

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ANDRÉ VITOR BENEDITO

**ESTUDO NUMÉRICO DA MUDANÇA DO PADRÃO DE FALHA EM  
VIGAS DE CONCRETO PELA VARIAÇÃO DO VOLUME DE FIBRAS**

MARINGÁ

2023



**ANDRÉ VITOR BENEDITO**

**ESTUDO NUMÉRICO DA MUDANÇA DO PADRÃO DE FALHA EM  
VIGAS DE CONCRETO PELA VARIAÇÃO DO VOLUME DE FIBRAS**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Discente: André Vitor Benedito

Orientador: Prof. Dr. Leandro Vannali

Coorientador: Prof. Dr. Pablo Augusto Krahl

**MARINGÁ**

**2023**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

B463e

Benedito, Andre Vitor

Estudo numérico da mudança do padrão de falha em vigas de concreto variação do volume de fibras / Andre Vitor Benedito. -- Maringá, PR, 2023.  
140 f.: il. color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Vanalli.

Coorientador: Prof. Dr. Pablo Augusto Krahl.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2023.

1. Vigas de concreto. 2. Concreto reforçado com fibras. 3. Vigas - Análise numérica. 4. Viga sem estribo. 5. Propriedades aleatórias. I. Vanalli, Leandro, orient. II. Krahl, Pablo Augusto, coorient. III. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. IV. Título.

CDD 23.ed. 624.1834

ANDRÉ VITOR BENEDITO

**ESTUDO NUMÉRICO DA MUDANÇA DO PADRÃO DE FALHA EM VIGAS  
DE CONCRETO PELA VARIAÇÃO DO VOLUME DE FIBRAS**

Dissertação de Mestrado apresentada no dia 03/03/2023, julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final, como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

**BANCA EXAMINADORA**

LEANDRO

VANALLI:929

47263987

Assinado de forma  
digital por LEANDRO  
VANALLI:92947263987  
Dados: 2023.03.08  
16:13:20 -03'00'

**Prof. Dr. Leandro Vanalli**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Estadual de Maringá  
Professor Orientador

gov.br

Documento assinado digitalmente

PABLO AUGUSTO KRAHL

Data: 26/04/2023 13:34:52 -0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Prof. Dr. Pablo Augusto Krahl**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Estadual de Maringá  
Professor Coorientador

gov.br

Documento assinado digitalmente

CARLOS HUMBERTO MARTINS

Data: 26/04/2023 07:07:19 -0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Prof. Dr. Carlos Humberto Martins**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Estadual de Maringá

**Prof. Dr. Flávio de Andrade Silva**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

**Flavio de Andrade Silva**

Diretor

Depto. de Eng<sup>a</sup> Civil e Ambiental  
PUC-Rio

Este trabalho é dedicado aos meus pais, José e Suely, por nunca desistirem de acreditar em mim, mesmo quando eu não o fiz.

## AGRADECIMENTOS

A minha família, em especial aos meus pais José e Suely e meu irmão Tiago, que tanto me apoiaram e aconselharam com muito amor e paciência em todas as etapas de minha vida.

Ao meu coorientador Pablo Augusto Krahl, minha mais sincera gratidão por todo o apoio, conselhos e ensinamentos valiosos que você me ofereceu durante esse tempo. Agradeço pelas horas de discussão e por sua paciência com as minhas perguntas.

Ao meu orientador Leandro Vanalli, por toda orientação e ajuda ao longo de todo o caminho.

Ao professor Carlos Humberto Martins, por disponibilizar computadores para realização das simulações.

Aos colegas do PCV: Adriano, Eric, Everton, Karol e Paulo. Pelo conhecimento e experiências que compartilhamos ao longo desse processo.

Agradeço a Joseane e Juarez pela disponibilidade e disposição demonstradas em qualquer situação.

Agradeço a todos os professores do programa de pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá por terem contribuído para minha formação.

Agradeço a Deus, por me dar forças, capacitação, e por colocar estas pessoas no meu caminho durante o processo deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.



## RESUMO

O uso do concreto é amplo nas construções brasileiras e é também amplamente utilizado em grande parte das edificações nos principais países do mundo. Entretanto, o concreto endurecido quando submetido a esforços de tração, ele tende a fissurar rapidamente devido à concentração de tensões na ponta da fissura. Além disso, existem as falhas por esforços cisalhantes que são causadas por fissuras inclinadas que se formam devido a uma combinação de esforços, levando o compósito a uma ruptura frágil. Nesse sentido, pesquisas demonstram a eficácia da inserção de fibras para combater os esforços de tração e cisalhantes, de modo que as fibras tem um impacto significativo na performance mecânica do concreto endurecido. Dessa forma a presente pesquisa pretende contribuir com as pesquisas sobre o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Para tanto, o objetivo do presente trabalho é realizar simulações numéricas de vigas em CRFA com diferentes volumes de fibras utilizando o *software* ABAQUS. Com intuito de definir parâmetros de entrada dos parâmetros de entrada para o modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), possível mudança no padrão de falha por inserção das fibras e desenvolver um *script* para inserção de aleatoriedades no compósito. Primeiramente foi definido os parâmetros de falha e plastificação inseridos no CDP, em seguida foi determinado comportamento do aço e do concreto quando submetidos a tensões de compressão ou tração, posteriormente foi determinado as malhas e os elementos finitos que seriam utilizados, por último foi definido que a inserção da aleatoriedade na viga seria inserida através da divisão da estrutural em diferentes segmentos de faixas, sendo 4 variações do número total de faixas: 10 no eixo longitudinal, 30, 45 e 90 na vertical. Para inserção automática das propriedades foi desenvolvido um *script* na linguagem python. Após as simulações realizadas, o método de aleatoriedade por faixas foi validado, o modelo captou a mudança do modo de ruptura devido a inserção de fibras, o modelo apresentou o padrão de quanto maior o número de faixas menor a resistência apresentada pelo compósito. Conclui-se com o estudo que o modelo de aleatoriedade por faixas adotado capturou a mudança do modo de ruptura das vigas com diferentes volumes de fibras.

**Palavras-chave:** Concreto reforça com fibras de aço; Modo de ruptura; Viga sem estribo; Propriedades aleatórias; Viga dividida em Faixas.

## ABSTRACT

The use of concrete is wide in Brazilian constructions and widely used in most buildings in the world's leading countries. However, when subjected to tensile stresses, hardened concrete tends to crack quickly due to stress concentration at the crack tip. In addition, shear failures are caused by inclined cracks that form due to a combination of forces, leading the composite to brittle failure. In this sense, research demonstrates the effectiveness of inserting fibers to combat tensile and shear forces so that fibers significantly impact the mechanical performance of hardened concrete. Thus, this research intends to contribute to research on the behavior of steel fiber reinforced concrete (SFRC). Therefore, the objective of the present work is to carry out numerical simulations of beams in SFRC with different volumes of fibers using the ABAQUS software. In order to define input parameters for the Concrete Damaged Plasticity (CDP) model, possible change in the failure pattern by insertion of the fibers and develop a script to insert randomness in the composite. Firstly, the failure and plastification parameters inserted in the CDP were defined, then the behavior of steel and concrete when subjected to compressive or tensile stresses was determined. Subsequently, the meshes and finite elements that would be used were determined. Finally, it was defined that randomness in the beam would be inserted by dividing the structure into different slices segments, with 4 variations of the total number of slices: 10 on the longitudinal axis, 30, 45, and 90 on the vertical axis. A script was developed in the Python language to insert the properties automatically. After the simulations were performed, the band randomness method was validated, and the model captured the change in the failure mode due to the insertion of fibers. The model showed that the greater the number of bands, the lower the resistance presented by the composite. It is concluded from the study that the band randomness model adopted captured the change in the failure mode of the beams with different fiber volumes.

