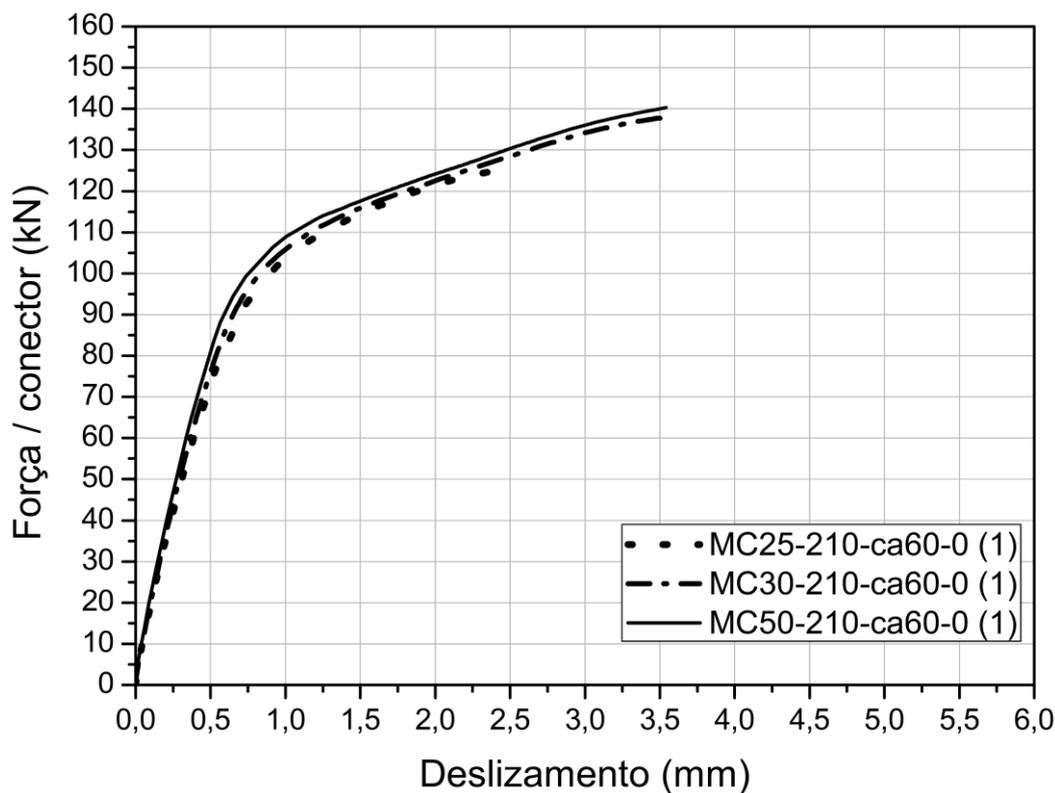
Os modelos MC25-210-ca60-0 e MC30-210-ca60-0 romperam no concreto, com valores de 125,07 kN e 137,99 kN, respectivamente, como pode ser observado nas Figuras A.16 e A.17. O modelo MC50-210-ca60-0 retratou ruptura na base do conector, com valor de 140,26 kN.

Os três modelos apresentaram deformações máximas parecidas, sendo que o modelo MC50-210-ca60-0 atingiu uma deformação máxima 10,17% menor que a do modelo MC25-210-ca60-0 e 23,43% menor que a do modelo MC30-210-ca60-0.

Os deslizamentos das ligações dos três modelos também foram próximos, principalmente dos modelos com concreto C30 e C50, indicando uma diferença de apenas

0,07% nos deslizamentos máximos, porém, o modelo com concreto C25 apontou um menor deslizamento, cerca de 44,54% em relação ao deslizamento do modelo com concreto C50.

**Figura 6.12 – Força vs deslizamento dos modelos MC25-210-ca60-0, MC30-210-ca60-0 e MC50-210-ca60-0**



Fonte: DO AUTOR (2019)

## 6.7 RESUMO DAS VARIAÇÕES DA CAPACIDADE DO CONECTOR

Para estudar melhor as variações causadas sobre o efeito da resistência característica à compressão do concreto, foi criada a Tabela 6.1, onde é possível verificar as variações dos valores de ruptura no concreto de cada item enumerado neste capítulo.

Observa-se que, com exceção dos modelos MC50-160-sca-0 e MC50-210-sca-0, todos os modelos com concreto C50 apresentaram ruptura no conector. Mesmo após a ruptura no conector destes modelos, o ABAQUS ainda permitiu analisar a propagação de danos até o instante em que o *software* atingiu seu critério de parada. Desta forma, foi possível capturar a ruptura dos modelos MC50-160-ca40-0 e MC50-210-ca40-0 no concreto. Os valores de ruptura no concreto dos modelos MC50-160-ca60-0 e MC50-

210-ca60-0 foram previstos através de comparações com os modelos MC50-160-ca40-0 e MC50-210-ca40-0 de acordo com a intensidade da propagação de danos conforme o aumento do carregamento.

**Tabela 6.1 – Variações da capacidade do conector referentes ao  $F_{ck}$  do concreto**

<b>H = 160 mm ca = 0 mm</b>			
<b>Modelo</b>	<b>Ruptura no Conector</b>	<b>Ruptura no concreto</b>	<b>Variação</b>
	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu/Fu<sub>C50</sub> (%)</b>
MC25-160-sca-0	-	99,66	71,18
MC30-160-sca-0	-	113,91	81,36
MC50-160-sca-0	-	140,00	100,00
<b>H = 160 mm ca = 40 mm</b>			
<b>Modelo</b>	<b>Ruptura no Conector</b>	<b>Ruptura no concreto</b>	<b>Variação</b>
	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu/Fu<sub>C50</sub> (%)</b>
MC25-160-ca40-0	-	112,54	74,18
MC30-160-ca40-0	-	121,14	79,85
MC50-160-ca40-0	147,29	151,70	100,00
<b>H = 160 mm ca = 60 mm</b>			
<b>Modelo</b>	<b>Ruptura no Conector</b>	<b>Ruptura no concreto</b>	<b>Variação</b>
	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu/Fu<sub>C50</sub> (%)</b>
MC25-160-ca60-0	-	128,79	82,72
MC30-160-ca60-0	-	136,93	87,94
MC50-160-ca60-0	148,27	155,70	100,00
<b>H = 210 mm ca = 0 mm</b>			
<b>Modelo</b>	<b>Ruptura no Conector</b>	<b>Ruptura no concreto</b>	<b>Variação</b>
	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu/Fu<sub>C50</sub> (%)</b>
MC25-210-sca-0	-	112,95	80,59
MC30-210-sca-0	-	126,84	90,49
MC50-210-sca-0	-	140,16	100,00
<b>H = 210 mm ca = 40 mm</b>			
<b>Modelo</b>	<b>Ruptura no Conector</b>	<b>Ruptura no concreto</b>	<b>Variação</b>
	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu/Fu<sub>C50</sub> (%)</b>
MC25-210-ca40-0	-	121,80	82,55
MC30-210-ca40-0	-	132,35	89,70
MC50-210-ca40-0	142,06	147,55	100,00
<b>H = 210 mm ca = 60 mm</b>			
<b>Modelo</b>	<b>Ruptura no Conector</b>	<b>Ruptura no concreto</b>	<b>Variação</b>
	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu (kN)</b>	<b>Fu/Fu<sub>C50</sub> (%)</b>
MC25-210-ca60-0	-	125,07	83,38
MC30-210-ca60-0	-	137,99	91,99
MC50-210-ca60-0	140,26	150,00	100,00

Fonte: DO AUTOR (2019)

Constatou-se que, nos modelos com alturas totais menores que 200 mm, considerando o capeamento estrutural mais a altura do painel alveolar, a capacidade dos conectores dos modelos com concreto C25 representaram, em média, cerca de 72,78% da capacidade dos modelos com concreto C50. Além disso, a capacidade dos conectores dos modelos com concreto C30 caracterizaram, em média, 80,6% dos modelos com concreto C50.

Para os modelos de altura superior à 200 mm, a capacidade dos conectores daqueles modelos que tinham concreto C25 em suas propriedades representaram, em média, 82,31% da capacidade dos modelos com concreto C50. Já a capacidade dos conectores dos modelos com concreto C30 foi equivalente, em média, à 90,03% da capacidade dos conectores dos modelos com concreto C50.

De forma geral, a capacidade dos modelos com concreto C25 representaram, em média, 79,10% da capacidade dos modelos com concreto C50, com desvio padrão de 4,70%, enquanto a capacidade dos modelos com concreto C30 foram equivalentes à 86,89%, com desvio padrão de 4,62%

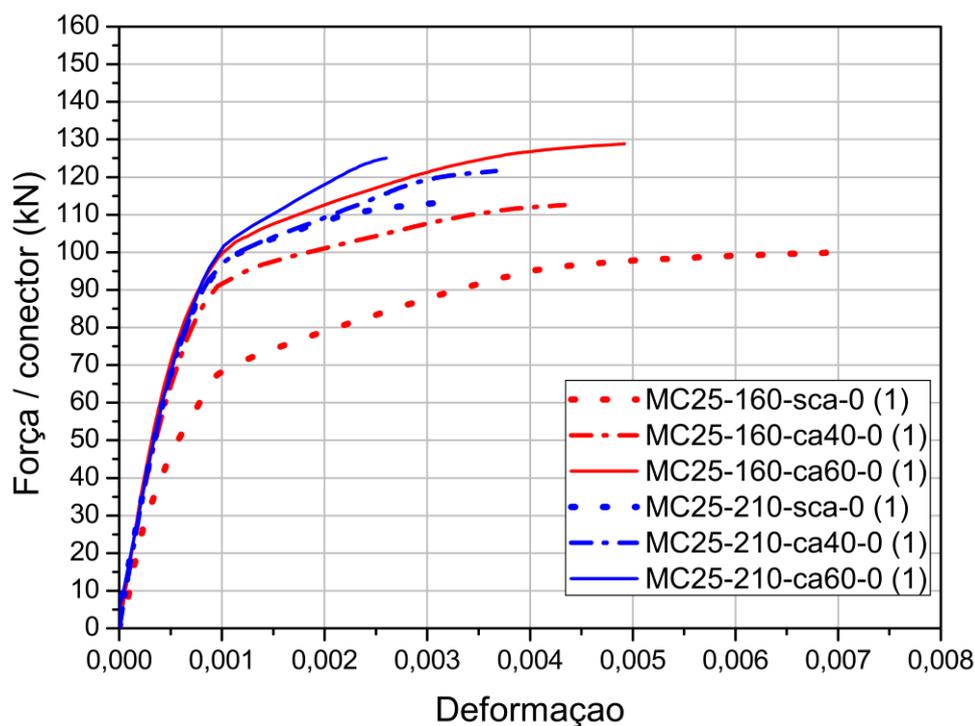
## 7 INFLUÊNCIA DAS ALTURAS DA CAPA ESTRUTURAL E DO PAINEL ALVEOLAR

Com o objetivo de avaliar a influência da altura do painel alveolar e da altura do capeamento estrutural, foi realizada uma análise comparativa de todos os modelos numéricos, mantendo apenas a classe do concreto constante, além da não inclusão de taxas de armadura.

### 7.1 MODELOS COM CONCRETO C25

O primeiro estudo comparativo deste capítulo foi em relação aos modelos numéricos de concreto classe C25, em que todos os modelos apresentaram ruptura no concreto. As deformações dos conectores de cada modelo são indicadas na Figura 7.1.

**Figura 7.1 – Força vs deformação dos modelos com concreto C25**



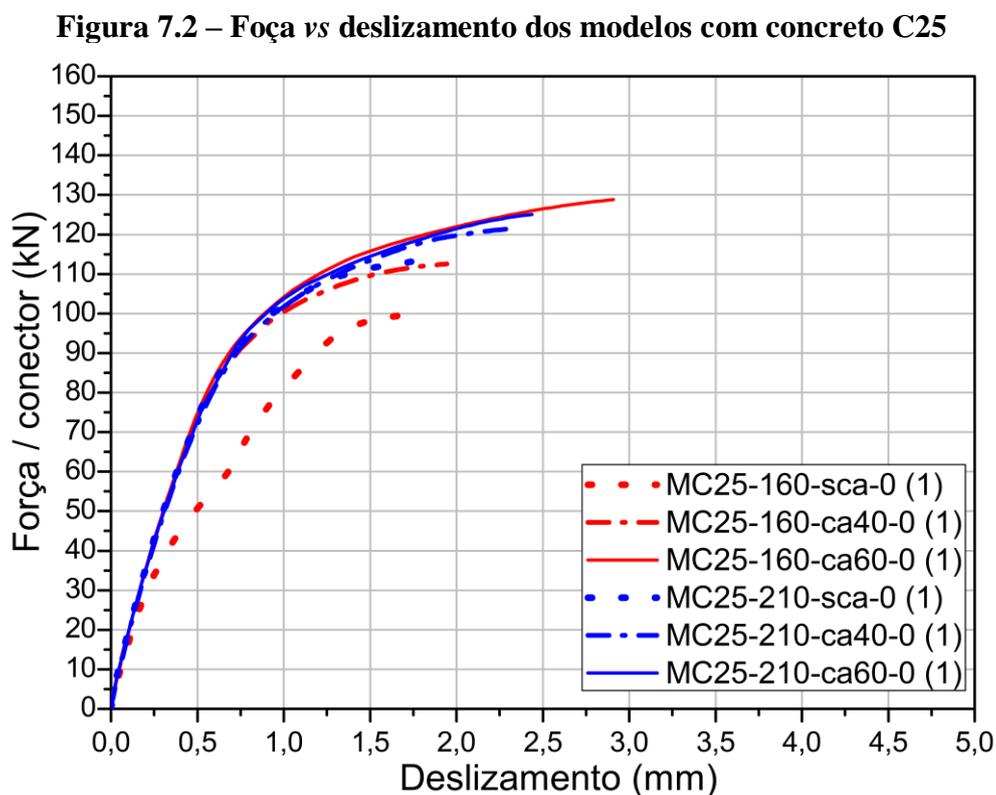
Fonte: DO AUTOR (2019)

Verifica-se na Figura 7.1 que, de maneira geral, os conectores das placas de 160 mm apresentaram comportamentos mais dúcteis do que os conectores das placas de 210 mm, sendo que o conector do modelo MC25-160-sca-0 foi o que apresentou a maior

deformação, cerca de 169% maior que o conector do modelo MC25-210-ca60-0, que apontou menor ductilidade.

É possível concluir também que, conforme aumenta-se a altura do capeamento estrutural, tanto para as placas de 160 mm como também as placas de 210 mm, maior é a capacidade de resistência do conector, porém, quanto maior foi a altura do capeamento, menor ficou a diferença.

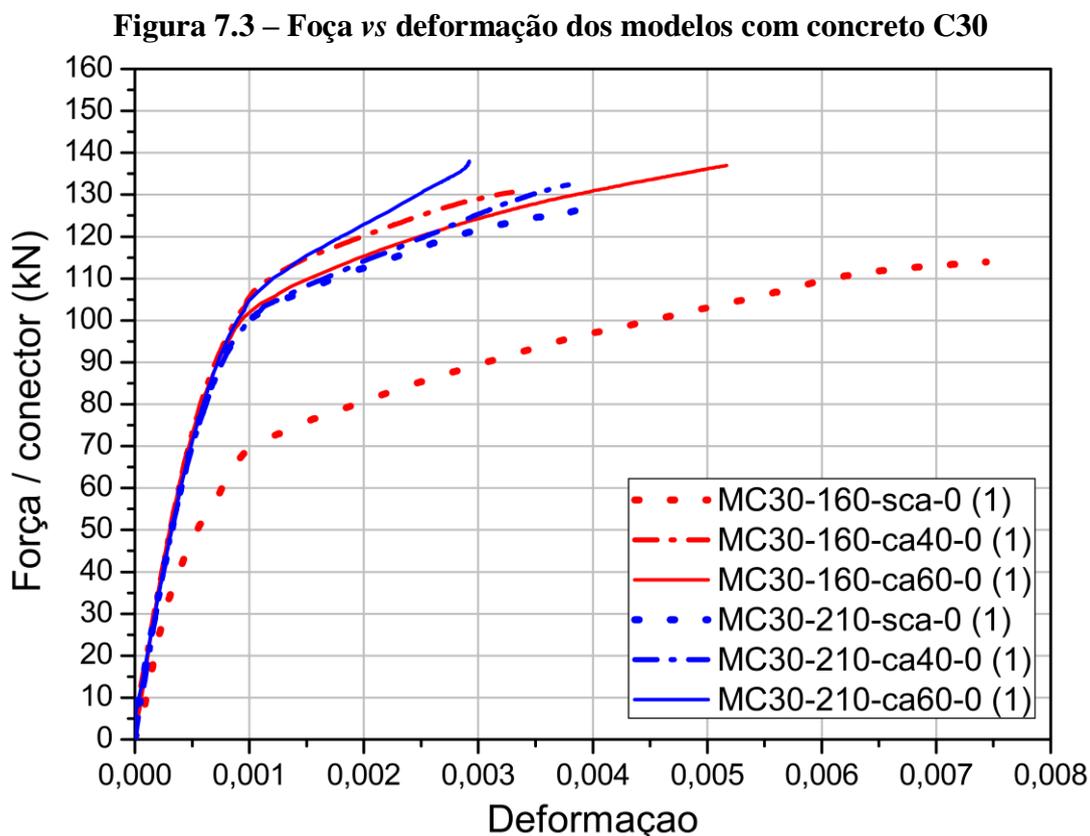
Na Figura 7.2, de maneira geral, os deslizamentos dos modelos com painel alveolar de 160 mm apresentaram maiores deslizamentos do que os modelos com placas de 210 mm, justamente por causa da maior deformação dos conectores, sendo que a ligação do modelo MC25-160-ca60-0 apresentou o maior deslizamento.



## 7.2 MODELOS COM CONCRETO C30

Os modelos com concreto C30 apresentaram comportamentos semelhantes ao que foi mencionado no capítulo 7.1, onde, de forma geral, os conectores dos modelos com

placas alveolares de 160 mm deformaram de forma mais expressiva do que os conectores dos modelos com placas de 210 mm, como pode ser visto na Figura 7.3.



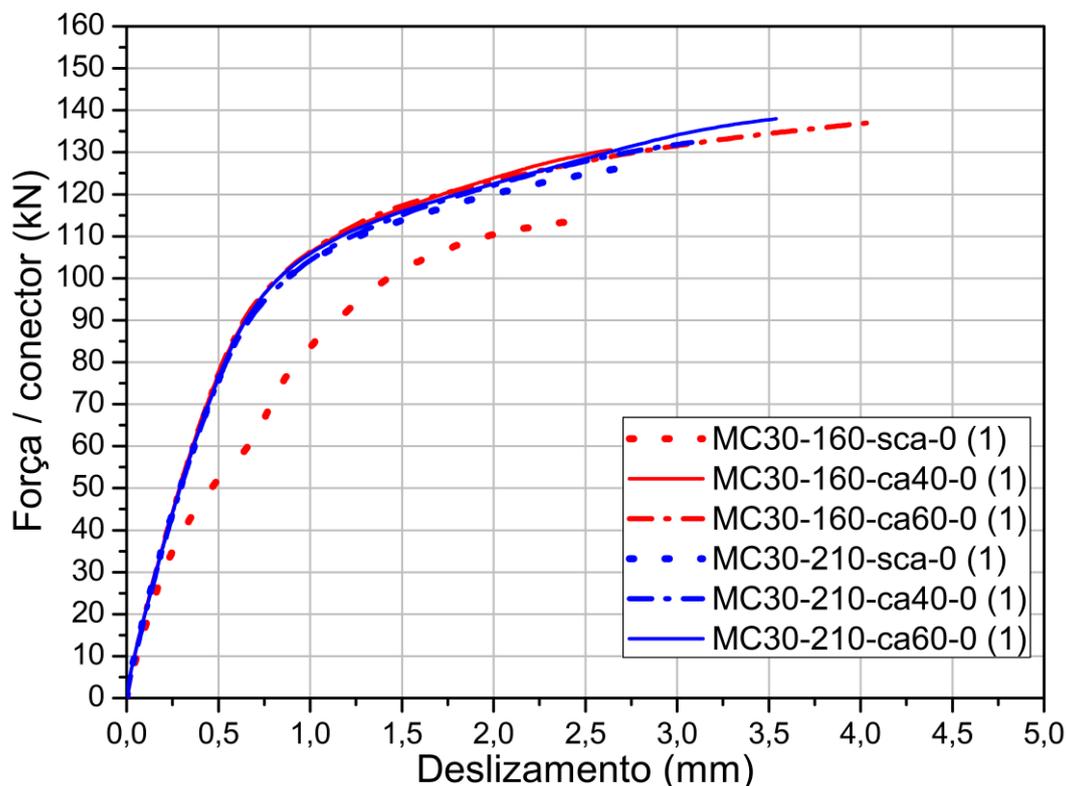
O conector do modelo MC30-160-sca-0 demonstrou o maior valor de deformação, cerca de 155,6% superior à deformação máxima do conector que apresentou o comportamento mais frágil, do modelo MC30-210-ca60-0.

Na Figura 7.4, o menor deslizamento foi do conector do modelo MC25-160-sca-0, isso demonstra que, por mais que o conector seja mais dúctil, se a componente resistente de concreto também apresentar uma característica deformável, ocorre uma diminuição no deslizamento.

Outro fato que comprova essa teoria é o grande deslizamento do conector do modelo MC30-160-ca60-0 que, apesar de apresentar grande ductilidade na deformação do conector, a parede resistente de concreto possui grande rigidez, gerando um deslizamento maior que, por exemplo, do modelo MC30-210-ca60-0, que apontou um

conector menos deformável, porém, com uma parede de concreto com rigidez semelhante.

**Figura 7.4 – Foça vs deslizamento dos modelos com concreto C30**



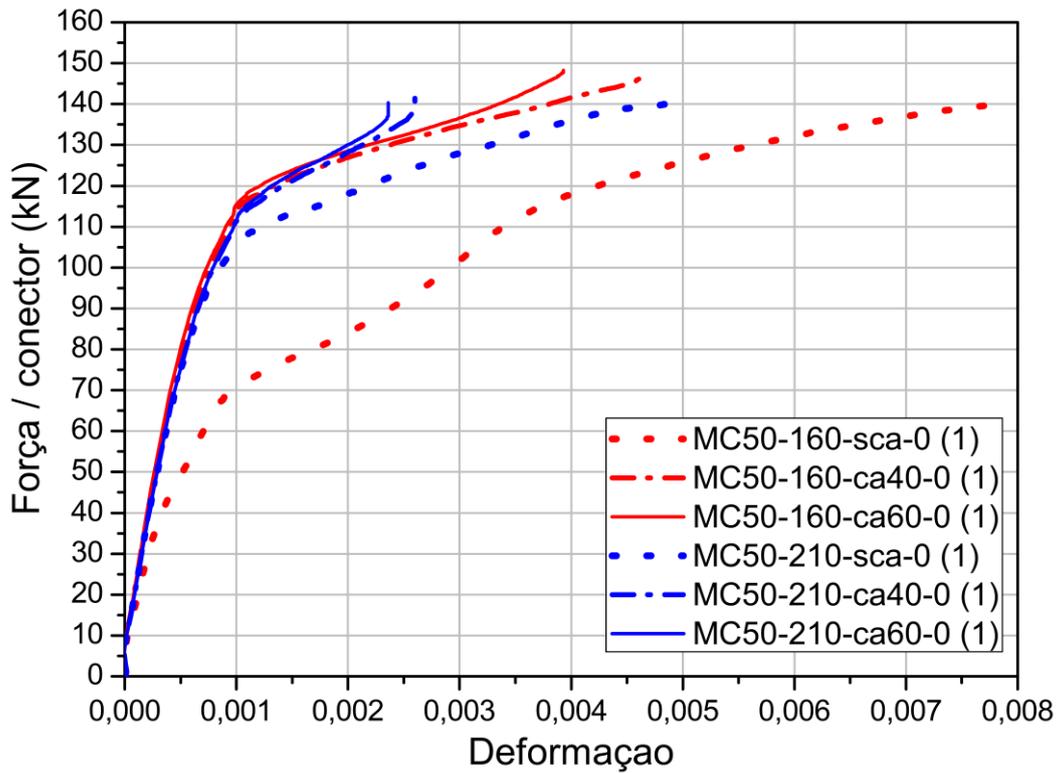
Fonte: DO AUTOR (2019)

### 7.3 MODELOS COM CONCRETO C50

De acordo com a Figura 7.5, a tendência dos conectores com placas alveolares de 160 mm deformarem mais continuou sendo válida para os modelos com concreto C50. O conector do modelo MC50-160-sca-0 foi o que mais se deformou, com uma diferença de 231,3% em comparação com a deformação máxima do modelo MC50-210-ca60-0, que apresentou o comportamento mais frágil.

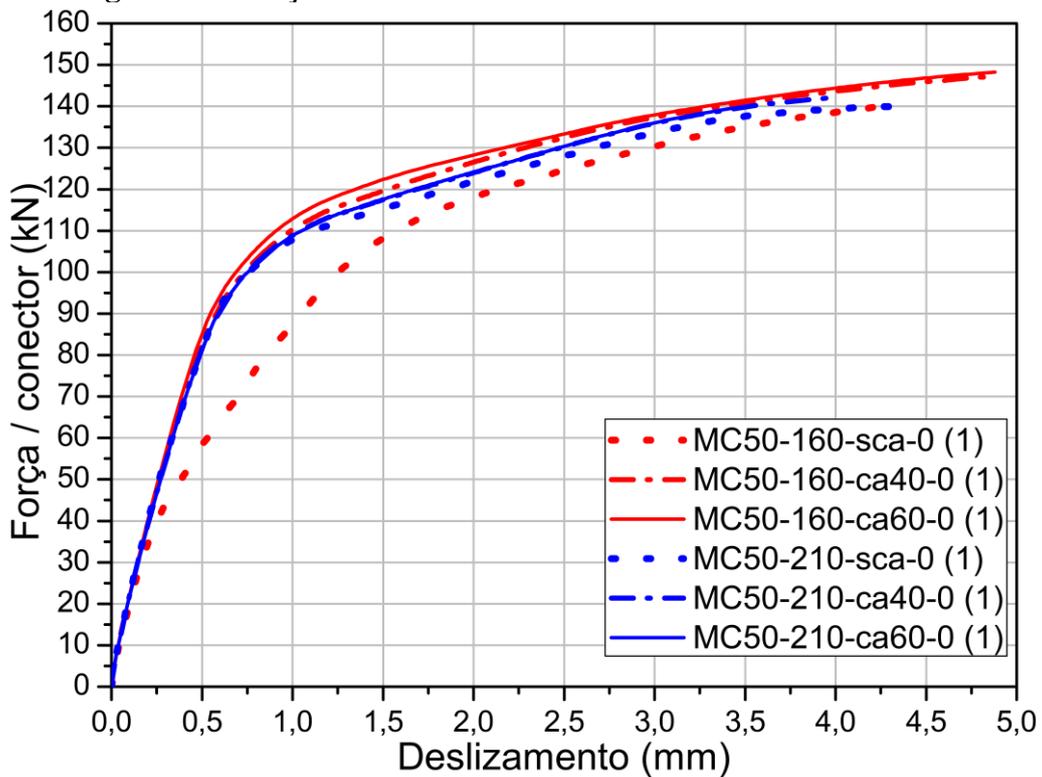
Constata-se na Figura 7.6 que as curvas de deslizamento de todos os modelos com concreto C50 se aproximaram de forma significativa, até mesmo nos valores máximos de deslizamento, confirmando que quando utiliza-se concreto com maior rigidez, as alturas do capeamento estrutural e do painel alveolar não influenciam de forma significativa no deslizamento da interface.

**Figura 7.5 – Foça vs deformação dos modelos com concreto C50**



Fonte: DO AUTOR (2019)

**Figura 7.6 – Foça vs deslizamento dos modelos com concreto C50**



Fonte: DO AUTOR (2019)

#### 7.4 RESUMO DAS VARIAÇÕES DA CAPACIDADE DO CONECTOR

Com o objetivo de avaliar as variações causadas devido às mudanças de alturas do capeamento estrutural e do painel alveolar, foi criada a Tabela 7.1.

**Tabela 7.1 – Variações da capacidade do conector referentes às alturas do painel alveolar e do capeamento estrutural**

Classe C25 / H = 160 mm				
Modelo	Ruptura no conector	Ruptura no concreto	Variações	
	Fu (kN)	Fu (kN)	Fu/Fu <sub>ca60</sub> (%)	Fu/Fu <sub>210</sub> (%)
MC25-160-sca-0	-	99,66	77,38	88,23
MC25-160-ca40-0	-	112,54	87,38	92,40
MC25-160-ca60-0	-	128,79	100,00	102,98
Classe C25 / H = 210 mm				
Modelo	Ruptura no Conector	Ruptura no concreto	Variações	
	Fu (kN)	Fu (kN)	Fu/Fu <sub>ca60</sub> (%)	Fu/Fu <sub>210</sub> (%)
MC25-210-sca-0	-	112,95	90,31	100,00
MC25-210-ca40-0	-	121,80	97,39	100,00
MC25-210-ca60-0	-	125,07	100,00	100,00
Classe C30 / H = 160 mm				
Modelo	Ruptura no Conector	Ruptura no concreto	Variações	
	Fu (kN)	Fu (kN)	Fu/Fu <sub>ca60</sub> (%)	Fu/Fu <sub>210</sub> (%)
MC30-160-sca-0	-	113,91	83,19	89,81
MC30-160-ca40-0	-	121,14	88,47	91,52
MC30-160-ca60-0	-	136,93	100,00	99,23
Classe C30 / H = 210 mm				
Modelo	Ruptura no Conector	Ruptura no concreto	Variações	
	Fu (kN)	Fu (kN)	Fu/Fu <sub>ca60</sub> (%)	Fu/Fu <sub>210</sub> (%)
MC30-210-sca-0	-	126,84	91,92	100,00
MC30-210-ca40-0	-	132,35	95,92	100,00
MC30-210-ca60-0	-	137,99	100,00	100,00
Classe C50 / H = 160 mm				
Modelo	Ruptura no Conector	Ruptura no concreto	Variações	
	Fu (kN)	Fu (kN)	Fu/Fu <sub>ca60</sub> (%)	Fu/Fu <sub>210</sub> (%)
MC50-160-sca-0	-	140,00	89,92	99,89
MC50-160-ca40-0	147,29	151,70	97,43	102,81
MC50-160-ca60-0	148,27	155,70	100,00	103,80
Classe C50 / H = 210 mm				
Modelo	Ruptura no Conector	Ruptura no concreto	Variações	
	Fu (kN)	Fu (kN)	Fu/Fu <sub>ca60</sub> (%)	Fu/Fu <sub>210</sub> (%)
MC50-210-sca-0	-	140,16	93,44	100,00
MC50-210-ca40-0	142,06	147,55	98,37	100,00
MC50-210-ca60-0	140,26	150,00	100,00	100,00

Fonte: DO AUTOR (2019)

Na Tabela 7.1 é possível visualizar cada modelo com seus respectivos valores de ruptura no conector e no concreto. Além disso, essa tabela apresenta as variações geradas pelas seguintes razões:  $F_u/F_{u60}$  e  $F_u/F_{u210}$ , onde o  $F_u$  utilizado foi referente à ruptura no concreto,  $F_{u60}$  representa a capacidade do conector utilizando capeamento estrutural de 60 mm para cada classe de concreto e sua respectiva altura do painel alveolar, e  $F_{u210}$  é a capacidade do conector com painel alveolar de 210 mm para cada classe de concreto e sua respectiva altura de capeamento.

Percebe-se que, ao analisar os modelos que utilizaram placas alveolares de 160 mm e concreto C25, houve uma variação máxima de 22,62% entre o modelo sem capeamento e o modelo com capeamento de 60 mm. Conforme aumentou-se a classe do concreto, essa diferença relativa foi diminuindo, gerando uma variação de 16,81% para a classe C30 e 10,08% para a classe C50. O mesmo ocorreu com os modelos com placas alveolares de 210 mm, sendo que os modelos de classe C25 indicaram uma variação de 9,63%, os de classe C30, 8,08%, e os de classe C50, 6,56%. Estes índices mostram que, conforme aumenta-se a classe do concreto, a ligação se torna mais rígida e a altura do capeamento estrutural diminui sua influência na resistência do conector.

Ao estudar de forma geral, considerando todas as classes de concreto deste estudo, os modelos que não continham capeamento estrutural indicaram uma diferença em relação aos modelos com capeamento de 60 mm de, em média, 12,31%, com desvio padrão de 5,62%. Já os modelos com capeamento de 40 mm, retrataram uma variação de, em média, 6,46% em comparação aos modelos que utilizaram capeamento de 60 mm, com desvio padrão de 4,47%.

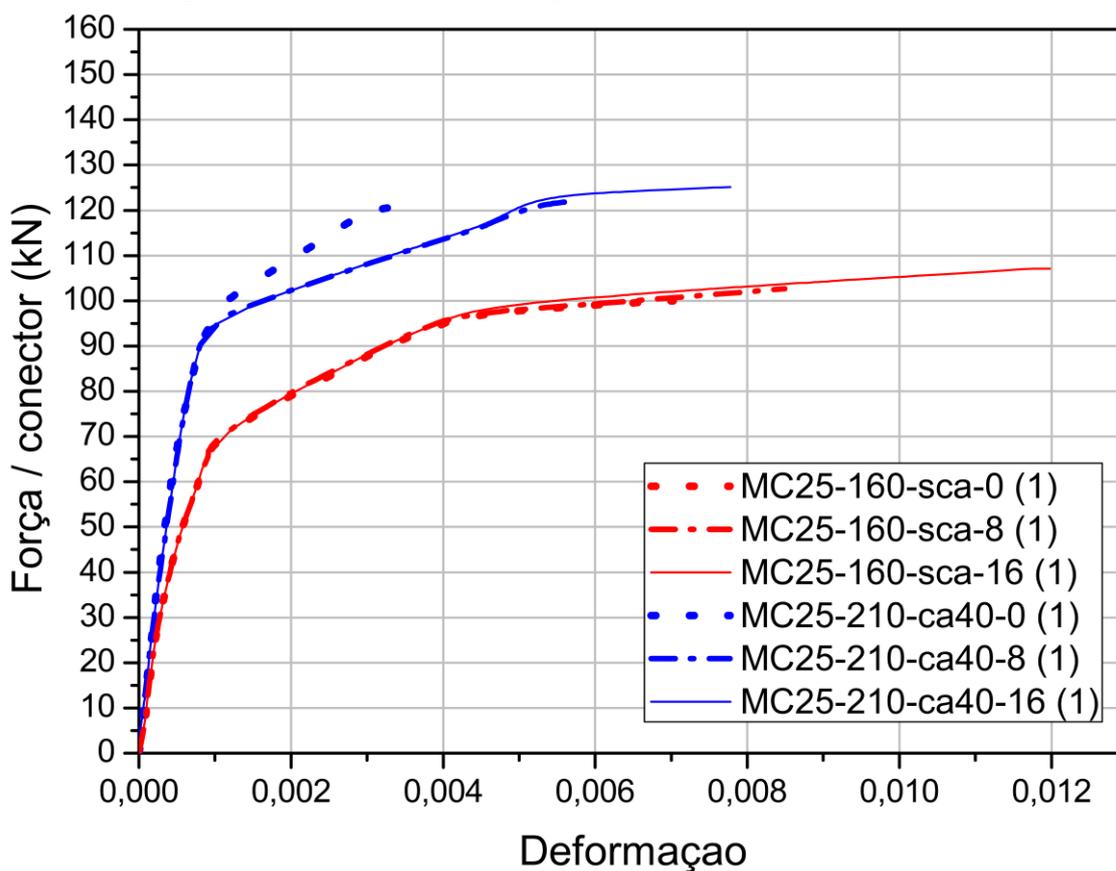
A altura da laje alveolar também apresentou influência na capacidade do conector, manifestando uma média de 3,26% de variação e desvio padrão de 5,85%.