**Key-words:** Steel fiber reinforced concrete; modulus of rupture; beam without stirrups; Random properties; Beam divided into segments.

## LISTA DE FIGURAS

<b>FIGURA 2.1:</b> MURO NORTE DO PALÁCIO DE APRIÉS E ADOBE. ....	26
<b>FIGURA 2.2:</b> CURVAS TÍPICAS DE TENSÃO X DEFORMAÇÃO PARA AUSÊNCIA, BAIXO E ALTO VOLUME DE FIBRAS. ....	27
<b>FIGURA 2.3:</b> (A) MECANISMO DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES NA TRAÇÃO NO EXTREMO DA FISSURA (B) MECANISMO DE REFORÇO DAS FIBRAS ATUANDO COMO PONTE DE TRANSFERÊNCIA DE TENSÕES. ....	28
<b>FIGURA 2.4:</b> DISTRIBUIÇÃO DO CAMPO DE TENSÕES PRÉ (A) E PÓS SOLICITAÇÃO (B). ....	29
<b>FIGURA 2.5:</b> DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES CISALHANTES(A) E TRAÇÃO (B) PÓS SOLICITAÇÃO. ....	29
<b>FIGURA 2.6:</b> CURVA FORÇA DE ARRANCAMENTO-DESLIZAMENTO. ....	31
<b>FIGURA 2.7:</b> CURVA FORÇA DE ARRANCAMENTO-DESLIZAMENTO E PROCESSO DE ARRANCAMENTO DA FIBRA LISA COM GANCHO. ....	32
<b>FIGURA 2.8:</b> MECANISMOS ADICIONAIS DA FIBRA INCLINADA (A) EFEITO PINO E (B) FRAGMENTAÇÃO DA MATRIZ. ....	33
<b>FIGURA 2.9:</b> VOLUME CRÍTICO DE FIBRAS. ....	34
<b>FIGURA 2.10:</b> PROPRIEDADES DA FIBRA UTILIZADA. ....	36
<b>FIGURA 2.11:</b> COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO À TRAÇÃO TÍPICO DO CRFA... ..	37
<b>FIGURA 2.12:</b> RESPOSTA TENSÃO-DEFORMAÇÃO NA TRAÇÃO DIRETA COM DIFERENTES VOLUMES DE FIBRAS. ....	37
<b>FIGURA 2.13:</b> CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DE TRAÇÃO COM DIFERENTES VOLUMES DE FIBRAS. ....	39
<b>FIGURA 2.14:</b> DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DE CARGA-FLEXÃO, TÍPICA DO CRF. ....	40
<b>FIGURA 2.15:</b> CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO NO ENSAIO DE QUATRO PONTAS À FLEXÃO COM DIFERENTES VOLUMES DE FIBRAS. ....	41
<b>FIGURA 2.16:</b> ENSAIO DE QUATRO PONTOS A FLEXÃO. ....	41
<b>FIGURA 2.17:</b> CURVA CARGA X DEFLEXÃO. ....	42
<b>FIGURA 3.1:</b> ANALOGIA A TRELIÇA DE MÖRSCH. ....	44
<b>FIGURA 3.2:</b> EFEITO DE PINO. ....	45
<b>FIGURA 3.3:</b> DETALHAMENTO DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS EM (MM). ....	45
<b>FIGURA 3.4:</b> ARMADURA UTILIZADA POR SINGH E CHINTAKINDI (2013) NA VIGA COM 4 BARRAS LONGITUDINAIS DE 8MM DE DIÂMETRO. ....	46

<b>FIGURA 3.5:</b> ENGRENAMENTO DOS AGREGADOS.....	47
<b>FIGURA 3.6:</b> EFEITO DE ARCO. ....	48
<b>FIGURA 3.7:</b> VISÃO GERAL DOS MECANISMOS DE CISALHAMENTO NO CRFA SEM ESTRIBOS.....	49
<b>FIGURA 4.1:</b> ENSAIO DE 4 PONTOS COM ENTALHE.....	50
<b>FIGURA 4.2:</b> MALHA UTILIZADA E ÁREA COM MATERIAL RANDÔMICO. ....	51
<b>FIGURA 4.3:</b> A) ENCAMINHAMENTO DA FISSURA B) GRÁFICO CARGA X CMSD.....	51
<b>FIGURA 4.4:</b> A) ENCAMINHAMENTO DA FISSURA B) GRÁFICO CARGA X CMSD.....	52
<b>FIGURA 4.5:</b> DESCRIÇÃO DO ENSAIO E DAS ARMADURAS.....	53
<b>FIGURA 4.6:</b> COMPORTAMENTO DA SIMULAÇÃO APÓS O ENSAIO. ....	53
<b>FIGURA 4.7:</b> COMPORTAMENTO DE COMPRESSÃO E TRAÇÃO DO CONCRETO. ....	54
<b>FIGURA 4.8:</b> PADRÕES DE FISSURAÇÃO NAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E EXPERIMENTAIS. .....	55
<b>FIGURA 4.9:</b> GRÁFICO TENSÃO-DEFLEXÃO DOS ENSAIOS. ....	55
<b>FIGURA 4.10:</b> VIGA ENSAIADA POR BARROS (2020) .....	57
<b>FIGURA 4.11:</b> (A) COMPORTAMENTO À COMPRESSÃO E (B) COMPORTAMENTO A TRAÇÃO DO COMPÓSITO. ....	58
<b>FIGURA 4.12:</b> PADRÃO DE FISSURAÇÃO, EXPERIMENTAL (A), ABAQUS (B) E VECTOR2 (C) .....	58
<b>FIGURA 5.1:</b> RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS. ....	62
<b>FIGURA 5.2:</b> FIBRAS DE AÇO. ....	63
<b>FIGURA 5.3:</b> COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOBRE ESFORÇOS DE COMPRESSÃO.....	64
<b>FIGURA 5.4:</b> COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOBRE ESFORÇOS DE TRAÇÃO. ....	64
<b>FIGURA 5.5:</b> TENSÃO-DEFORMAÇÃO BARRA DE 5 MM DE DIÂMETRO. ....	67
<b>FIGURA 5.6:</b> TENSÃO-DEFORMAÇÃO BARRA DE 6.3 MM DE DIÂMETRO. ....	67
<b>FIGURA 5.7:</b> TENSÃO-DEFORMAÇÃO BARRA DE 12.5 MM DE DIÂMETRO. ....	67
<b>FIGURA 5.8:</b> MODELO DE ELEMENTO TIPO C3D8 (A) E T3D2 (B).....	69
<b>FIGURA 5.9:</b> CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	70
<b>FIGURA 5.10:</b> MALHA DE 15MM. ....	71
<b>FIGURA 5.11:</b> MALHA DE 25MM. ....	71
<b>FIGURA 5.12:</b> COMPORTAMENTO DO CONCRETO À COMPRESSÃO - CARREIRA E CHU (1985). ....	73
<b>FIGURA 5.13:</b> COMPORTAMENTO DO COMPÓSITO REFORÇADO COM FIBRAS. ....	74
<b>FIGURA 5.14:</b> COMPORTAMENTO DO COMPÓSITO REFORÇADO COM FIBRAS. ....	75