## 8 INFLUÊNCIA DA ARMADURA TRANSVERSAL

Para analisar a influência da armadura transversal no combate à propagação de danos por tração no concreto, além de verificar os comportamentos referentes à deformação dos conectores e ao deslizamento na interface, foram simulados 4 modelos numéricos, além dos modelos já mencionados MC25-160-sca-0 e MC25-210-ca40-0, onde foram fixadas as propriedades do concreto e as alturas da laje, com a finalidade de variar apenas o diâmetro de armadura.

Todos os modelos romperam no concreto. Verifica-se na Figura 8.1 um comparativo do comportamento dos conectores de cada modelo numérico mencionado. Praticamente não houve alterações consideráveis na rigidez das curvas até instantes antes dos valores de ruptura dos modelos sem armadura, porém, o aumento da taxa de armadura permitiu uma maior ductilidade aos conectores, concedendo maiores deformações a eles antes de atingirem a ruptura.

**Figura 8.1 – Foça vs deformação dos modelos com armadura**



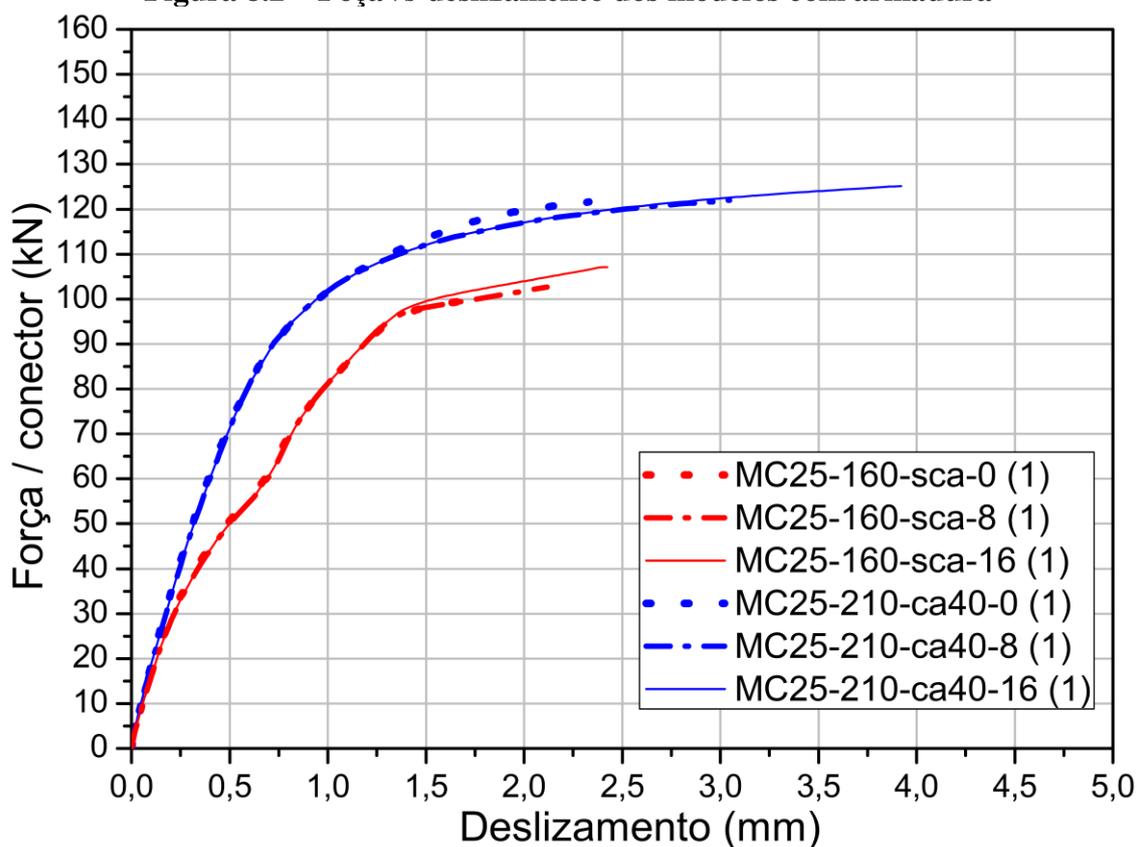
Fonte: DO AUTOR (2019)

A armadura de 16 mm usada no modelo MC25-160-sca-16 gerou um aumento na deformação máxima de 70,4% em comparação ao modelo sem armadura MC25-160-sca-0, já o modelo MC25-160-sca-8 aumentou 22,0%. O modelo MC25-210-ca40-16 permitiu um aumento de 111,5% na deformação máxima, e o modelo MC25-210-ca40-8 aumentou 60,9%.

Percebe-se que, na Figura 8.2, houve uma analogia nos deslizamentos das ligações em relação ao comportamento dos conectores. O aumento da armadura transversal também não mudou de forma significativa a rigidez das curvas de deslizamento momentos antes da ruptura dos modelos sem armadura, entretanto, houve um crescimento nos valores de deslizamento máximo.

O modelo MC25-160-sca-16 forneceu um crescimento de 39,45% de deslizamento máximo, e o modelo MC25-160-sca-8 foi para 18,0%. O deslizamento máximo do modelo MC25-210-ca40-16 aumentou, 68,24%, já o do modelo MC25-210-ca40-8 cresceu 31,18%.

**Figura 8.2 – Força vs deslizamento dos modelos com armadura**



Fonte: DO AUTOR (2019)

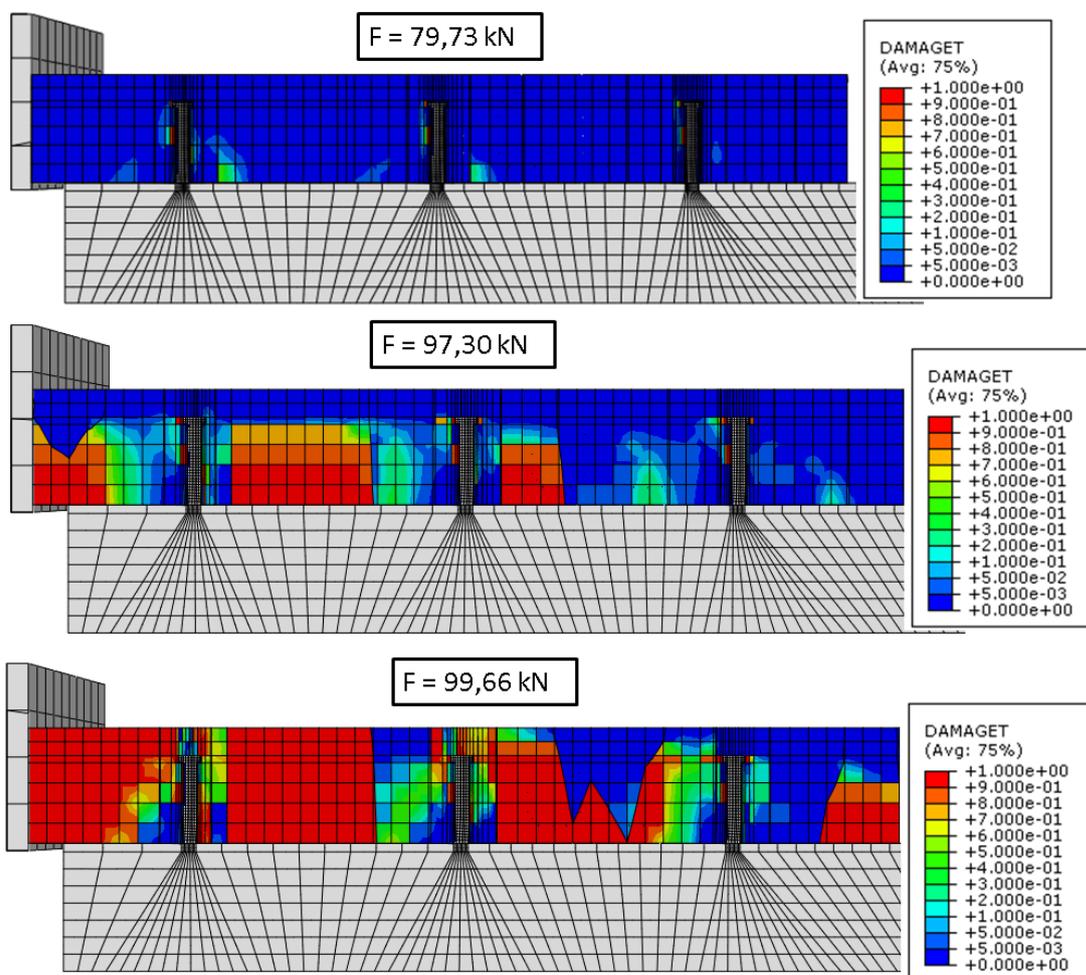
## 8.1 COMBATE À PROPAGAÇÃO DE DANOS POR TRAÇÃO

Para estudar a propagação dos danos por tração em cada modelo deste capítulo, foram montadas imagens comparativas que demonstram a evolução dos danos com o aumento do carregamento, até a formação do cone de fratura.

### 8.1.1 Modelos MC25-160-sca-0, MC25-160-sca-8 e MC25-160-sca-16

O primeiro modelo analisado foi o MC25-160-sca-0, em que é possível visualizar sua proliferação de danos na Figura 8.3.

**Figura 8.3 – Propagação de danos do modelo MC25-160-ca40-0**



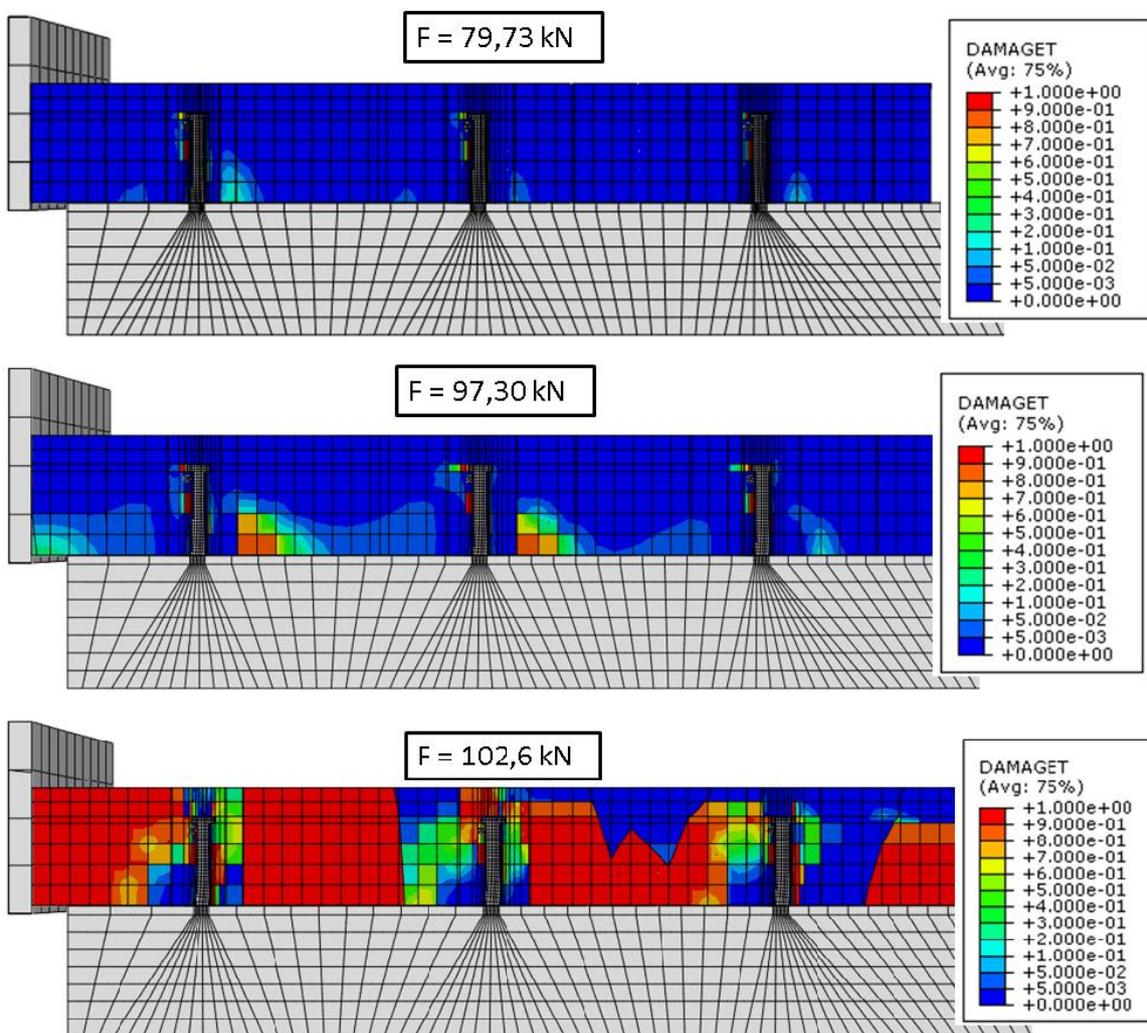
Fonte: DO AUTOR (2019)

Na Figura 8.3 são mostrados dois instantes de carregamento por conector como base de comparação: 79,73 kN e 97,3 kN, além do instante da ruptura de 99,66 kN

Verificou-se uma rápida propagação de danos. Quando a força chegou à 99,66 kN, ocorreu a ruptura, momento em que todo o corte longitudinal da laje já estava bem danificado, com cones de ruptura no terceiro e segundo conector da laje bem definidos, na direção do carregamento.

Percebe-se que, na Figura 8.4, a armadura de 8 mm conseguiu conter de forma pouco significativa o crescimento dos danos, possibilitando um aumento de apenas 2,9% de capacidade do modelo.

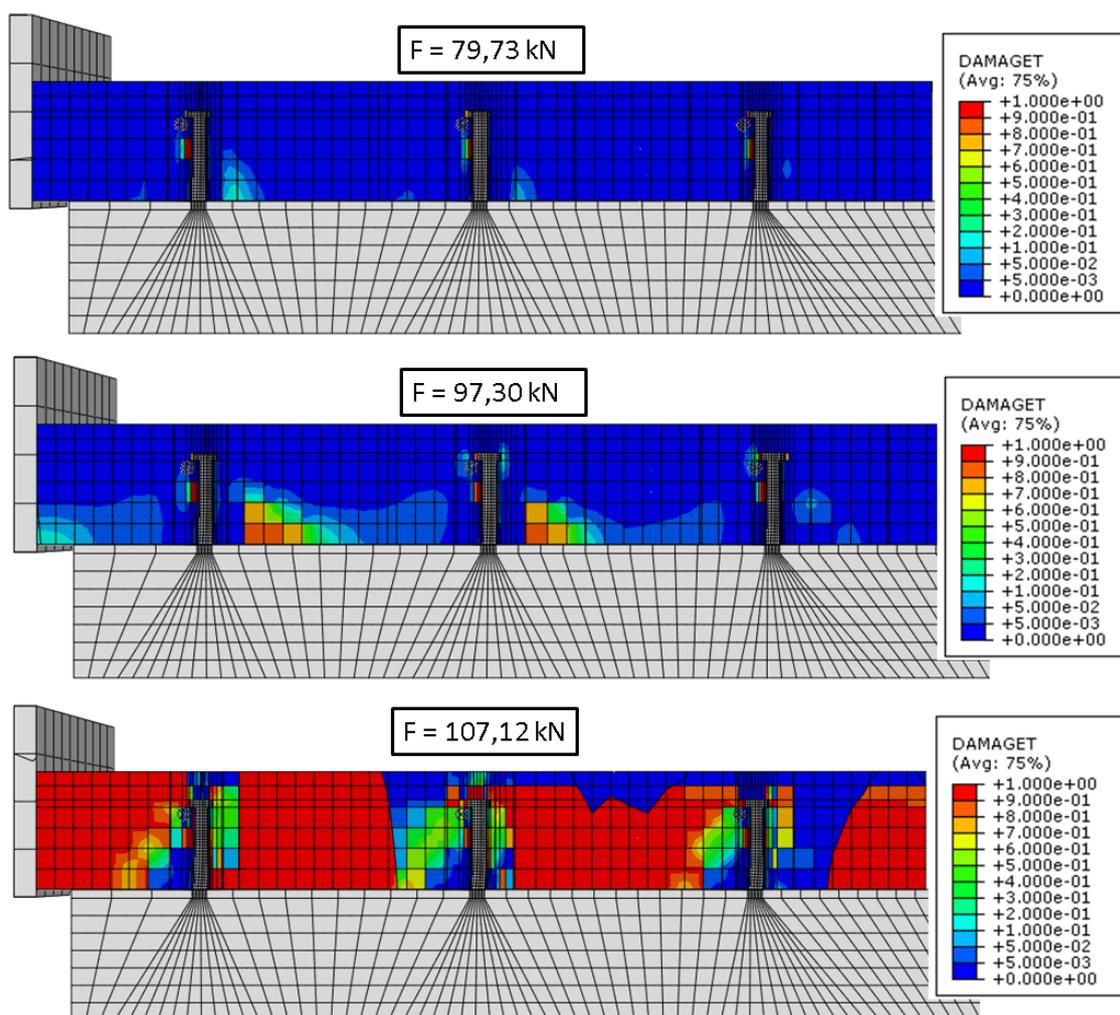
**Figura 8.4 – Propagação de danos do modelo MC25-160-ca40-8**



Fonte: DO AUTOR (2019)

Já o modelo que foi utilizado armadura de 16 mm, conseguiu superar cerca de 7,48% a capacidade do modelo sem armadura, de acordo com a Figura 8.5, apresentando ser um fator importante para aumentar a resistência do modelo.

**Figura 8.5 – Propagação de danos do modelo MC25-160-ca40-16**



Fonte: DO AUTOR (2019)

### 8.1.2 Modelos MC25-210-ca40-0, MC25-210-ca40-8 e MC25-210-ca40-16

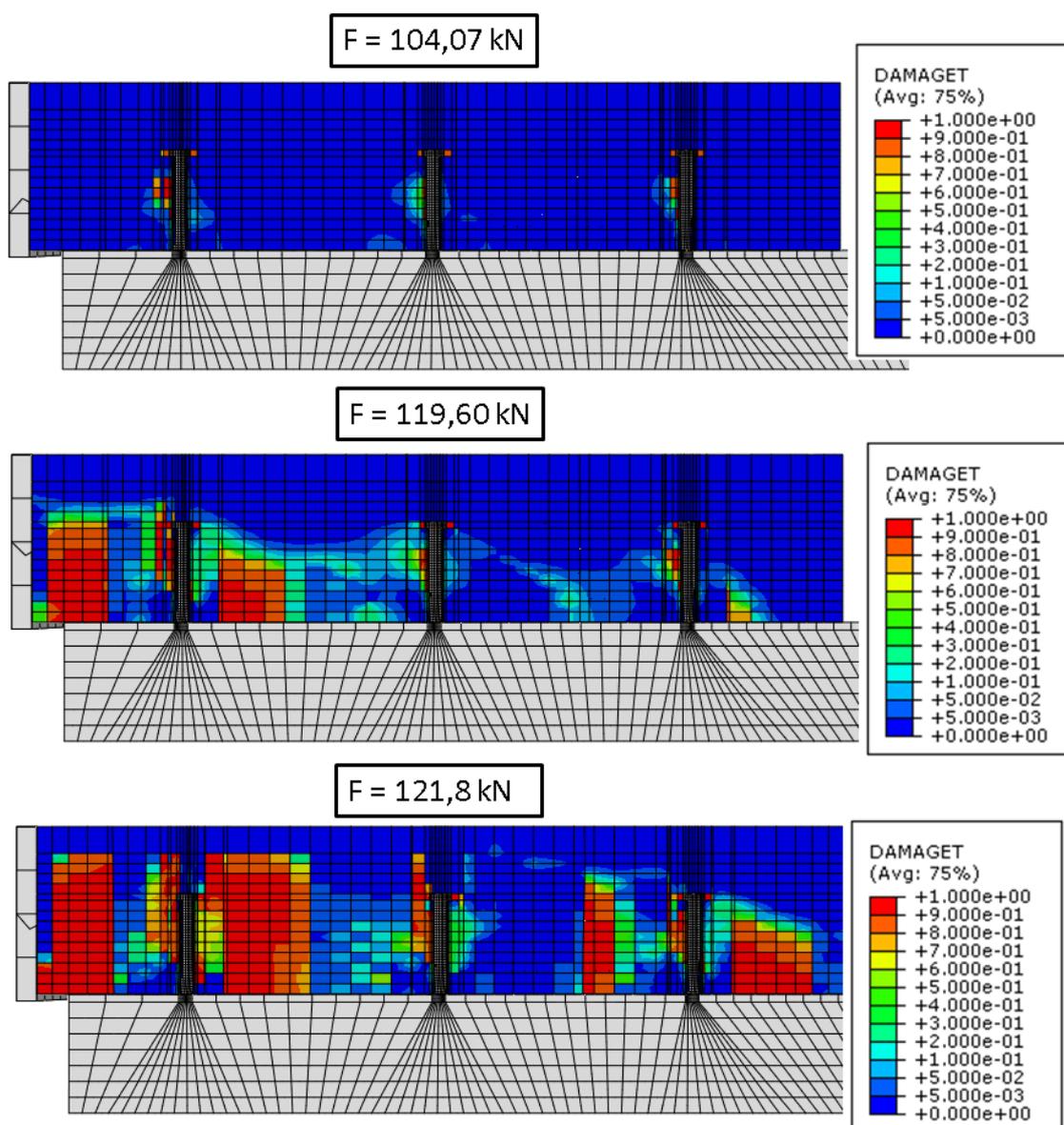
Para avaliar melhor essas variações apresentadas no capítulo 8.1.1, foi analisado também o crescimento das fissuras no modelo MC25-210-ca40-0.

Na Figura 8.6 são mostrados dois instantes de carregamento por conector como base de comparação: 104,07 kN e 119,60 kN, além do instante da ruptura de 121,8 kN.

Apenas com 104,07 kN que se iniciam as primeiras aparições de danos no modelo, próximas às cabeças dos conectores e na meia altura das hastes. Quando a força aplicada alcança 119,60 kN, os planos de ruptura em forma de cones, com inclinação de aproximadamente 45°, iniciam suas formações.

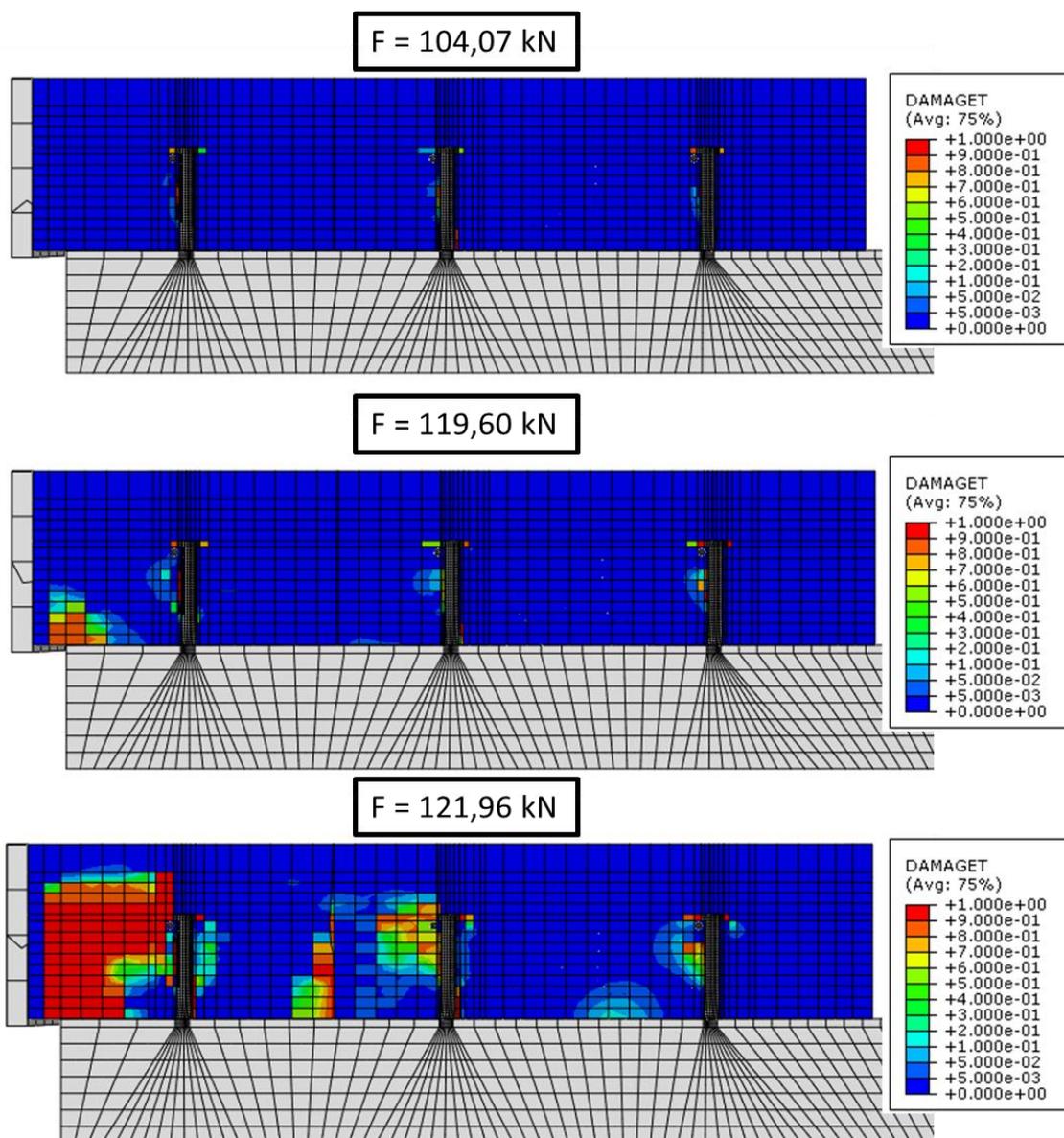
Ao chegar na força de 121,8 kN, na região à direita do terceiro conector, no sentido do carregamento, o cone de fratura já está bem definido, com valores de danos próximos de 1, caracterizando a ruptura do modelo. Também é possível observar a quase formação de outro cone de ruptura à direita do primeiro conector.

**Figura 8.6 – Propagação de danos do modelo MC25-210-ca40-0**



Os danos por tração no modelo MC25-210-ca40-8 se espalharam mais tardiamente em comparação ao modelo MC25-210-ca40-0, conforme é mostrado no instante de carga 119,60 kN da Figura 8.7, onde os danos ainda estão se propagando para cima, porém, atingindo menores altura do que o instante de carga 119,60 kN da Figura 8.6.

**Figura 8.7 – Propagação de danos do modelo MC25-210-ca40-8**



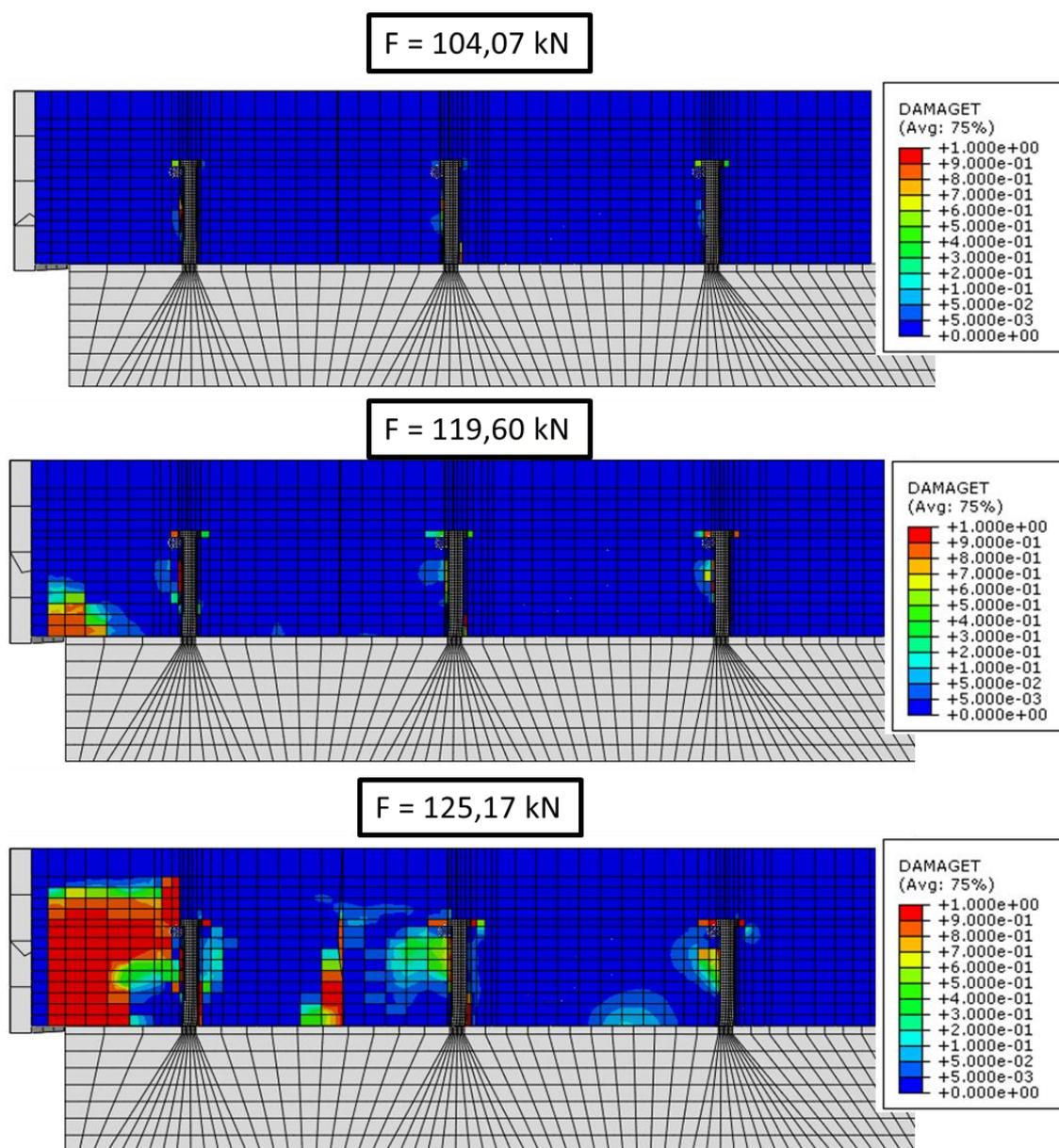
Fonte: DO AUTOR (2019)

A armadura de 8 mm possibilitou um pequeno ganho de resistência ao modelo numérico até atingir seu valor de ruptura, quando há a formação do cone de fratura à

esquerda do terceiro conector, na direção do carregamento, com aproximadamente 0,13% em relação ao modelo sem armadura. Isso destaca novamente a pouca influência fornecida pela bitola de 8 mm na capacidade do conector.

O modelo MC25-210-ca40-16 apontou uma maior capacidade de reter a propagação de fissuras, de acordo com o instante de carga de 119,60 kN, destacado na Figura 8.8, em comparação aos demais modelos citados neste capítulo. A armadura com 16 mm de diâmetro também permitiu que a ruptura do modelo ocorresse posteriormente ao modelo sem armadura, com um aumento de resistência de 3,2%.

**Figura 8.8 – Propagação de danos do modelo MC25-210-ca40-16**



Fonte: DO AUTOR (2019)

## 8.2 RESUMO DAS VARIAÇÕES REFERENTES À ARMADURA TRANSVERSAL

De acordo com os resultados obtidos neste capítulo, foi possível concluir que a armadura transversal possibilita um aumento de resistência nos modelos numéricos, entretanto, o diâmetro de 16 mm concebeu um ganho de resistência mais considerável do que os modelos com diâmetro de 8 mm.

Foi possível notar também que a altura da laje influenciou de maneira pouco significativa nos ganhos de resistência devido ao acréscimo da armadura, onde os modelos com laje de 210 mm e capeamento de 40 mm apresentaram menores diferenças em relação aos modelos com laje de 160 mm e sem capeamento.

Em média, os modelos com armadura de diâmetro de 8 mm apresentaram um acréscimo de resistência de 1,56%, com desvio padrão de 1,43%, e os modelos com armadura de bitolas de 16 mm tiveram um ganho de 5,12%, com desvio padrão de 2,36%.

**Tabela 8.1 – Variações da capacidade do conector referentes ao uso de armadura transversal**

Armadura (mm)	Variações	
	Fu/Fu <sub>0</sub> (%)	Desvio padrão (%)
0,00	100,00	
8,00	101,56	1,43
16,00	105,12	2,36

Fonte: DO AUTOR (2019)

## 9 PROPOSTA DE NOVA EQUAÇÃO PARA O CÁLCULO DA CAPACIDADE DA LIGAÇÃO

Este capítulo irá abordar sobre a sugestão de uma nova equação, através dos resultados obtidos neste trabalho. Ela foi elaborada com a finalidade de prever a ruptura por cisalhamento da ligação pelo concreto, através das variáveis estudadas referentes à classe do concreto, às alturas do capeamento estrutural e do painel alveolar, e à taxa de armadura transversal. A Tabela 9.1 apresenta um resumo dos valores de ruptura, seja no concreto ou no conector, de todos os modelos deste estudo.