<b>FIGURA 5.15:</b> CURVA NORMAL DE RESISTÊNCIA DO CONCRETO A COMPRESSÃO.....	78
<b>FIGURA 5.16:</b> ESQUEMA ADOTADO PARA DISTRIBUIÇÃO DAS FAIXAS DA VIGA. ....	79
<b>FIGURA 5.17:</b> ESQUEMA ADOTADO PARA DISTRIBUIÇÃO DAS FAIXAS DA VIGA. ....	79
<b>FIGURA 5.18:</b> ESQUEMA ADOTADO PARA DISTRIBUIÇÃO DAS FAIXAS VERTICAIS DA VIGA. .....	81
<b>FIGURA 5.19:</b> ESQUEMA ADOTADO PARA DISTRIBUIÇÃO DAS FAIXAS LONGITUDINAIS DA VIGA.....	82
<b>FIGURA 5.20:</b> ESQUEMA DE NOMENCLATURA UTILIZADO. ....	82
<b>FIGURA 5.21:</b> ESQUEMA ADOTADO PARA UTILIZAÇÃO DO SCRIPT.....	83
<b>FIGURA 6.1:</b> GRÁFICO CARGA X DESLOCAMENTO – CONCRETO CONVENCIONAL. ....	84
<b>FIGURA 6.2:</b> COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL X NUMÉRICO – CONCRETO COMUM. A) VIGA DE MAUÉS (2019) B) SIMULAÇÃO COM MALHA DE 25MM C) SIMULAÇÃO COM MALHA DE 15MM. ....	86
<b>FIGURA 6.3:</b> GRÁFICO CARGA X DESLOCAMENTO – SIMULAÇÃO HOMOGÊNEA 0.6%. ....	87
<b>FIGURA 6.4:</b> COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL X NUMÉRICO. A) VIGA DE MAUÉS (2019) B) SIMULAÇÃO COM MALHA DE 25MM C) SIMULAÇÃO COM MALHA DE 15MM. ....	90
<b>FIGURA 6.5:</b> ARMADURA DA SIMULAÇÃO COM 0.6% HOMOGÊNEA.....	90
<b>FIGURA 6.6:</b> GRÁFICO CARGA X DESLOCAMENTO - A) MALHA DE 15MM B) MALHA DE 25MM. ....	91
<b>FIGURA 6.7:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 10 FAIXAS .....	94
<b>FIGURA 6.8:</b> GRÁFICOS CARGA X DESLOCAMENTO - A) 30 FAIXAS 15MM; B) 30 FAIXAS 25MM; C) 45 FAIXAS 15MM; D) 45 FAIXAS 25MM; E) 90 FAIXAS 15MM; F) 90 FAIXAS 25MM – 0.6%. ....	95
<b>FIGURA 6.9:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA - 30 FAIXAS. .....	99
<b>FIGURA 6.10:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA - 45 FAIXAS. .....	100
<b>FIGURA 6.11:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA - 90 FAIXAS. .....	101
<b>FIGURA 6.12:</b> GRÁFICO CARGA X DESLOCAMENTO – SIMULAÇÃO HOMOGÊNEA 0.8%. .	103
<b>FIGURA 6.13:</b> GRÁFICO CARGA X DESLOCAMENTO – SIMULAÇÃO HOMOGÊNEA 1.0%. .	103
<b>FIGURA 6.14:</b> RUPTURA ALCANÇADO POR BIOLZI E CATTANEO (2017) - A) CONCRETO SEM FIBRAS E SEM ESTRIBOS B) CONCRETO COM FIBRA E SEM ESTRIBOS.....	106

<b>FIGURA 6.15:</b> COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL X NUMÉRICO. A) VIGA DE MAUÉS (2019) B) TENSÃO NO CONCRETO C) DEFORMAÇÕES PLÁSTICAS NO CONCRETO – 0.8%. .....	106
<b>FIGURA 6.16:</b> COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL X NUMÉRICO. A) VIGA DE MAUÉS (2019) B) TENSÃO NO CONCRETO C) DEFORMAÇÕES PLÁSTICAS NO CONCRETO – 1.0%. .....	107
<b>FIGURA 6.17:</b> TENSÃO NA ARMADURA - A) ARMADURA DA VIGA COM 0.8% B) ARMADURA DA VIGA COM 1.0%.....	108
<b>FIGURA 6.18:</b> GRÁFICOS CARGA X DESLOCAMENTO - A) 0.8% E 15MM; B) 0.8% E 25MM; C) 1.0% E 15MM; D) 1.0% E 25MM. ....	109
<b>FIGURA 6.19:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 10 FAIXAS A) 0.8%; B) 1.0%.....	112
<b>FIGURA 6.20:</b> GRÁFICOS CARGA X DESLOCAMENTO - A) 30 FAIXAS 15MM; B) 30 FAIXAS 25MM; C) 45 FAIXAS 15MM; D) 45 FAIXAS 25MM; E) 90 FAIXAS 15MM; F) 90 FAIXAS 25MM – 0.8% .....	113
<b>FIGURA 6.21:</b> GRÁFICOS CARGA X DESLOCAMENTO - A) 30 FAIXAS 15MM; B) 30 FAIXAS 25MM; C) 45 FAIXAS 15MM; D) 45 FAIXAS 25MM; E) 90 FAIXAS 15MM; F) 90 FAIXAS 25MM – 1.0% .....	115
<b>FIGURA 6.22:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 0.8% - 30 FAIXAS. ....	120
<b>FIGURA 6.23:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 0.8% - 45 FAIXAS. ....	121
<b>FIGURA 6.24:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 0.8% - 90 FAIXAS. ....	122
<b>FIGURA 6.25:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 1.0% - 30 FAIXAS. ....	123
<b>FIGURA 6.26:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 1.0% - 45 FAIXAS. ....	124
<b>FIGURA 6.27:</b> TENSÃO NA ARMADURA, CONCRETO E DEFORMAÇÃO PLÁSTICA – 1.0% - 90 FAIXAS. ....	125



## LISTA DE TABELAS

<b>TABELA 2.1:</b> VALORES PARA O FATOR DE EFICIÊNCIA $\eta_1$ EM FUNÇÃO DA ORIENTAÇÃO DA FIBRA.....	34
<b>TABELA 2.2:</b> PROPRIEDADES DA FIBRA UTILIZADA. ....	35
<b>TABELA 2.3:</b> PROPRIEDADES DA FIBRA UTILIZADA POR MANSUR, CHIN E WEE (1999)..	36
<b>TABELA 2.4:</b> PROPRIEDADES DA FIBRA UTILIZADA POR KULLAA (1994). ....	38
<b>TABELA 2.5:</b> ESTUDOS REFERENTES AO CISALHAMENTO EM CRFA. ....	43
<b>TABELA 3.1:</b> COMPARAÇÃO ENTRE AS DIFERENTES CONFIGURAÇÕES DE VIGAS. ....	46
<b>TABELA 4.1:</b> PARÂMETROS DE MODELAGEM DO MATERIAL .....	54
<b>TABELA 4.2:</b> PARÂMETROS DE MODELAGEM DO MATERIAL. ....	57
<b>TABELA 5.1:</b> RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS.....	62
<b>TABELA 5.2:</b> VALORES DOS PARÂMETROS DE FALHA E PLASTIFICAÇÃO APRESENTADOS NA LITERATURA. ....	65
<b>TABELA 5.3:</b> VALORES DOS PARÂMETROS DE FALHA E PLASTIFICAÇÃO ADOTADOS.....	66
<b>TABELA 5.4:</b> RESUMO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS DE TRAÇÃO UNIAXIAL DAS BARRAS DE AÇO. ....	66
<b>TABELA 5.5:</b> DESLOCAMENTOS APLICADOS EM CADA VIGA. ....	70
<b>TABELA 5.6:</b> QUANTIDADE DE ELEMENTOS PARA CADA SIMULAÇÃO. ....	72
<b>TABELA 5.7:</b> RESUMO DOS PARÂMETROS VARIADOS.....	80
<b>TABELA 5.8:</b> RESUMO DOS PARÂMETROS VARIADOS DISPOSTAS NO EIXO VERTICAL.....	80
<b>TABELA 5.9:</b> RESUMO DOS PARÂMETROS VARIADOS DISPOSTAS NO EIXO LONGITUDINAL. ....	81
<b>TABELA 6.1:</b> VALORES FINAIS CONCRETO CONVENCIONAL.....	85
<b>TABELA 6.2:</b> VALORES FINAIS CONCRETO COM 0.6% DE FIBRAS.....	89
<b>TABELA 6.3:</b> VALORES FINAIS CONCRETO COM 0.6% DE FIBRAS - 10 FAIXAS LONGITUDINAIS – 15MM. ....	92
<b>TABELA 6.4:</b> CARGA FINAL, TENACIDADE E DESLOCAMENTO FINAL - 0.6%. ....	<b>ERRO!</b>
<b>INDICADOR NÃO DEFINIDO.</b>	
<b>TABELA 6.5:</b> COMPARAÇÃO DA CARGA ÚLTIMA, CARGA FINAL, TENACIDADE E DESLOCAMENTO FINAL EXPERIMENTAL E NUMÉRICO – 0.8%. ....	104
<b>TABELA 6.6:</b> COMPARAÇÃO DA CARGA ÚLTIMA, CARGA FINAL, TENACIDADE E DESLOCAMENTO FINAL EXPERIMENTAL E NUMÉRICO – 1.0%. ....	105

<b>TABELA 6.7:</b> CARGA ÚLTIMA, TENACIDADE, CARGA FINAL E DESLOCAMENTO FINAL -	
<b>TABELA 6.8:</b> CARGA ÚLTIMA, TENACIDADE, CARGA FINAL E DESLOCAMENTO FINAL - 1.0%.....	111
<b>TABELA 6.9:</b> CARGA ÚLTIMA, TENACIDADE, CARGA FINAL E DESLOCAMENTO FINAL - 0.8% - VIGAS COM 30, 45 E 90 FAIXAS. ....	117
<b>TABELA 6.10:</b> CARGA ÚLTIMA, TENACIDADE, CARGA FINAL E DESLOCAMENTO FINAL - 1.0% - VIGAS COM 30, 45 E 90 FAIXAS. ....	<b>ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.</b>



## LISTA DE SÍMBOLOS

CDP	<i>Concrete damaged plasticity</i>
CRFA	Concreto reforçado com fibras
$d_c$	Variável dano compressão
$D_f$	Diâmetro da fibra
$d_t$	Variável dano tração
$E_c$	Módulo de elasticidade
$E_i$	Módulo de Elasticidade inicial (antes da plastificação)
$G_f$	Energia de fratura
$L_f$	Comprimento da fibra
NBR	Norma Brasileira
W	Fissura atual
$W_c$	Abertura crítica
$\tau_{eq}$	Tensão de aderência entre fibra e matriz
$f_c$	Tensão que o concreto está submetido
$f_c'$	Máxima tensão resistida pelo concreto
$f_{cm}$	Resistência à compressão
$f_t$	Resistência à tração
$\varepsilon_c'$	Deformação correspondente a tensão $f_c'$
$\varepsilon_c^{pl}$	Deformação plástica de compressão
$\varepsilon_t^{pl}$	Deformação plástica de tração
$\sigma_{ct}$	Tensão de tração
$f_{fu}$	Tensão última das fibras.
$\beta$	Parâmetro do material que depende do formato do diagrama
$\varepsilon$	Deformação do concreto
$\varepsilon_{mu}$	Deformação última à tração da matriz
$\eta_1$	Coefficiente de orientação
$\nu$	Coefficiente de Poisson



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>23</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	24
1.2	OBJETIVOS.....	25
1.2.1	<b>Objetivo geral</b> .....	25
1.2.2	<b>Objetivos específicos</b> .....	25
<b>2</b>	<b>CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS</b> .....	<b>26</b>
2.1	BREVE HISTÓRICO CRF .....	26
2.2	CARACTERÍSTICAS GERAIS DO CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS.....	27
2.3	FATORES QUE INFLUENCIAM O DESEMPENHO DO CRFA .....	28
2.3.1	<b>Interação Matriz-Fibra</b> .....	29
2.4	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CRFA .....	35
2.4.1	<b>Comportamento à compressão</b> .....	35
2.4.2	<b>Comportamento à tração</b> .....	37
2.4.3	<b>Comportamento à flexão</b> .....	39
2.4.4	<b>Comportamento ao cisalhamento</b> .....	42
<b>3</b>	<b>MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CISALHAMENTO</b> .....	<b>44</b>
3.1	EFEITO PINO.....	44
3.2	ENGRENAMENTO DOS AGREGADOS .....	47
3.3	EFEITO DE ARCO.....	48
3.4	MECANISMOS DE CISALHAMENTO NO CRFA SEM ESTRIBOS.....	49
<b>4</b>	<b>MEF aplicado a vigas de CRF</b> .....	<b>50</b>
4.1	YANG E XU (2008) .....	50
4.2	SMITH E XU(2022).....	52
4.3	(RHEE, 2022) .....	56
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA DA MODELAGEM NUMÉRICA</b> .....	<b>61</b>
5.1	DESCRIÇÃO GERAL DOS MODELOS DAS VIGAS SIMULADAS .....	61
5.2	ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA.....	63
5.2.1	<b>Modelo constitutivo para o concreto no ABAQUS</b> .....	63
5.2.2	<b>Comportamento do aço</b> .....	66
5.2.3	<b>Elementos finitos utilizados</b> .....	68
5.2.4	<b>Carregamento e condições de contorno</b> .....	69
5.2.5	<b>Definição de malha</b> .....	70
5.3	ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA.....	72
5.3.1	<b>Comportamento do concreto na compressão</b> .....	72
5.3.2	<b>Comportamento do concreto na tração</b> .....	73

5.3.3	Comportamento do concreto reforçado com fibras na tração .....	74
5.3.4	Variável Dano.....	76
5.4	DISTRIBUIÇÃO NORMAL GAUSSIANA .....	77
5.5	INSERÇÃO DAS PROPRIEDADES ALEATÓRIAS NO CONCRETO .....	78
<b>6</b>	<b>RESULTADO E ANÁLISE PARAMÉTRICA.....</b>	<b>84</b>
6.1	CONCRETO CONVENCIONAL.....	84
6.2	CRFA COM VOLUME DE 0.6% .....	87
6.2.1	Homogênea.....	87
6.2.2	Faixas Longitudinais.....	91
6.2.3	Faixas Verticais .....	95
6.3	CRFA COM VOLUME DE 0.8% E 1.0%.....	102
6.3.1	Homogênea.....	102
6.3.2	Faixas Longitudinais – 0.8 e 1.0 %.....	109
6.3.3	Faixas Verticais .....	113
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>127</b>
<b>8</b>	<b>referências .....</b>	<b>128</b>
	<b>APÊNDICE A – NOMENCLATURA DAS SIMULAÇÕES. ....</b>	<b>136</b>



## 1 INTRODUÇÃO

O concreto é o material mais empregado nas construções brasileiras e em grande parcela das edificações dos principais países do mundo (BOLINA; TUTIKIAN e HELENE, 2019).

O concreto é composto de agregado miúdo, agregado graúdo, cimento Portland e água. O compósito apresenta excelente resistência a tensões de compressão, mas não para tração, com razão de resistência tração/compressão de 0,07 a 0,11. Quando submetido à tração, o concreto endurecido rapidamente desenvolve fissuras que se alargam e levam à ruptura frágil do material (MEHTA e MONTEIRO, 2008).

O ACI 544.4R (2018) aponta que a inclusão de fibras no concreto endurecido tem impacto significativo na sua performance mecânica. As fibras absorvem as tensões de tração no surgimento de fissuras, controlando sua abertura, melhorando a ductilidade e durabilidade do concreto. Segundo o Fib Model Code (2010) com a dosagem adequada de fibras, os estribos podem ser substituídos parcial ou completamente.