**Tabela 9.1 – Força de ruptura dos modelos**

Modelo	Ruptura no conector	Ruptura no concreto
	Fu (kN)	Fu (kN)
MC25-160-sca-0	-	99,66
MC30-160-sca-0	-	113,91
MC50-160-sca-0	-	140,00
MC25-160-ca40-0	-	112,54
MC30-160-ca40-0	-	121,14
MC50-160-ca40-0	147,29	151,70
MC25-160-ca60-0	-	128,79
MC30-160-ca60-0	-	136,93
MC50-160-ca60-0	148,27	155,70
MC25-210-sca-0	-	112,95
MC30-210-sca-0	-	126,84
MC50-210-sca-0	-	140,16
MC25-210-ca40-0	-	121,80
MC30-210-ca40-0	-	132,35
MC50-210-ca40-0	142,055	147,55
MC25-210-ca60-0	-	125,07
MC30-210-ca60-0	-	137,99
MC50-210-ca60-0	140,264	150,00
MC25-160-sca-8	-	102,64
MC25-160-sca-16	-	107,12
MC25-210-ca40-8	-	121,96
MC25-210-ca40-16	-	125,17
MC50-150-ca40-10	146,32	151,01
MC50-200-ca40-0	142,21	149,69
MC50-200-ca40-10	142,17	152,51
MC30-210-ca40-8	-	137,60

Fonte: DO AUTOR (2019)

A partir dos resultados expostos nos Capítulos 6.7, 7.4 e 8.2, foi possível considerar três parcelas importantes no cálculo da capacidade do conector para ruptura no concreto, considerando a classe do concreto, as alturas do capeamento e da placa alveolar, além da taxa de armadura.

Partindo da equação (3.5) de Lam (2007), através de algumas modificações e a inclusão de três novas variáveis, foi criada a equação (9.1)

$$P_{RD} = \frac{45,04\alpha\beta d^2\lambda_n(1 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3)}{\gamma_v} \quad (9.1)$$

Na equação (9.1),  $d$  é o diâmetro do conector de cisalhamento e os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma_v$  continuam sendo os mesmos da equação (3.5). Com os resultados obtidos no Capítulo 6, foi possível observar que as variações na capacidade dos modelos geradas pelas classes do concreto não eram lineares, mas apresentaram uma curva logarítmica. O parâmetro  $\lambda_n$  caracteriza uma relação logarítmica referente à resistência à compressão do concreto  $F_c$  e seu módulo de elasticidade  $E_c$ , de acordo com a equação (9.2):

$$\lambda_n = \left[ 1 - e^{\left(\frac{-F_c E_c}{7450}\right)} \right]^{0,7} \quad (9.2)$$

Onde  $F_c$  e  $E_c$  são dados em  $\text{kN/cm}^2$ , em que  $2,5 \text{ kN/cm}^2 \leq F_c \leq 5 \text{ kN/cm}^2$ . O parâmetro  $\lambda_n$  foi criado de acordo com os resultados obtidos no Capítulo 6.7, onde foram considerados os valores das médias das variações e, por razões de segurança, subtraídos pelas porcentagens de desvio padrão para cada classe de concreto.

O coeficiente  $\eta_1$  leva em consideração a influência da altura do capeamento estrutural no comportamento do modelo. Este fator foi criado com base nas médias das variações percentuais gerais referentes a cada altura de capeamento estrutural menos seus respectivos percentuais de desvio padrão, conforme foi indicado no Capítulo 7.4. O coeficiente  $\eta_1$  pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\eta_1 = \frac{ca^3}{3200} \quad (9.3)$$

Em que  $ca$  é a altura do capeamento estrutural, em cm, que deve seguir a seguinte relação:  $0 \leq ca \leq 6 \text{ cm}$ . A constante 3200 também é dada em cm.

O parâmetro  $\eta_2$  é utilizado para atribuir a influência da altura do painel alveolar. Este fator diminui a capacidade do modelo, caso a altura do painel alveolar seja menor que 210 mm. O parâmetro  $\eta_2$  é calculado da seguinte forma:

$$\eta_2 = -1 \left( \frac{21 - H}{54,88} \right) \quad (9.4)$$

Onde  $H$  é a altura do painel alveolar, em cm, que deve respeitar a condição:  $15 \text{ cm} \leq H \leq 21 \text{ cm}$ , e a constante 54,88 é dada em cm. A equação (9.4) foi formulada através da média de 3,26 % das variações percentuais informada no Capítulo 7 em relação à capacidade dos modelos quando utiliza-se lajes alveolares de 160 mm e 210 mm, além das variações percentuais geradas pelos modelos analisados com lajes alveolares de 150 mm e 200 mm.

O parâmetro  $\eta_3$  foi criado para atribuir um adicional na resistência do modelo devido à utilização de armadura transversal. Para encontrar a formulação deste coeficiente, foi necessário utilizar as médias dos acréscimos percentuais indicados no capítulo 8.2, menos os percentuais de desvio padrão. A equação para calcular  $\eta_3$  é descrita como:

$$\eta_3 = \frac{\varphi^{4,41}}{288} \quad (9.5)$$

Em que  $\varphi$  é o diâmetro da bitola utilizada, em cm, que deve respeitar a condição:  $0 \leq \varphi \leq 1,6 \text{ cm}$ , e a constante 288 também está em cm.

A constante 45,04 da equação (9.1) foi determinada através da Tabela 9.2, onde foram calculadas todas as constantes necessárias para alcançar o valor exato de ruptura no concreto para cada modelo numérico deste estudo, sem a consideração do coeficiente parcial de segurança. A partir disso, foi calculada uma média geral destas constantes e seu respectivo desvio padrão. A subtração da média pelo desvio padrão, por critério de segurança, gerou a constante 45,04.

**Tabela 9.2 – Constantes necessárias para calcular a ruptura no concreto**

Modelo	Ruptura no	$\lambda_n$	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	$\alpha$	$\beta$	$d$	Constante
	concreto (kN)								
MC25-160-sca-0	99,66	0,7069	0,0000	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	42,01
MC30-160-sca-0	113,91	0,7862	0,0000	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	43,17
MC50-160-sca-0	140,00	0,9504	0,0000	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	43,89
MC25-160-ca40-0	112,54	0,7069	0,0199	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	46,59
MC30-160-ca40-0	121,14	0,7862	0,0199	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	45,08
MC50-160-ca40-0	151,70	0,9504	0,0199	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	46,71
MC25-160-ca60-0	128,79	0,7069	0,0669	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	51,15
MC30-160-ca60-0	136,93	0,7862	0,0669	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	48,89
MC50-160-ca60-0	155,70	0,9504	0,0669	0,0911	0,0000	1,0	0,8521	1,9	45,99
MC25-210-sca-0	112,95	0,7069	0,0000	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	51,95
MC30-210-sca-0	126,84	0,7862	0,0000	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	52,45
MC50-210-sca-0	140,16	0,9504	0,0000	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	47,94
MC25-210-ca40-0	121,80	0,7069	0,0199	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	54,92
MC30-210-ca40-0	132,35	0,7862	0,0199	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	53,66
MC50-210-ca40-0	147,55	0,9504	0,0199	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	49,49
MC25-210-ca60-0	125,07	0,7069	0,0669	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	53,91
MC30-210-ca60-0	137,99	0,7862	0,0669	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	53,48
MC50-210-ca60-0	150,00	0,9504	0,0669	0,0000	0,0000	1,0	0,8521	1,9	48,09
MC25-160-sca-8	102,64	0,7069	0,0000	0,0911	0,0013	1,0	0,8521	1,9	43,21
MC25-160-sca-16	107,12	0,7069	0,0000	0,0911	0,0276	1,0	0,8521	1,9	44,03
MC25-210-ca40-8	121,96	0,7069	0,0199	0,0000	0,0013	1,0	0,8521	1,9	54,92
MC25-210-ca40-16	125,17	0,7069	0,0199	0,0000	0,0276	1,0	0,8521	1,9	54,95
MC50-150-ca40-10	151,01	0,9504	0,0199	-0,1011	0,0035	1,0	0,8521	1,9	56,01
MC50-200-ca40-0	149,69	0,9504	0,0199	-0,0182	0,0000	1,0	0,8521	1,9	51,12
MC50-200-ca40-10	152,51	0,9504	0,0199	-0,0182	0,0035	1,0	0,8521	1,9	51,90
MC30-210-ca40-8	137,60	0,9504	0,0199	0,0000	0,0013	1,0	0,8521	1,9	46,09
<b>Média das constantes (M)</b>									49,29
<b>Desvio padrão (D.P)</b>									4,25
<b>Constante adotada: (M-D.P.)</b>									45,04

Fonte: DO AUTOR (2019)

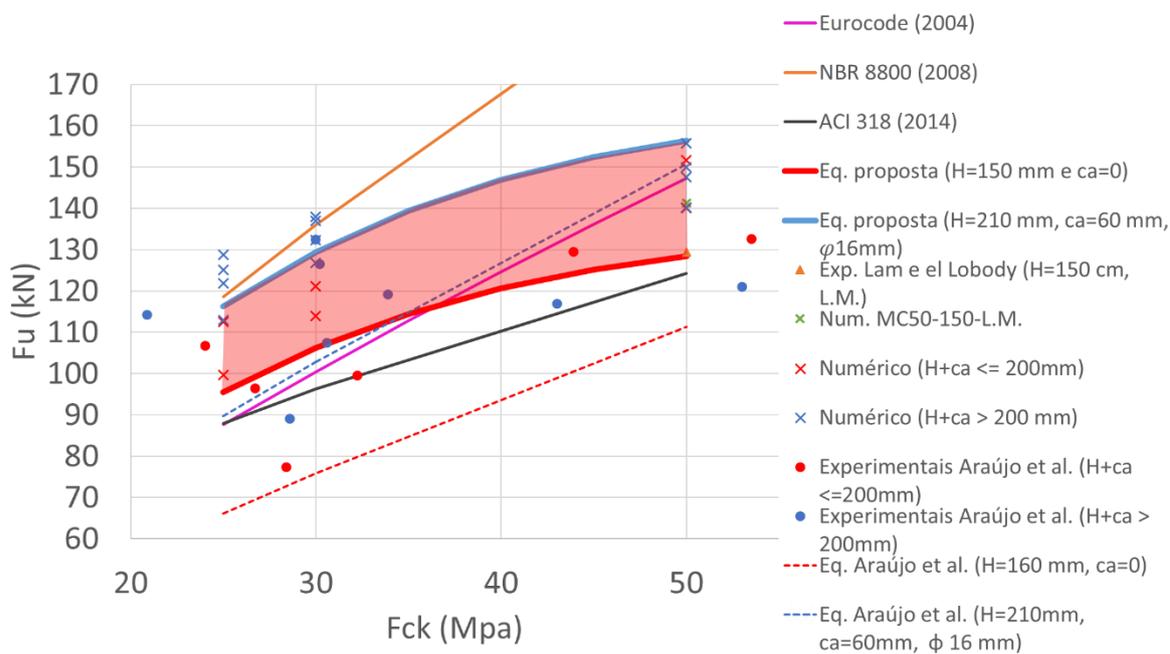
## 9.1 CONFRONTAÇÃO DA EQUAÇÃO PROPOSTA COM EQUAÇÕES NORMATIVAS E DA LITERATURA

Foi realizada uma análise comparativa entre a equação proposta deste estudo e as equações das normas: equação (2.5) da NBR 8800 (2008), equação (2.7) da EUROCODE (2004) e a equação (2.9) da ACI 318 (2014). Foi também incluído na comparação a equação (3.6) proposta de Araújo et al. (2016) para dois modelos: o primeiro, com menor resistência, considerando uma altura total ( $H+ca$ ) para a laje de 160 mm, sem armadura, e o segundo, de maior capacidade, com uma altura total ( $H+ca$ ) para a laje de 270 mm, com armadura de 16 mm. Foram criadas também duas curvas produzidas pela equação 9.1, onde a primeira representa o modelo teórico com menor resistência, com painel

alveolar de 150 mm e a segunda representa o modelo teórico com maior resistência, onde todos os parâmetros assumem seus valores máximos.

Todo esse estudo comparativo pode ser visualizado na Figura 9.1, onde são confrontadas todas as curvas geradas pelas equações citadas neste capítulo, sem a consideração do coeficiente parcial de segurança em todas elas, onde o eixo vertical representa a capacidade última por conector ( $F_u$ ) do modelo, e o eixo horizontal representa a resistência característica à compressão do concreto ( $F_{ck}$ ). Além disso, há marcações de todos os valores de capacidade máxima dos modelos numéricos deste estudo, além dos valores de  $F_u$  dos ensaios experimentais de Araújo et al. (2016) e de Lam e El Lobody (2005).

**Figura 9.1 – Comparativo de equações e de valores numéricos e experimentais**



Observa-se que a equação 2.5 da NBR 8800 (2008) aparenta ter superestimado a previsão da capacidade de ligação aço-concreto. A equação 2.7 da EUROCODE (2004) acompanhou na mesma proporção a inclinação da curva gerada pela equação 3.14 de Araújo et al. (2016), porém, a equação de Araújo et al. (2016) demonstrou grande variação devido à altura total da laje.

A inclinação da curva da equação 2.9 da ACI 318 (2014) demonstrou uma certa proximidade com a inclinação da curva proporcionada pela equação 9.1 deste trabalho,

porém, permitindo capacidades menores de resistência, além de não apresentar nenhuma variação devido à altura da laje ou à inclusão de armadura transversal.

A curva logarítmica gerada pela equação 9.1 abrangeu de forma segura a ruptura no concreto dos modelos numéricos, apontando uma versatilidade considerável por causa das variáveis aplicadas neste estudo. Percebe-se que alguns modelos experimentais de Araújo et al. (2016) romperam acima da curva analítica proposta, todavia, outros romperam abaixo. É importante destacar que a maioria dos modelos experimentais de Araújo et al. (2016) com  $F_{ck}$  acima de 50 Mpa, romperam no conector, com resistências entre 120 à 130 kN. Reforça-se também que, tanto o modelo de laje maciça de Lam e El Lobody (2005), como sua validação numérica, expostos na Figura 9.1, romperam no conector.

Na simulação numérica, todos os modelos de lajes alveolares que utilizaram concreto de classe C50 romperam no concreto com uma média de, aproximadamente, 144,08 kN, com um desvio padrão de 2,89 kN. Isso reforça uma influência pouco significativa das propriedades da laje na ruptura quando advém do conector, dependendo principalmente das propriedades do aço e da altura do conector.

## 10 CONCLUSÃO

Foram apresentadas ações metodológicas para um estudo numérico de conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça para vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares. Através de informações relevantes contidas na literatura, abordou-se relações constitutivas para representar o comportamento dos materiais da forma mais real possível. Assim como as considerações para contato entre as superfícies dos materiais.

A partir da construção de um modelo numérico no *software* ABAQUS, buscou-se a validação do comportamento do conector de cisalhamento e da propagação de fissuras no concreto, através de ensaios *push-out* da literatura.

Concluiu-se que os modelos constitutivos adotados neste trabalho foram satisfatórios, porém, com algumas ressalvas. Foram obtidos resultados aceitáveis na validação do modelo quanto ao comportamento do conector de cisalhamento e a propagação de fissuras no concreto, principalmente nos modos de ruptura. As curvas de deslizamento da ligação e deformação dos conectores dos modelos numéricos se comportaram de maneira equivalente aos ensaios experimentais, porém com algumas variações nos valores de ruptura.

Por mais difícil que seja simular o comportamento do concreto, devido às múltiplas variáveis que comprometem seu desempenho real, o modelo de CDP adotado para o material apresentou resultados satisfatórios em relação à direção do caminhamento das fissuras, conforme já observado na literatura. Entretanto foi complexo avaliar o instante exato em que ocorre a ruptura no modelo pelo concreto, justamente por estas múltiplas variáveis que podem dificultar a análise. Elas podem ser derivadas dos ensaios experimentais, ou do próprio modelo numérico.

Há inúmeras variáveis que podem justificar estas diferenças. Nos ensaios experimentais, estas variáveis podem ser devido à anisotropia e heterogeneidade do material, bem como os efeitos de fluência e alterações nas relações água/cimento e agregado/cimento dentro do concreto, que geram incertezas nos resultados. Quanto as variáveis do modelo numérico, um dos principais efeitos que causam grandes variações nos resultados são os modelos constitutivos adotados e o método utilizado para o contato entre as superfícies dos materiais. Dependendo dessas considerações mencionadas, pode ocorrer alterações no efeito de confinamento do concreto.

A partir da validação numérica, foram criados 27 modelos para avaliar a influência das variáveis estabelecidas neste trabalho. Assim como já foi concluído em trabalhos anteriores, chegou-se à conclusão que a classe do concreto influencia de forma significativa o comportamento da ligação, porém, com uma proporção exponencial, onde os modelos de classe C25 representaram, em média, cerca de 79,10% da capacidade de resistência da ligação dos modelos com concreto C50, e os modelos com concreto C30 foram equivalentes, em média, à 86,89% da capacidade dos modelos com concreto C50.

A altura do capeamento estrutural tem um papel importante na resistência ao cisalhamento da ligação, podendo ter um acréscimo de, em média, até 12,31 % quando utiliza-se capeamento de 60 mm. Bem como a altura do painel alveolar, que chegou a aumentar, em média, cerca de 3,26% quando a altura do painel passou de 160 mm para 210 mm.

Ao final do trabalho foi proposta uma nova equação numérica, que, partindo de equações da literatura, inclui quatro novos parâmetros para representar as defasagens geradas pelas variáveis aplicadas neste estudo. A equação proposta apresentou uma oscilação menor do que a equação de Araújo et al. (2016), além disso, a inclinação da curva gerada pela equação proposta foi semelhante à inclinação da curva da equação da ACI 318 (2014), porém, com maior flexibilidade na previsão do comportamento do conector.