As fibras de aço aumentam a resistência ao cisalhamento por transferir tensões de tração nas fissuras diagonais das bielas comprimidas, reduzindo sua abertura. Isso sugere que o uso de concretos reforçados com fibras (CRF) pode maximizar mecanismos de resistência ao cisalhamento, como o engrenamento de agregados e efeito pino, possibilitando a utilização de vigas de CRF sem estribos (DINH; PARRA-MONTESINOS e WIGHT, 2010)

De acordo com Bastos (2014) rupturas devido a esforços cisalhantes são resultado de fissuras inclinadas que se desenvolvem devido à combinação de forças cortantes, momentos fletores e, às vezes, forças axiais (compressão ou tração).

Bastos (2014) ainda ressalta que a transferência da força cisalhante depende do controle de fissuras que é regida pela resistência do concreto à tração, compressão e aderência entre o concreto e armaduras. Se não houver o controle adequado das fissuras a falha frágil é uma possibilidade real e, por isso, é crucial realizar um dimensionamento correto quanto ao cisalhamento na peça de concreto.

Normalmente, elementos sob cisalhamento são reforçados com armaduras transversais, no entanto, em alguns casos, o reforço ao cisalhamento não é tão desejável. Nesse sentido, Lantsoght (2019) aponta que casos com elementos com altas taxas de reforço ao cisalhamento ou regiões excesso de armadura podem dificultar a moldagem do elemento estrutural. Para essas situações, a substituição parcial dessa armadura junto a uma boa dispersão de fibras de aço no concreto pode melhorar a capacidade de cisalhamento da peça.

No Brasil, a norma para o uso de CRFA como material estrutural em vigas, lajes e placas apoiadas no solo foi publicada recentemente, denominada NBR 16335 (2021). A norma brasileira tem como base os códigos internacionais Fib Model Code (2010), ACI 544-4R (2018) e ACI 318 (2019).

No entanto, Sahooe Sharma (2014) destacam que ainda é necessário realizar mais pesquisas para compreender melhor o comportamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) sem armadura transversal, a fim de melhorar as regulamentações.

Desta forma, o presente trabalho pretende contribuir com o estudo de vigas em CRFA sem a utilização de estribos através de modelagens numéricas utilizando o *software* ABAQUS.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

O comportamento pós-fissuração do CRFA o torna um material com potencial para a produção de estruturas com melhor controle de fissuração, ductilidade e tenacidade.

Os ensaios experimentais de CRFA, apesar de necessários, exigem muito tempo e recursos. Por isso, o presente estudo a partir de ensaios experimentais da literatura pretende realizar análises paramétricas estendendo as observações experimentais. Ademais, o uso de propriedades aleatórias no concreto em faixas é uma abordagem pouco explorada na literatura.

Além disso, o estudo apresenta o comportamento do CRFA com redução da utilização de armaduras transversais.

Logo o estudo se justifica devido à sua vantagem prática em relação ao método experimental e por apresentar uma abordagem numérica pouco utilizada até o momento.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 **Objetivo geral**

Realizar modelagens numéricas que levam em conta a variabilidade das propriedades do concreto com fibras na previsão do comportamento de vigas.

### 1.2.2 **Objetivos específicos**

Para atendimento ao objetivo geral, são aqui apresentados os objetivos específicos:

- Definição dos parâmetros de entrada para o modelo Concrete Damaged Plasticity, aplicado à análise em Elementos Finitos através do Abaqus;
- Verificar se há mudanças nos mecanismos de falha do concreto devido a inserção de fibras;
- Influência do número de faixas no comportamento do compósito;
- Desenvolver um *script* em python para lançamento de propriedades aleatórias da viga automaticamente.

## 2 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS

Neste capítulo, é apresentado a base referencial para o desenvolvimento deste trabalho. A princípio, será feito um breve histórico do concreto reforçado com fibras (CRF) e, na sequência, a determinação das principais características do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA).

### 2.1 BREVE HISTÓRICO CRF

Ao longo da história, as fibras têm sido empregadas para aprimorar a resistência mecânica de materiais frágeis. Na antiguidade egípcia, a palha era utilizada como um reforço para os tijolos de barro, conhecidos hoje como tijolos de adobe, conforme ilustrado na figura 2.1. Esse uso da palha contribuía para prolongar a durabilidade e aumentar a eficiência desses materiais (ROSSI, 2018).

**Figura 2.1: Muro Norte do palácio de Apriés e adobe.**



Fonte: (LOPES, 2011).

O asbesto-cimento ou fibrocimento foi o primeiro material a incorporar amplamente fibras em sua produção, com uma composição de cimento e 10 a 15% de fibra de amianto. Desde então, diversas fibras têm sido utilizadas em compósitos cimentícios (BENTUR e MINDESS, 2007). Atualmente, existe uma ampla variedade de fibras disponíveis, incluindo fibras metálicas, vegetais, de carbono, entre outras.

O primeiro uso estrutural de CRFA foi registrado em 1971 no Aeroporto Heathrow em Londres. Na ocasião, foram produzidos painéis desmontáveis utilizando

concreto contendo 3,0% de fibra de aço com diâmetro de 0,25 mm e comprimento de 25 mm, formadas a frio (MEHTA e MONTEIRO, 2014).

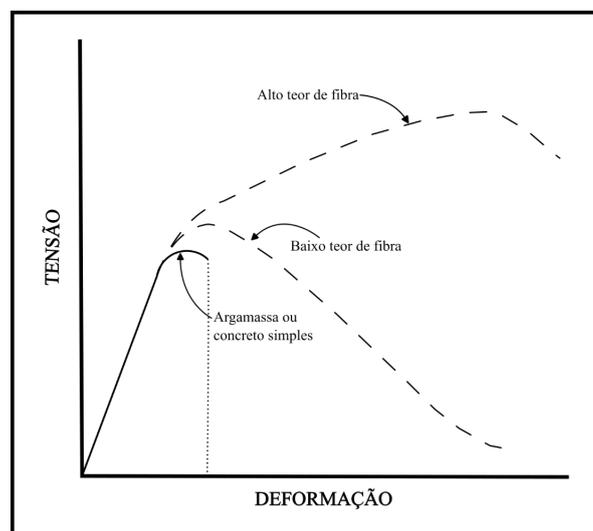
## 2.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS

No concreto simples, representado na figura 2.2, uma fissura altera o encaminhamento da propagação das tensões, de modo que esse desvio implica numa concentração de tensões na extremidade da fissura e no caso de essa tensão superar o valor de tensão crítica ocorrerá a ruptura abrupta do material (FIGUEIREDO, 2011).

Quando é adicionado fibras de resistência, módulo de elasticidade e teor adequados o concreto deixa de ter comportamento frágil e passa a ser pseudo-dúctil, aumentando a tenacidade do concreto (FIGUEIREDO, 2011).

Essa melhora nas propriedades mecânicas é verificada no trecho pós-pico do compósito. No pré-pico não há mudanças significativas, figura 2.2 (FIGUEIREDO, 2011). Cabe destacar que as curvas de resposta são influenciadas pelo volume de fibras.

**Figura 2.2: Curvas típicas de tensão x deformação para ausência, baixo e alto volume de fibras.**

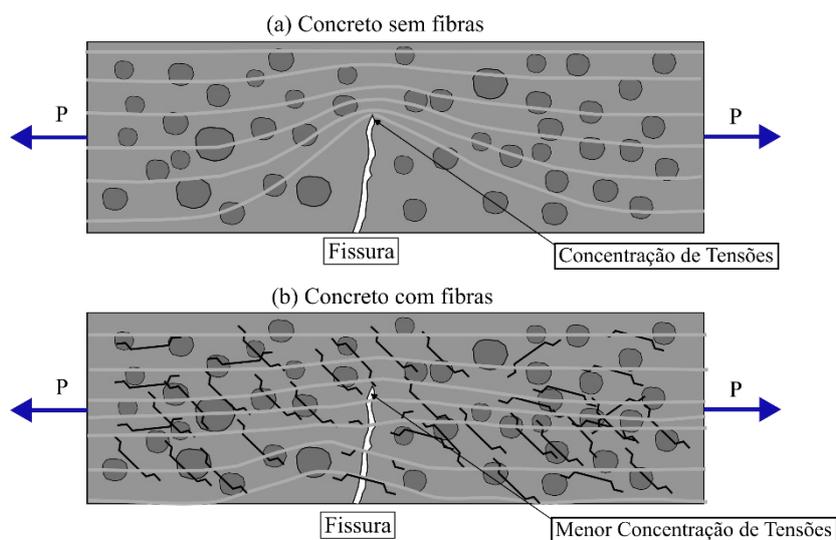


Fonte: Adaptado de Bentur e Mindess (1990).

A mudança de comportamento pós-pico ocorre devido a fibra servir como uma ponte de transição das tensões, efeito ponte, ilustrado na figura 2.3 (b). Dessa

forma, há controle na propagação da fissuração do compósito devido à menor concentração de tensões na extremidade da fissura (FIGUEIREDO, 2011).

**Figura 2.3: (a) Mecanismo de concentração de tensões na tração no extremo da fissura (b) Mecanismo de reforço das fibras atuando como ponte de transferência de tensões.**



Fonte: Adaptado de Figueiredo, Nunes e Tanesi (2000).

A distribuição aleatória das fibras no concreto reforça toda a peça, não somente uma determinada região, como ocorre com as armaduras usualmente utilizadas. Essa condição é interessante para estruturas com estados (FIGUEIREDO, 2011).

### 2.3 FATORES QUE INFLUENCIAM O DESEMPENHO DO CRFA

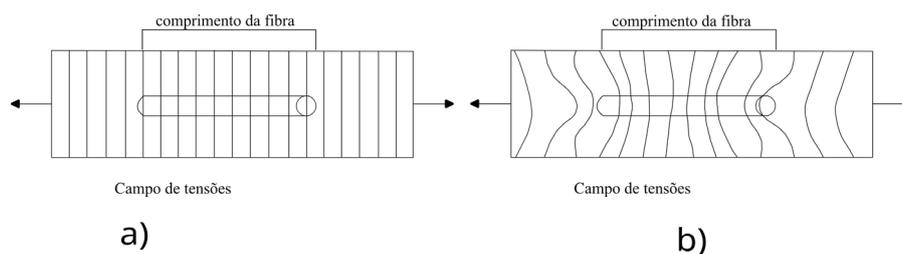
O comportamento do CRFA pode ser explicado pela interação entre a matriz cimentícia e fibras de aço. Dessa forma, neste item será destacado a fase elástica, arrancamento das fibras, volume crítico e inclinação das fibras.

### 2.3.1 Interação Matriz-Fibra

A zona de transição entre a fibra e a matriz determina como a matriz se comportará e como é dado o arrancamento das fibras. Segundo (BENTUR; MINDESS, 2007), os mecanismos de dissipação de tensões no CRF dependem de fatores como geometria da fibra e tipo de ancoragem entre fibra e matriz. Nesse sentido, existem dois estágios a serem analisados para a determinação da transferência de esforços: pré e pós-fissuração da matriz.

(BRANDT, 2009) apresenta a distribuição de isotensões no compósito reforçado com fibras na fase elástica e mostra que a partir de um carregamento inicial ocorre aumento de tensões nas pontas da fibra, apresentado na figura 2.4.

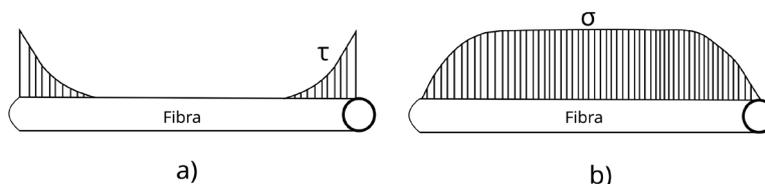
**Figura 2.4: Distribuição do campo de tensões pré (a) e pós solicitação (b).**



Fonte: adaptado de Brandt (2009).

A partir do incremento das solicitações o campo de tensão passa a atuar de maneira não linear na fibra, esse comportamento ocorre devido à diferença do módulo de elasticidade da matriz e da fibra, onde a tensão de arrancamento (cisalhamento) máxima se concentra nas pontas da fibra e a tensão de tração se concentra no centro da fibra, como pode ser visto na figura 2.5 (MATOS, 2021).

**Figura 2.5: Distribuição de tensões cisalhantes (a) e tração (b) pós solicitação.**



Fonte: adaptado de Brandt (2009).

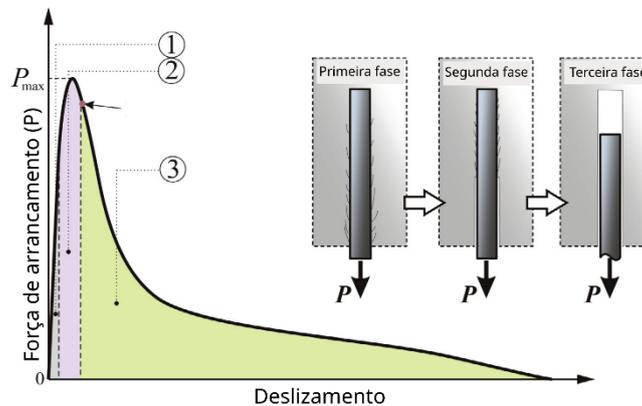
O início da perda de aderência se dá a partir do estágio em que a tensão de cisalhamento na interface supera a resistência ao cisalhamento, dando início ao deslizamento entre fibra e concreto, neste estágio o mecanismo predominante de transferência de carga se dá pelo atrito (MATOS, 2021).

Cunha (2010) afirmam que o comportamento de arrancamento da fibra em matrizes cimentícias envolve a ação combinada de mecanismos de aderência e por vários fatores como: o tipo de fibra e de matriz cimentícia, o comprimento de embutimento e a inclinação da fibra.

Para melhor entendimento, é ilustrado o processo de arrancamento de fibra de aço com (Figura 2.6) e sem ganchos (Figura 2.7). Segundo Deng et al. (2018), o comportamento típico de arrancamento da fibra de aço sem gancho alinhada (perpendicular ao plano da fissura) em uma matriz de concreto pode ser dividido em três fases.

- **Primeira fase:** inicialmente há uma interface intacta entre a matriz e a fibra, correspondendo a parte linear do gráfico força de arrancamento versus deslizamento. Nesta fase, pode haver microfissuras próximas da superfície da fibra causadas por retração. A primeira fase representa uma pequena parte do deslizamento total.
- **Segunda fase:** com o aumento da força de arrancamento, a adesão ao longo da superfície da fibra com a matriz é parcialmente danificada, provocando o descolamento da fibra e o surgimento do atrito. Desse modo, o atrito da zona descolada trabalha em conjunto com a zona intacta. A força de arrancamento atinge o pico no estágio (evitar usar termos técnicos q já empregamos pra outras variáveis) em que a fibra ainda há uma parcela mínima por adesão e máxima por atrito.
- **Terceira fase:** uma vez que a força máxima de arrancamento é atingida, ocorre a perda de aderência química completo da fibra e, em sequência, o seu arrancamento da matriz, prevalecendo, assim, a aderência por atrito.