## 10.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

São sugeridos alguns tópicos para trabalhos futuros:

- Realização de um estudo experimental de ensaios *push-out* com diferentes propriedades de solda, para avaliar a influência da solda e a qualidade de sua aplicação no comportamento da ligação aço-concreto;
- Elaborar um novo estudo numérico com outro modelo constitutivo para tentar aproximar o comportamento não linear do concreto com o experimental;
- Realizar um estudo empírico para avaliar a influência de armadura longitudinal rente ao conector de cisalhamento;

- Através do método XFEM, avaliar o direcionamento mais preciso das fissuras geradas pelo cisalhamento em vigas mistas aço-concreto com lajes alveolares

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - ACI. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary**. 1. Publisher: ACI Standard. 2014. Farmington Hills. 524p.

AGUIAR, O. P. **Estudo do Comportamento de Conectores Crestbond em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto**. 2015, 129f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

AHMED G. A., HASSAN H. EL-ESNAWI, SABRYFAYED. Numerical Investigation of RC Exterior Beam Colum Connections under Monotonic Loads. **Journal of Mechanical and Civil Engineering**. V. 13, p60-67, 2016.

AISC – AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION - AISC. **Specification for structural steel buildings, ANSI/AISC 360-05**. Chicago (IL): Publisher: American Institute of Steel Construction. 2005.Chicago. 460p.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION - AISC. **Load and resistance factor design specification for structural steel buildings**, 1999. Chicago.

AMERICAN WELDING SOCIETY - AWS D1.1. **Standard Welding Terms and Definitions: AWS**. 2000. Miami.

ARAÚJO, D. L. **Cisalhamento entre viga e laje pré-moldadas ligadas mediante nichos preenchidos com concreto de alto desempenho**. 2002, 319p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

ARAÚJO, D. L. **Cisalhamento na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local em elementos submetidos à flexão**. 1997, 208p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

ARAÚJO, D. L.; SALES, M. W. R.; DE PAULO, S, M; DEBS, A. L. H. C. E. Headed steel stud connectors for composite steel beams with precast hollow-core slabs with structural topping. **Engineering Structures**, v107: p135-150. 2016

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6118: **Projeto de Estruturas de Concreto** - Procedimentos. Rio de Janeiro, 2014, 221p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008, 247 p.

BARENBLATT, G. I. The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture. **Advances in Applied Mechanics**, vol. VII, *Academic Press*, pp. 55-129, 1962.

BELYTSCHKO, T., & BLACK, T. Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 45, pp. 601-620, 1999

BRO, M e WESTBERG, M. **Influence of fatigue on headed stud connectors in composite bridges**. 2004.152p. Master's thesis - Department of Civil and Environmental Engineering Division of Steel Structures, Lulea.

BS5950, **Part 3, Structural Use of Steelwork in Building** – Design in Composite Construction, British Standards Institution, London, 1990.

CASTILHO, V. C. **Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéricos**. 2003. 283p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CECÍLIO, Diogo Lira. **Modelagem e simulação elastoplástica em elementos finitos**. 2011. 68 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, SP.

CHAPMAN, J. C. Composite construction in steel and concrete: behavior of composite beams. **The Structural Engineer**, v. 42, n. 4, p. 115 – 125, 1964

CHAUDHARI. S.V. CHAKRABARTI M.A. Modeling of concrete for nonlinear analysis Using Finite Element Code ABAQUS, **International Journal of Computer Applications** (0975 – 8887) Volume 44– No.7, April 2012

CHAVES, I. A. **Viga mista de aço e concreto constituída por perfil formado a frio preenchido**. 2009, 122p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)-Universidade de São Paulo, São Carlos.

CHEN, W.F.; HAN, D.J. **Plasticity for structural engineers**. 2ª edição. New York: Springer Verlag, 1988.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, **CEB-FIP Model Code 1990** Thomas Telford Services Ltd., London, Great Britain, 1993.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, **CEB-FIP Model Code 2010**. First complete draft, Lausanne, Switzerland, 2010.

CONTE, S. D. e BOOR, C. **Elementary numerical analysis – An algorithmic approach**, 3a ed., McGraw-Hill. 1980.

DA COSTA, O. O. **Avaliação de desempenho de elementos de lajes alveolares protendidas pré-fabricadas**. 2009. 132f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

DA SILVA P. A. B. V. **Uma Implementação do Método Estendido dos Elementos Finitos para Análise de Propagação de Fraturas Bidimensionais**. 2015, 105f.

Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, Rio de Janeiro.

De SOUZA, D. A. Estruturas mistas de aço e concreto. **56º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO**, Natal-RN, 2014.

DOS SANTOS, F. L. e SOUSA, J. L. A. O. Determinação de parâmetros de um modelo visco-coesivo de fratura por análise inversa. **Rev. IBRACON Estrut. Mater.** [online]. vol.8, n.5, pp.669-706. ISSN 1983-4195. 2015

DUGDALE, D. S. Yielding in Steel Sheets Containing Slits. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, vol. 8, pp. 100-104, 1960.

EARLS, C. J. Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 51, p.147-175, 1999.

EUROCODE – EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 4. **Design of composite steel and concrete structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings.** EN 2001. Bruxelles. 2004.

FERRARI, G. A. **Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas alveolares mistas de aço e concreto.** 2013. 125f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

FRANÇA, V.H. **Aderência Aço-Concreto – Uma análise do comportamento do concreto fabricado com resíduos de borracha,** 2004, 144p. Dissertação de mestrado - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira.

FURCHE, J; ELIGEHAUSEN, R. **Lateral Blow-Out Failure of Headed Studs Near a Free Edge,** Anchors in Concrete-Design and Behavior, SP-130, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., 235-252. 1991

GILBERT, R., & WARNER, R. Tension stiffening in reinforced concrete slabs. **Journal of the Structural Division**, 104(12), 1885-1900. 1978

GIRHAMMAR, U.A. Design Principles for Simply Supported Prestressed Hollow Core Slabs. **Struct. Engrg. Rev.**, Oxford, England, v4, n4, p301-316, 1992.

GUEZOULI, S; LACHAL, A. Numerical analysis of frictional contact effects in push-out tests. **Engineering Structures**, Elsevier, pp.39-50, 2012.

HANIF, M. U; IBRAHIM, Z; JAMEEL, M. GHAEDI, K; ASLAM, M. A new approach to estimate damage in concrete beams using non-linearity, **Construction and Building Materials.** v.124. p.1081–1089. 2016

HE, J; LIU, Y.; CHEN, A; YODA, T. Experimental study on inelastic mechanical behaviour of composite girders under hogging moment. **Journal of Constructional Steel Research:** 66, p. 37-52, 2010.

HILLERBORG, A., MODEER, M. & PETERSSON, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, 6, p. 773–782, 1976.

JANKOWIAK, T. & LODYGOWSKI, T. Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model. **Foundation of Civil and Environmental Engineering**, 6, p. 53–69, 2006.

JOHNSON, R.P. **Beams, slabs, columns, and frames for buildings**. 2.ed. Blackwell Scientific Publications. v.1. 1994.

KMIECIK, P. & KAMINSKI, M. Modeling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, 11 (3), 2011.

KOTINDA, T. I. **Modelagem numérica de vigas mistas de aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje -viga**. 2006. 121 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia de Estruturas EESC-USP, Universidade de São Paulo, São Carlos.

KVETON J. E ELIÁŠ J. Identification of Material Parameters for Nonlocal Model of Concrete Fracture. **20 Th International Conference Engineering Mechanics**. Svatka, Czech Republic, 12 – 15. 2014.

LACERDA, B. M. **Estudo numérico e experimental do comportamento de painéis duplos treliçados preenchidos com concreto moldado no local**. 2013. 181p. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

LAM D; ELLIOTT, K.S; NETHERCOT D.A. Designing composite steel beams with precast concrete hollow core slabs. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings**: 140: 139–49. 2000b

LAM D; ELLIOTT, K.S; NETHERCOT, D.A. Experiments on composite steel beams with precast concrete hollow core floor slabs. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**: 140(May): 127–38. 2000a

LAM, D. Capacities of headed stud shear connectors in composite steel beams with precast hollow core slabs. **Journal of Constructional Steel Research**. v.63, n. 9, p. 1160–1174, 2007.

LAM, D. AND EL-LOBODY, E. Behaviour of Headed Stud Shear Connectors in Composite Beam. **Journal of Structural Engineering**. v. 131, n 1, p. 96-107, 2005.

LAMEIRAS, C. R. L. **Estudo de nós soldados tipo k de treliças planas constituídas por seções tubulares circulares de aço**. 2008. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte

LAZZARI, P. M. A. CAMPOS FILHO; F. P. S. L. GASTAL; R. A. BARBIERI; R. C. SCHWINGEL. Automation of the evaluation of bonded and unbonded prestressed concrete beams, according to brazilian and french code specifications. **Rev. IBRACON Estrut. Mater.** vol.6, n.1, pp.13-54. 2013

LEE, J. & FENVES, G.L., Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. **Journal of Engineering Mechanics**, 124(8), p. 892–900, 1998.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado.** v.1. Rio de Janeiro, Interciência, 1977.

LIMA, Y.D.C. e De SOUZA, A.S.C. Análise comparativa de soluções de lajes para edifícios estruturados em aço. **CONSTRUMETAL 2010 – CONGRESSO LATINO-AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA**, São Paulo, 2010

LOPES, S. R. X. **Comportamento Não-Linear e Instabilidade de Membranas e Cascas Hiperelásticas.** 2003. 180f. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio, Rio de Janeiro.

LUBLINER, J. J; OLIVER, S; OLLER; E; ONATEA. plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, 25(3), 1988.

MALITE, M. **Análise do comportamento estrutural de vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis de chapa dobrada.** 1993. 253p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MALITE, M. **Sobre o cálculo de vigas mistas aço-concreto: Ênfase em edifícios.** 1990, 144p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Universidade de São Paulo, São Carlos.

MACMACKIN, P. J., SLUTTER, R. G., and FISHER, J. W. **Headed steel anchor under combined loading.** *Eng. J.*, 2Q, 43–53, 1973.

MAHRAN. U. M. Theoretical Study For Bond Between Reinforcement Steel And Concrete. **International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR)** (2013) Volume 12, No 1, pp 93-102

MEJÍA, I. E. O. **Modelo numérico para o estudo do comportamento de dutos enterrados.** 2003. 81f. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio, Rio de Janeiro.

MENDONÇA, A.V. **Estudo de estruturas compostas por lâminas planas de espessuras constantes: uma abordagem pelo método dos elementos de contorno.** 2002, 296p. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MENZIES, J. B. CP 117 and shear connectors in steel-concrete composite beams made with normal-density or lightweight concrete. **Struct. Eng.:** 49(3),137–153. 1971

METWALLY, I. M. Three-dimensional nonlinear finite element analysis of concrete deep beam reinforced with GFRP bars. **HBRC Journal** 13, 25–38, 2017.

MICHAL, S; ANDRZEJ, W. Calibration of the CDP model parameters in Abaqus. **The 2015 World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM15)**, Incheon, Korea, 2015.

MIRANDA, J. H. et al. Aplicação de métodos numéricos para estimativa de variáveis psicrométricas. **Eng. Agríc.** [online]. vol.26, n.3, pp.686-694, 2006.

MOURA, L. A. **Avaliação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas casteladas com diferentes modelos de reforço longitudinal.** 2016. 113f. Dissertação de Mestrado – Programa de pós-graduação em engenharia civil, Universidade Estadual de Maringá, Maringá.

NAYAL, R., & RASHEED, H.A. Tension Stiffening Model for Concrete Beams Reinforced with Steel and FRP Bars. **Journal of Materials in Civil Engineering**, 18(6), 831-841. 2006.

OEHLERS, D. J.; BRADFORD, M. A. **Composite Steel and Concrete Structural Members.** 1ed, New York, Elsevier Science Ltd. 1995.

OEHLERS, D.J. Splitting induced by shear connectors in composite beams. **Journal of Structural Engineering**, v.115, p.341-362. 1989

OEHLERS, D.J. Stud shear connectors for composite beams.. **Journal of Structural Engineering**, 1980. 100p. PhD thesis, University of Warwick., Coventry.

OLIVEIRA FILHO, J. **Estudo teórico-experimental da influência das cargas cíclicas na rigidez de vigas de concreto armado.** 2005. 218p. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, São Carlos

OLLGAARD JG, SLUTTER RG, FISHER JW. Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-weight concrete. **AISC Eng J.** v.8(2), p.55–64. 1971.

OTHMAN, H; MARZOUK, H. Applicability of damage plasticity constitutive model for ultra-high performance fibre-reinforced concrete under impact loads. **International Journal of Impact Engineering.** v.114. p 20–31. 2017.

PAJARI, M. Resistance of Prestressed Hollow Core Slabs Against Web Shear Failure. **VTT Technical Research Centre of Finland.** Research Notes 2292,1995.

PALATNIK, S. **Ensino a distância de estruturas de aço.** 194p. Dissertação (Mestrado em Arquitetura e Urbanismo) – Universidade São Judas Tadeu, São Paulo – SP. 2011.

PATHIRANA, S. W; UY, B; MIRZA, O; ZHU, X. Flexural behaviour of composite steel– concrete beams utilising blind bolt shear connectors. **Engineering Structures**, Volume 114, p. 181– 194. 2016

PETRUCELLI, N. S. **Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas.** 2009. 106p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

PRAKASH A., ANANDAVALLI N., MADHESWARAN C.K., RAJASANKAR J., LAKSHMANAN N. Three dimensional FE model of stud connected steel-concrete composite girders subjected to monotonic loading. **International Journal of Mechanics and Applications.**1(1): 1-11. 2011

QUEIROZ, W. R. L. **projeto de um equipamento de fadiga para caracterização do dano em telhas de aço devido à ação do vento aplicando correlação digital de imagens e modelagem computacional.** 2013. 134f. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; MARTINS. L. A G. Instituto Aço Brasil Centro Brasileiro da Construção em Aço. **Estruturas mistas vol. 1:** manual técnico. Rio de Janeiro. 2012. 68 p.

RETTNE, L.; EDEKLING, K. **Improved Design Method for Web Shear Tension Failure in Hollow Core Units.** 2006. 153f. Master's Thesis - Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.

RIGHETTO, G. L. **Simulação hidromecânica de reativação de falhas em reservatórios de petróleo: abordagens por interações de contato e plasticidade.** 2012. 220f. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós- Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, Rio de Janeiro.

RISSO, M. A. C. **Resistência ao cisalhamento de ligações de concreto de diferentes idades providas de chumbadores de expansão.** 2008. 151f. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

RODRIGUES, P.F.N. **Ferramentas numéricas para a análise não-linear física e geométrica de estruturas reticuladas na exploração de petróleo offshore.** 2000. 268f. Tese de Doutorado em Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ROTS, J. G. Smear and discrete representations of localized fracture. **Int. J. Fract.,** 51(1), 45–49. 1991.

SALES, M. W. R. **Conector de cisalhamento tipo pino com cabeça para viga mista aço-concreto com laje alveolar.** 2014. 81p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

SARTURI, F.D.M. **Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono.** 2014. 234f. Dissertação de mestrado

apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SHEHATA, I. A. E. M., SHEHATA, L. C. D. e MATTOS, T. S., “Stress-strain curve for the design of high-strength concrete elements”, **Materials and Structures**, v. 33, Aug.-Sep., 2000.

SIMULIA, Dassault Systèmes Corp, “**ABAQUS Documentation v. 6.12**”, RI, USA; 2012

SOUZA, L.A.F. **Análise não linear via elementos finitos de um modelo de vigas para dutos enterrados**. 2005. 135f. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SOUZA, L.A.F. Modelagem por elementos finitos de pórticos considerando as não linearidades física e geométrica. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas** v. 38, n. 1, 2017.

TAHMASEBINIA, F; RANZI, G; ZONA, A. Probabilistic three-dimensional finite element study on composite beams with steel trapezoidal decking. **Journal of Constructional Steel Research**: 80, 394-411. 2013.

TAO Y. e CHEN J. F. Concrete Damage Plasticity Model for Modeling FRP-to-Concrete Bond Behavior. **Journal of Composites for Construction**. 04014026. 1-13. 2015.

TRISTÃO, G. A; MUNIAR NETO, J. Comportamento de conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto com análise da resposta numérica **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 7, n. 23, p. 121-144, 2005.

TRISTÃO, G. A. **Comportamento de conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto com análise da resposta numérica**. 126p. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Universidade de São Paulo, São Carlos.