**Figura 2.6: Curva força de arrancamento-deslizamento.**



Fonte: Adaptado de Deng et al. (2018).

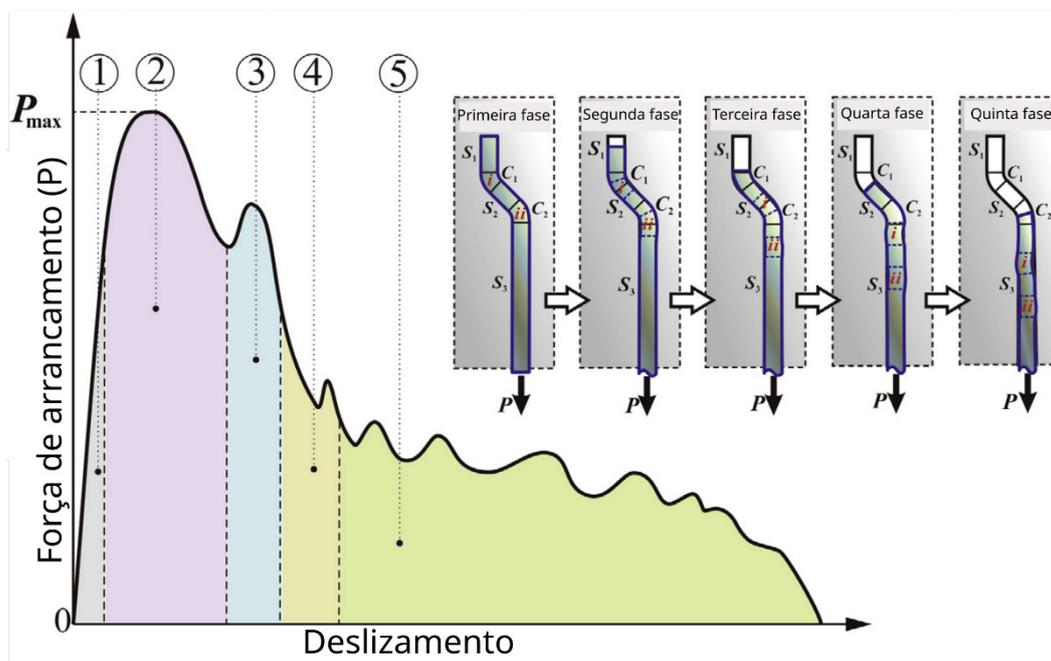
Deng et al. (2018) ainda explica o comportamento do arrancamento da fibra de aço com ancoragem em uma matriz de concreto, essa é dividida em cinco fases.

- **Primeira fase** (fase elástica e deslizamento parcial): esta fase inclui a fase linear da curva e uma parte não linear quando a extremidade da fibra começa a perder aderência química. Os pontos  $C_1$  e  $C_2$  (presentes na figura 2.7) coincidem com os segmentos de curvas i e ii do gancho da fibra.
- **Segunda fase** (primeira deformação): após a fibra estar totalmente descolada, os segmentos de curva i e ii começam a passar pelas faixas  $S_2$  e  $S_3$  e o segmento de reta de fibra que se encontravam nas partes  $S_1$  e  $S_2$  começam a se transladar por regiões de curva. Logo, esses segmentos de fibra são progressivamente submetidos a flexão e deformações plásticas, levando a um substancial aumento da carga de tração. A carga máxima de arrancamento usualmente é alcançada quando o deslizamento está na faixa entre 0,5 mm e 1,5 mm.
- **Terceira fase** (segunda deformação): após atingir o valor máximo, a força de arrancamento diminui até o ponto em que o segmento i passa pelo espaço original de ii. Neste a fibra é forçada a se dobrar contrariamente a sua forma original e, nesta fase, a carga de arrancamento atinge o segundo pico, nesta a influência das fibras é semelhante a anterior.
- **Quarta fase** (deformação e deslizamento): ocorre uma diminuição

moderada na carga de arrancamento atribuída à entrada do segmento  $i$  no duto reto  $S_3$ . Dessa forma, a resistência ao arrancamento é composta pelo atrito ao longo do duto  $S_3$  e pela diminuição da deformação plástica. Mais fibras adicionadas à matriz produzem restrição de deformação da matriz, gerando confinamento, o que resulta em uma força maior aplicada à fibra.

- **Quinta fase** (deslizamento por atrito): Quando todas as partes curvas percorrem o duto  $S_3$ , a resistência residual é produzida pela força de atrito sem mais deformação plástica da fibra. Essa força residual é maior que a das fibras retas devido deformações do gancho. Quando a parte deformada do gancho de fibra sai totalmente do duto  $S_3$ , a carga de arrancamento se reduz rapidamente a zero.

**Figura 2.7: Curva força de arrancamento-deslizamento e processo de arrancamento da fibra lisa com gancho.**

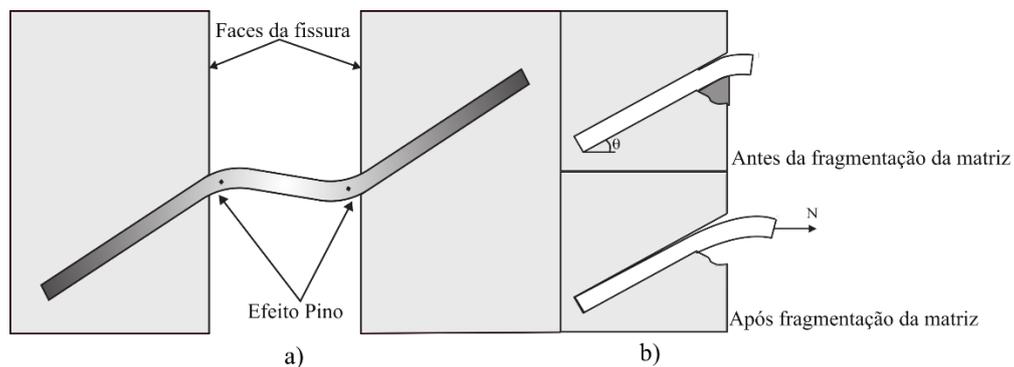


Fonte: Adaptado de Deng et al (2018).

De acordo com Deng et al. (2018) vários fatores afetam o comportamento de arrancamento da fibra, incluindo o tipo de fibra e matriz cimentícia, comprimento de embutimento e, em especial, inclinação da fibra.

Lee, Kang e Kim (2010) afirma que a fibra inclinada gera concentração de tensões na sua saída, danificando localmente a matriz, Figura 2.8 (b). Além disso, quando uma fibra inclinada cruza uma fissura durante seu processo de arrancamento, as restrições provocam o fenômeno de efeito pino, figura 2.8 (a), efeito que também pode ocorrer com a fibra reta dependendo o modo da fissura.

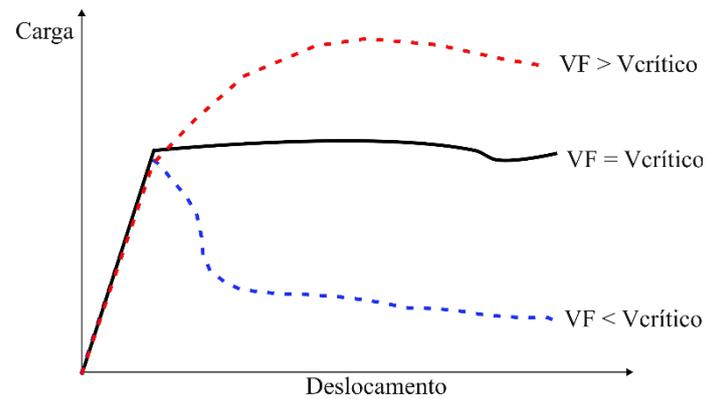
**Figura 2.8: Mecanismos adicionais da fibra inclinada (a) efeito pino e (b) fragmentação da matriz.**



Fonte: adaptado de Cunha (2010).