UGURAL, A.C. **Stresses in plates and shells**. McGraw-Hill.1981

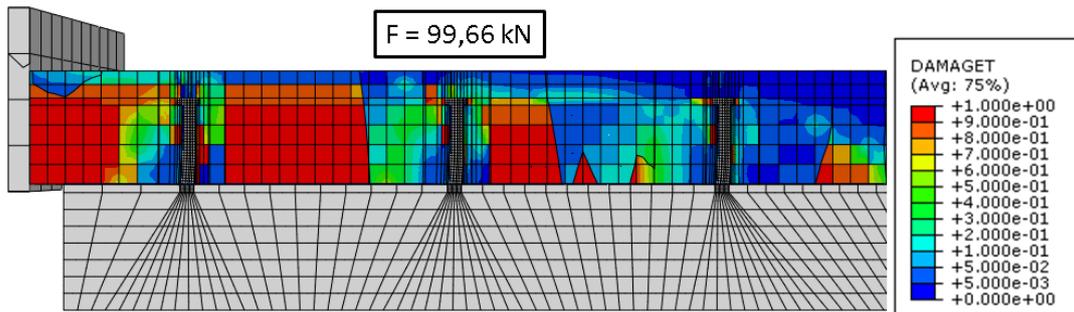
WAHALATHANTRI, B.L.,THAMBIRATNAM, D.P.,CHAN, T.H.T., &FAWZIA, S. A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using ABAQUS. **First International Conference on Engineering, Designing and Developing the Built Environment for Sustainable Wellbeing**, Queensland University of Technology, Queensland University of Technology, Brisbane, Qld, pp. 260-264. 2011.

VIEST, I. M. Investigation of stud shear connectors for composite concrete and steel Tbeams. **Journal of the American Concrete Institute**. v. 27, n. 8, p.875-891,1956.

YANG, L. Design of Prestressed Hollow Core Slabs with Reference to Web Shear Failure. **Journal of Structural Engineering**, v 120, n 9, 1994.

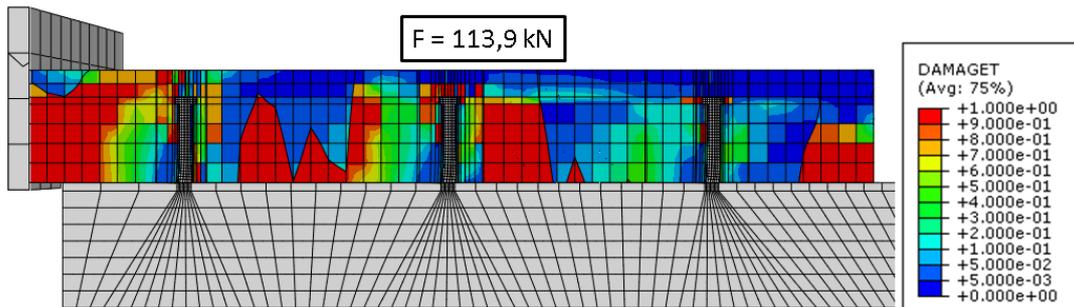
## ANEXO A – Propagação de danos por tração no concreto dos modelos

**Figura A.1 Ruptura no modelo MC25-160-sca-0**



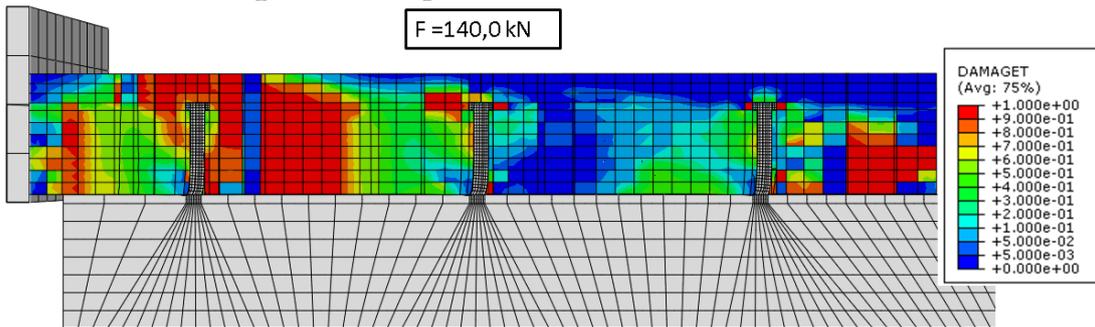
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.2 Ruptura no modelo MC30-160-sca-0**



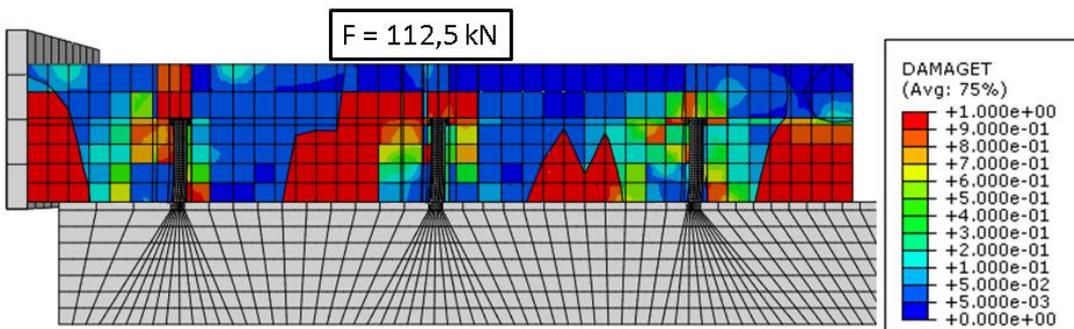
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.3 Ruptura no modelo MC50-160-sca-0**



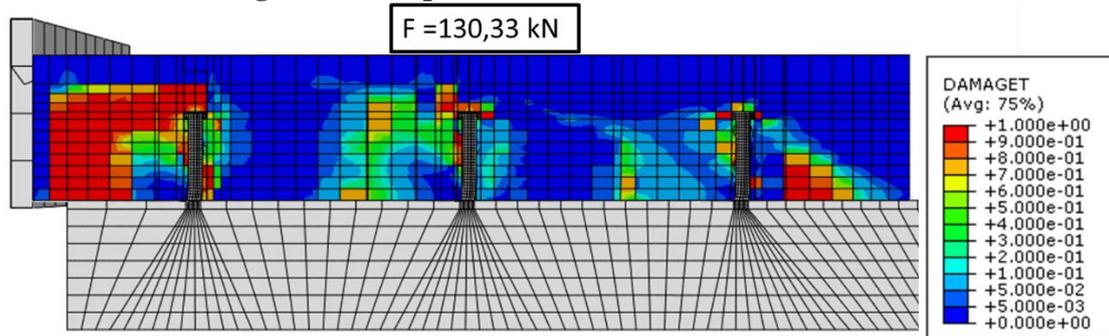
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.4 Ruptura no modelo MC25-160-ca40-0**



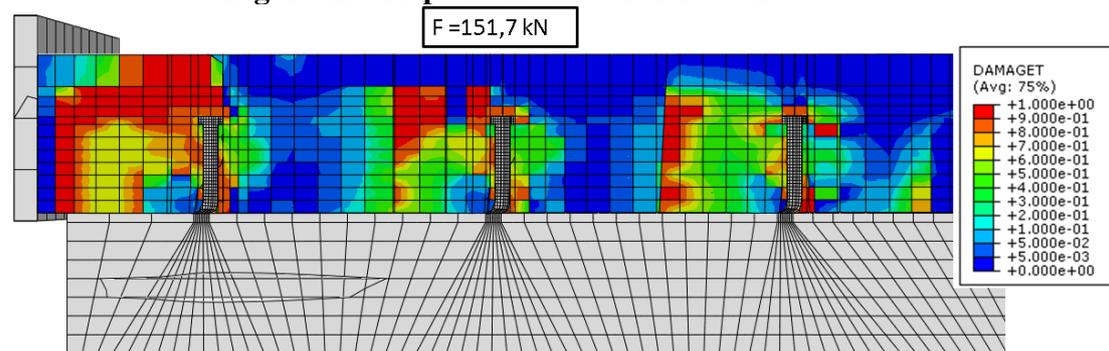
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.5 Ruptura no modelo MC30-160-ca40-0**



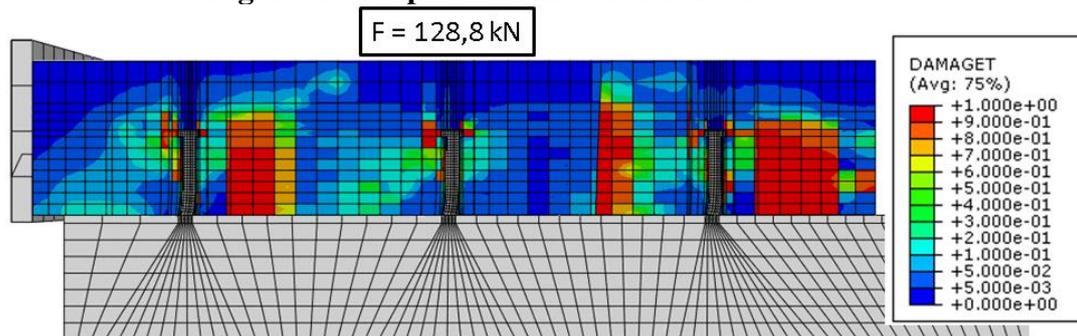
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.6 Ruptura no modelo MC50-160-ca40-0**



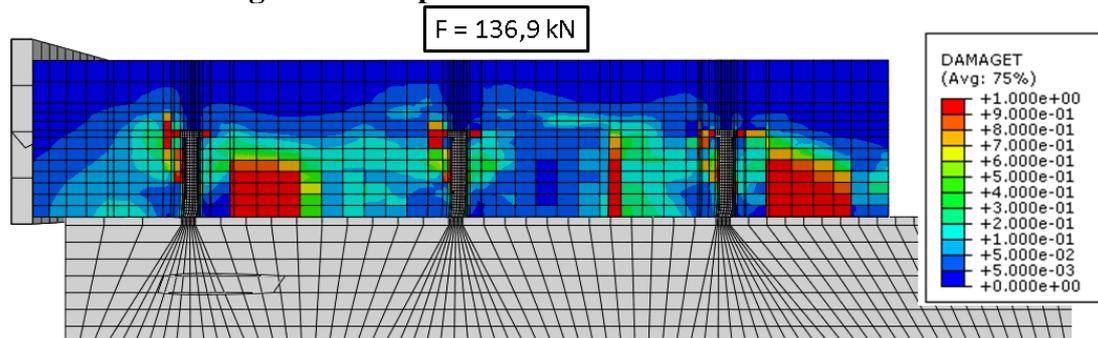
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.7 Ruptura no modelo MC25-160-ca60-0**



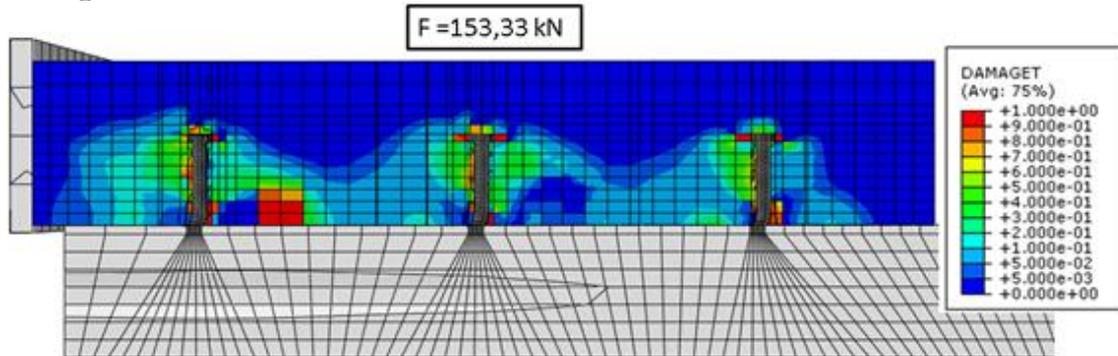
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.8 Ruptura no modelo MC30-160-ca60-0**



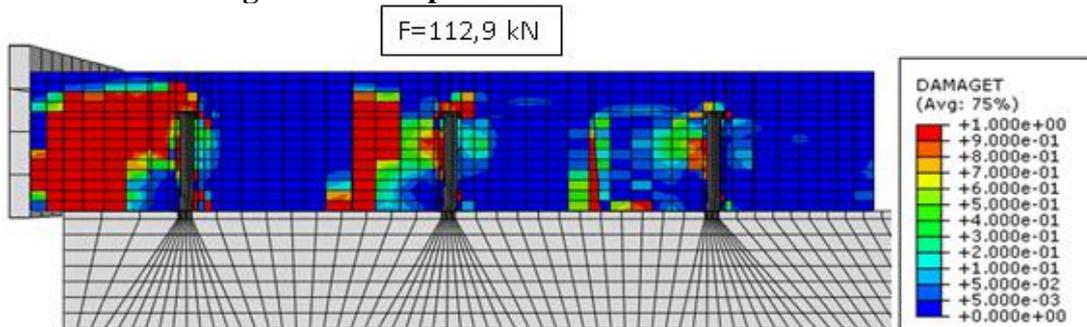
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.9 Estado máximo de danos analisado no modelo MC50-160-ca60-0**



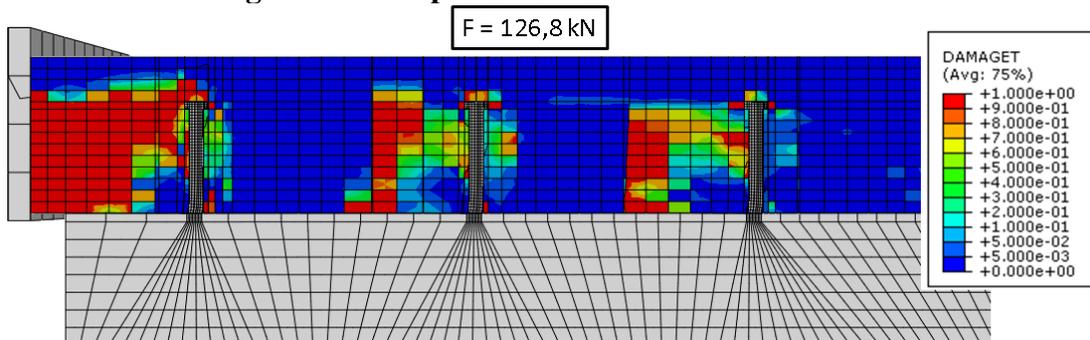
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.10 Ruptura no modelo MC25-210-sca-0**



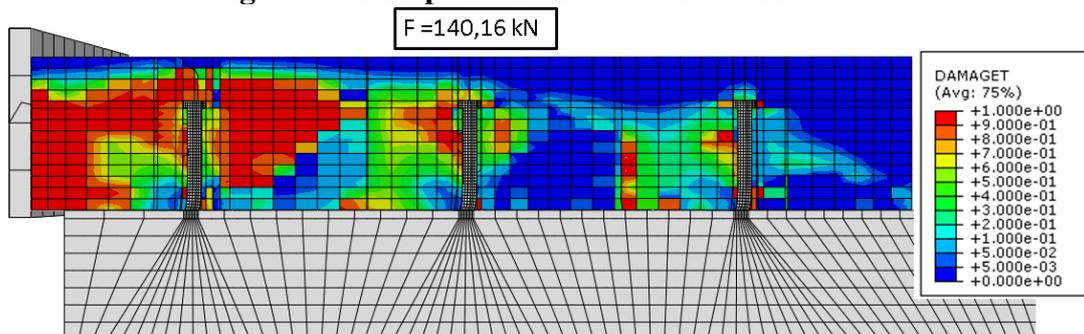
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.11 Ruptura no modelo MC30-210-sca-0**



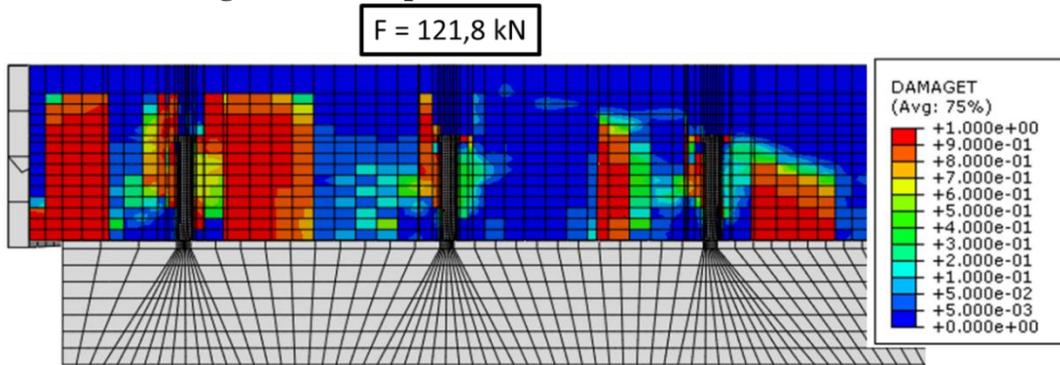
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.12 Ruptura no modelo MC50-210-sca-0**



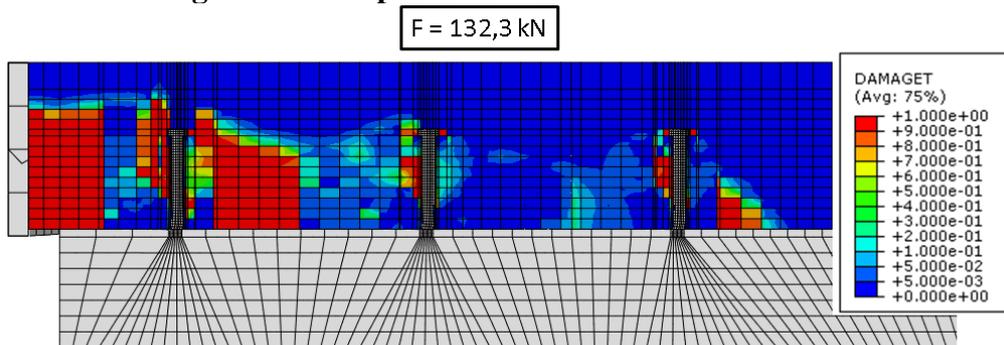
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.13 Ruptura no modelo MC25-210-ca40-0**



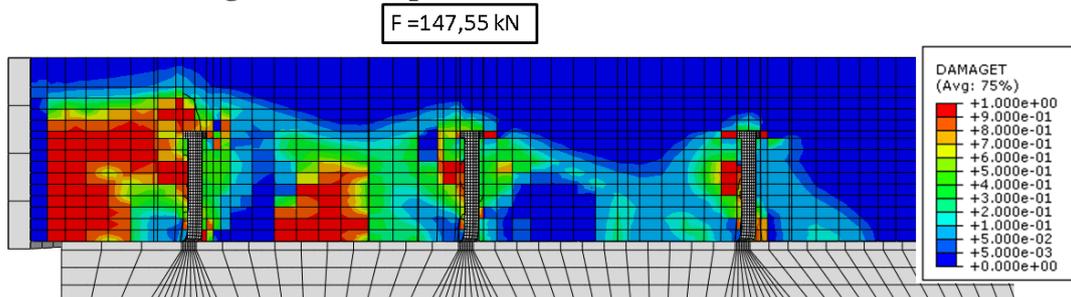
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.14 Ruptura no modelo MC30-210-ca40-0**



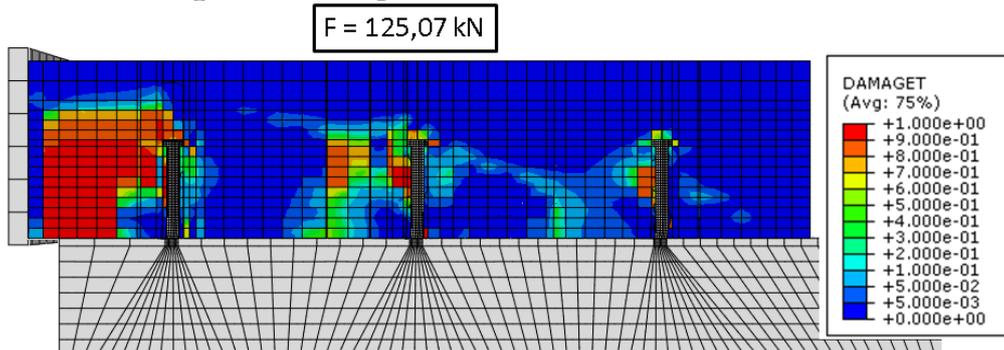
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.15 Ruptura no modelo MC50-210-ca40-0**



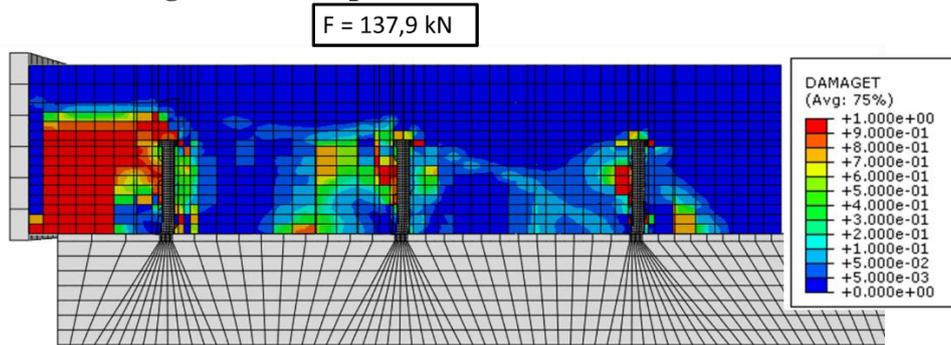
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.16 Ruptura no modelo MC25-210-ca60-0**



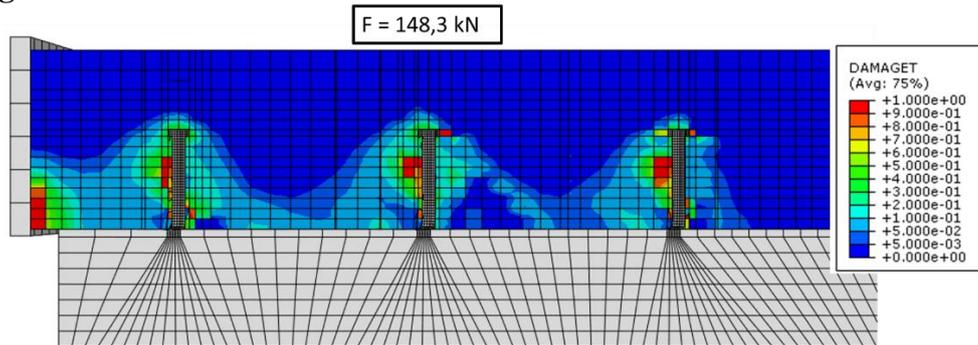
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.17 Ruptura no modelo MC30-210-ca60-0**



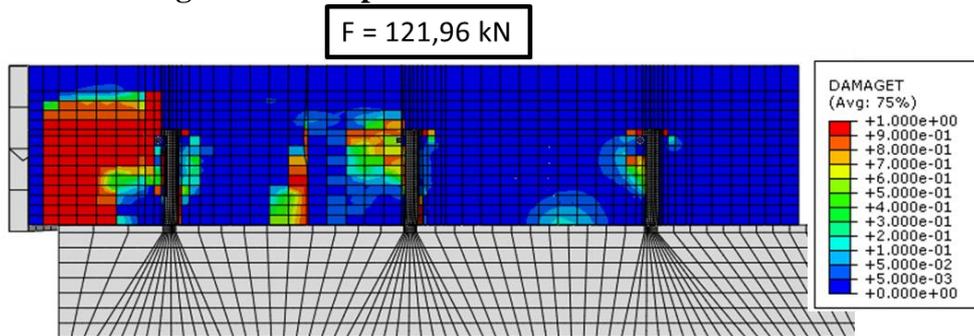
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.18 Estado máximo de danos analisado no modelo MC50-210-ca60-0**



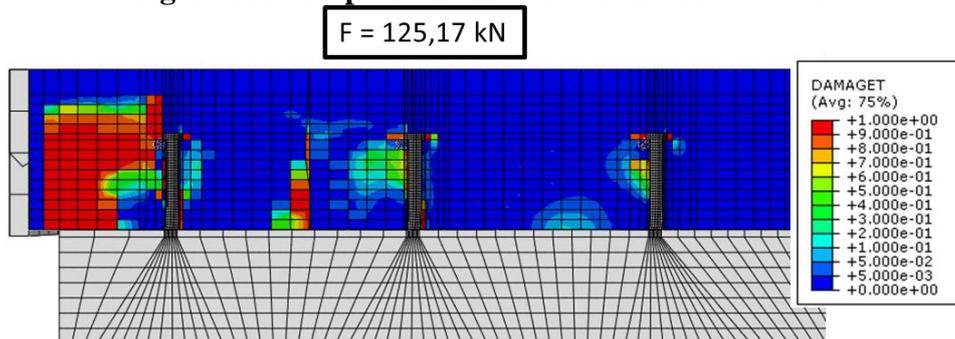
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.19 Ruptura no modelo MC25-210-ca40-8**



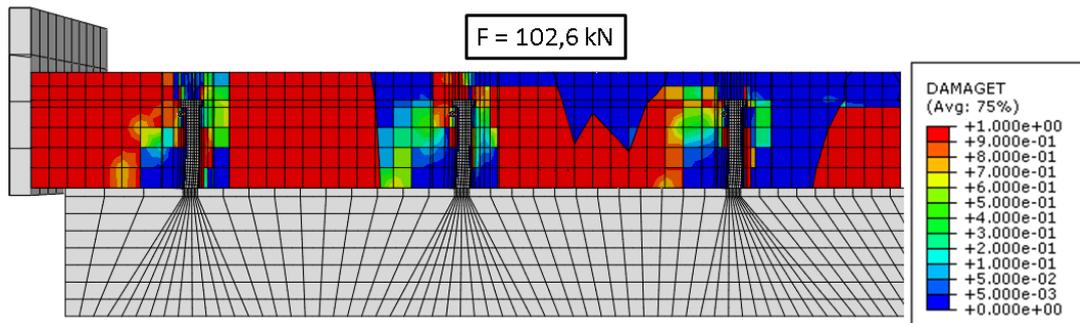
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.20 Ruptura no modelo MC25-210-ca40-16**



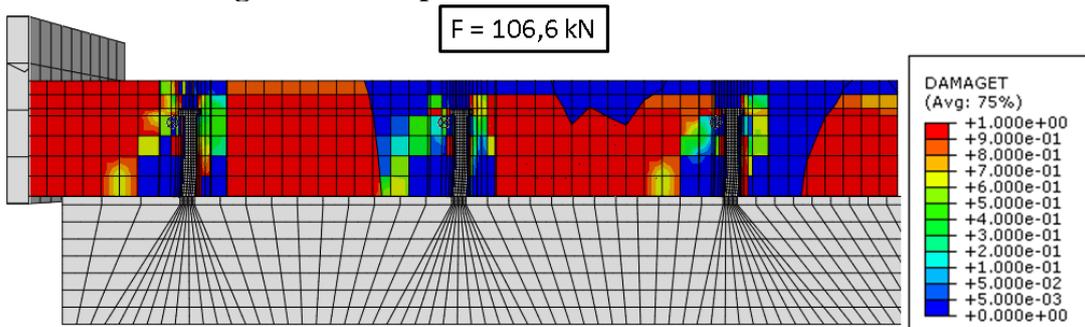
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.21 Ruptura no modelo MC25-160-sca-8**



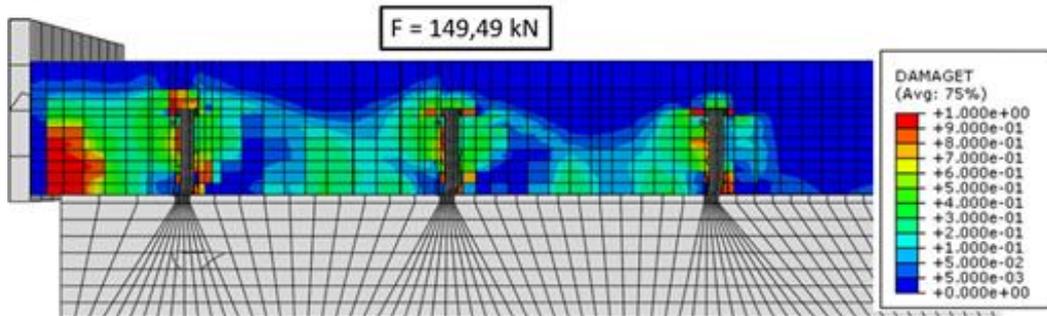
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.22 Ruptura no modelo MC25-160-sca-16**



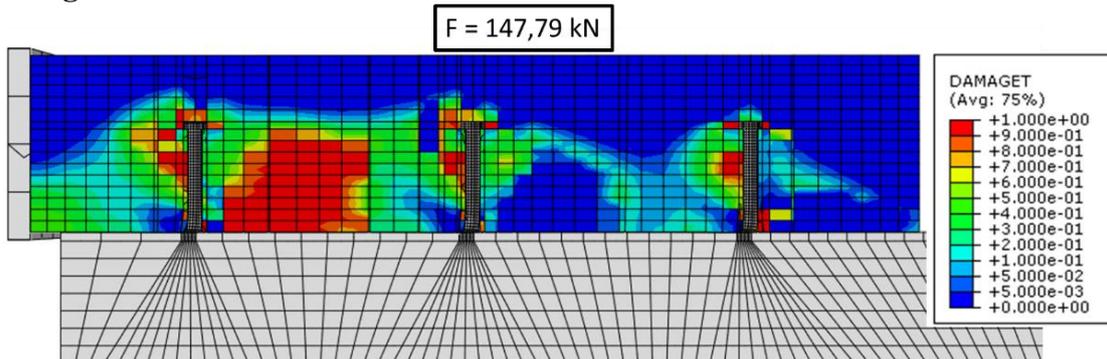
Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.23 Estado máximo de danos analisado no modelo MC50-150-ca40-10**

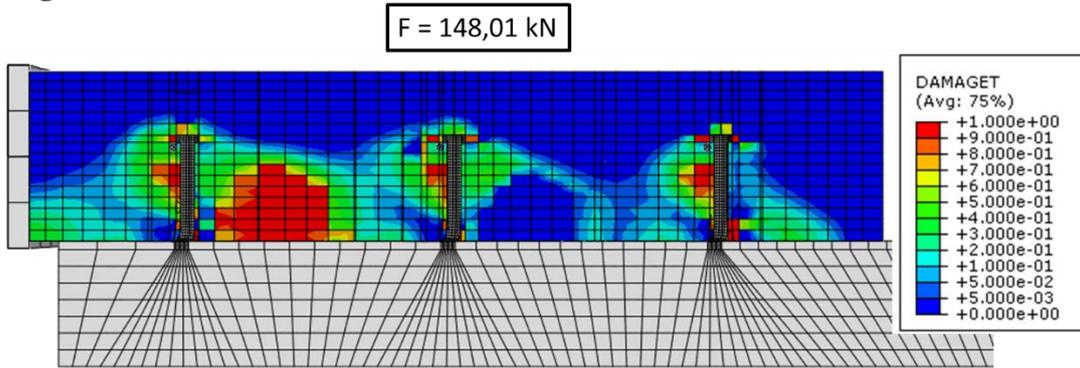


Fonte: Do autor (2019)

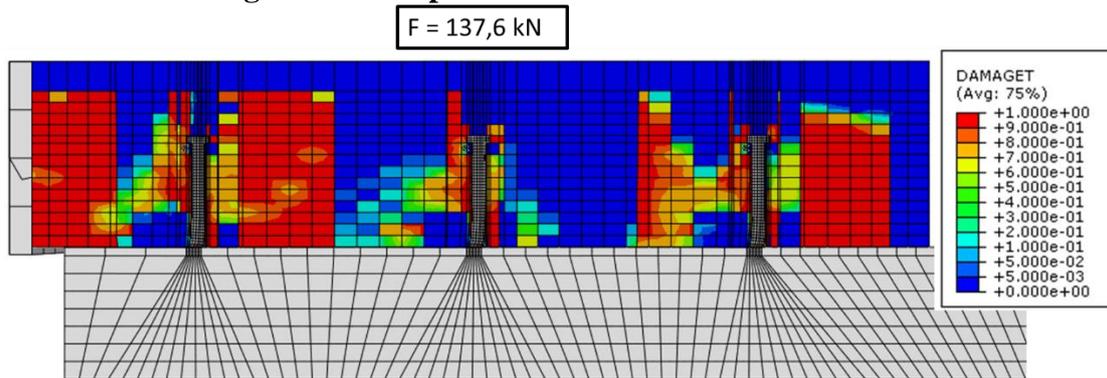
**Figura A.24 Estado máximo de danos analisado no modelo MC50-200-ca40-0**



Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.25 Estado máximo de danos analisado no modelo MC50-200-ca40-10**

Fonte: Do autor (2019)

**Figura A.26 Ruptura no modelo MC30-210-ca40-8**

Fonte: Do autor (2019)

## ANEXO B – EQUAÇÕES DE LAM et al. (2000b)

	Condições	Equações
Largura Efetiva	NDA	$b_{eff} = \frac{\int_{b_1}^{b_r} \sigma_x dx}{\sigma_{max}} \quad (3.1)$
Capac. do conec. de cisal.	NDA	$P_{RD} = 0.29\alpha\beta\lambda d^2 \sqrt{(\omega f_{cp} E_{cp})/\gamma_V} \quad (3.2)$
Força de cisal. entre laje pré-mold. / conc. de preen.	NDA	$v_u = (1.6A_s f_y + 0.66f_{ct} L_s) / \gamma_m \quad (3.3)$
Força de cisa. long. total por uni. de compr.	NDA	$P_{RD} / s \quad (3.4)$

Fonte – LAM et al. (2000b) - Adaptado

Em que:

$b_{eff}$  = Largura efetiva da laje de concreto;

$b_r$  = Metade a direita da largura efetiva da laje;

$b_1$  = Metade a esquerda da largura efetiva da laje;

$\sigma_x$  = Tensão longitudinal;

$\sigma_{max}$  = Tensão longitudinal máxima;

$P_{RD}$  = Capacidade máxima do conector de cisalhamento;

$\alpha = 0,2(h/d + 1) < 1$ ;

$\beta = 0,5 (g/71 + 1) < 1,0$ : coeficiente que leva em consideração a largura da junta longitudinal ( $g \geq 30$  mm);

$\lambda = 0,5 (\phi/20 + 1) < 1,0$ : coeficiente que leva em consideração a armadura transversal ao conector, sendo a armadura transversal com diâmetro superior a 8 mm;

$\omega$  = Largura da laje alveolar;

$f_{cp}$  = Resistência média a compressão do concreto de preenchimento multiplicado por 0,8;

$E_{cp}$  = Valor médio do módulo de elasticidade do concreto de preenchimento;

$h$  = Altura do conector;

$d$  = Diâmetro do conector de cisalhamento;

$\gamma_v$  = Coeficiente parcial de segurança;

$v_u$  = Força de cisalhamento entre a laje alveolar e o concreto de preenchimento;

$A_s$  = Área da seção da armadura transversal;

$f_y$  = Tensão de escoamento da armadura transversal;

$f_{ct}$  = Resistência a tração do concreto;

$L_s$  = Comprimento onde a força de cisalhamento está atuando;

$\gamma_m$  = Coeficiente parcial de segurança;