Deng et al. (2018) ainda afirma que quanto maior for o volume de fibras na matriz, maior será a força de atrito, levando assim a uma força de arrancamento maior, logo maior ductilidade do compósito.

Nesse sentido Figueiredo (2011) define o “volume crítico” como a quantidade de fibras necessárias para que quando a matriz fissure, as fibras sejam capazes de manter a carga, para que a fibra tenha seus efeitos positivos no concreto potencializados deve-se utilizar uma taxa igual ou superior ao volume crítico, figura 2.9.

**Figura 2.9: Volume Crítico de fibras.**

Fonte: Adaptado de Figueiredo (2011).

Matos (2021) afirma que o concreto tem o comportamento de *hardening* quando após a carga de fissuração ele continua aumentando a carga resistida sem falhar e *softening* quando após a primeira fissura o concreto apresenta redução na carga.

Aveston, Cooper e Kelly (1971) apresenta o volume crítico pela equação matemática:

$$V_{f,crit} = \frac{\varepsilon_{mu} * E_C}{f_{fu} * \eta_1} \quad (2.1)$$

Onde:

$\varepsilon_{mu}$ : deformação última à tração da matriz;

$E_C$ : módulo de elasticidade do compósito;

$f_{fu}$ : tensão última das fibras.

O fator  $\eta_1$  é um coeficiente que leva em consideração a orientação das fibras, esses valores são apresentados por Hannant (1979) na tabela 2.1.

**Tabela 2.1: Valores para o fator de eficiência  $\eta_1$  em função da orientação da fibra.**

Orientação	Valores de $\eta_1$
Uma direção	1
Duas direções	0,375

---

Três direções 0,2

---

Fonte: adaptado de Hannant (1979).

## 2.4 PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CRFA

No presente estudo, o concreto reforçado com fibras é definido em termos macroscópicos como compósito bifásico formado por duas fases (concreto e fibras) com uma interface entre ambas. Neste tipo de compósito, a interação que ocorre na interface concreto - fibra é responsável na melhora do desempenho do material.

Dessa maneira, o objetivo deste capítulo é apresentar os mecanismos envolvidos na interação concreto - fibra, bem como as propriedades mecânicas do concreto reforçado com fibras, tais como: resistência à compressão, à tração, à flexão e resistência ao cisalhamento.

### 2.4.1 Comportamento à compressão

Experimentos mostraram que a resistência à compressão é pouco afetada pela adição de fibras, comparativamente às mudanças na resistência à tração, flexão e cisalhamento. No entanto, a adição de fibras pode resultar em até um aumento de 23% na resistência à compressão do material (WILLIAMSON, 1974).

Porém esse aumento é na tenacidade à compressão e resultam numa resistência residual após a resistência de pico (MOBASHER, 2011).

Nesse sentido, Mansur, Chin e Wee (1999) realizaram ensaios para caracterizar a resistência à compressão do concreto de alto desempenho, girando entre 70 e 120 MPa, com diferentes volumes de fibras (0.5, 1.0 e 1.5%), na tabela 2.2 é apresentado as propriedades da fibra com gancho utilizada.

**Tabela 2.2: Propriedades da fibra utilizada.**

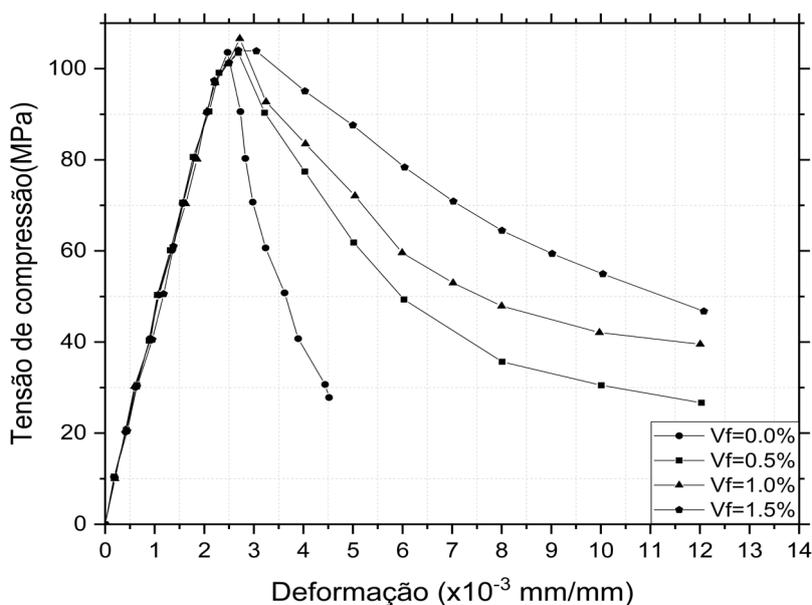
Geometria e propriedades	Valores
Diâmetro (mm)	0,5
Comprimento da fibra (mm)	30

Tensão última $\sigma_{fu}$ (MPa)	1130
Módulo de elasticidade (GPa)	200

Fonte: Adaptado de Mansur, Chin e Wee (1999).

Foram realizados ensaios de compressão em três corpos de prova cilíndricos, para cada concentração de fibras, com dimensões de 100 x 200 mm. todos os corpos de prova foram mantidos em uma sala úmida a 28°C até o vigésimo oitavo dia, quando foi realizado o rompimento, na figura 2.10 é apresentado o gráfico tensão x deformação dos resultados.

**Figura 2.10: Propriedades da fibra utilizada.**



Fonte: Adaptado de Mansur, Chin e Wee (1999).

Mansur, Chin e Wee (1999) aponta que a fibra apresentou pouca melhora na resistência à compressão, tabela 2.3, porém se alcançou melhoras significativas na ductilidade.

**Tabela 2.3: Propriedades da fibra utilizada por Mansur, Chin e Wee (1999).**

Volume de Fibras (%)	Tensão de compressão (MPa)	Varição
0.0	103.6	-

0.5	103.5	-0.09%
1.0	106.6	2,89%
1.5	104.0	0,38%

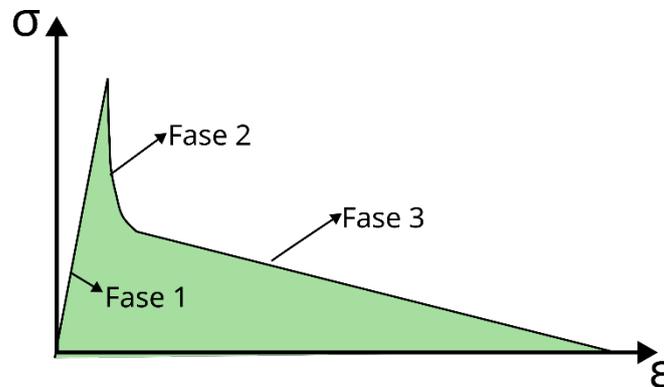
Fonte: Adaptado de (MANSUR; CHIN; WEE, 1999).

#### 2.4.2 Comportamento à tração

O comportamento à tração do CRF depende principalmente do volume de fibras que, dependendo do volume, pode aumentar a resistência à tração em até 60% (NAAMAN ET AL., 1974).

(SINGH, Harvinder, 2017) apresenta um comportamento típico de tensão-deformação à tração do CRFA, figura 2.11, neste consta três fases, primeiramente tem-se somente a contribuição do concreto (fase 1), em seguida, há uma ação conjunta da matriz com as fibras (fase 2) e por último a contribuição somente das fibras (fase 3).

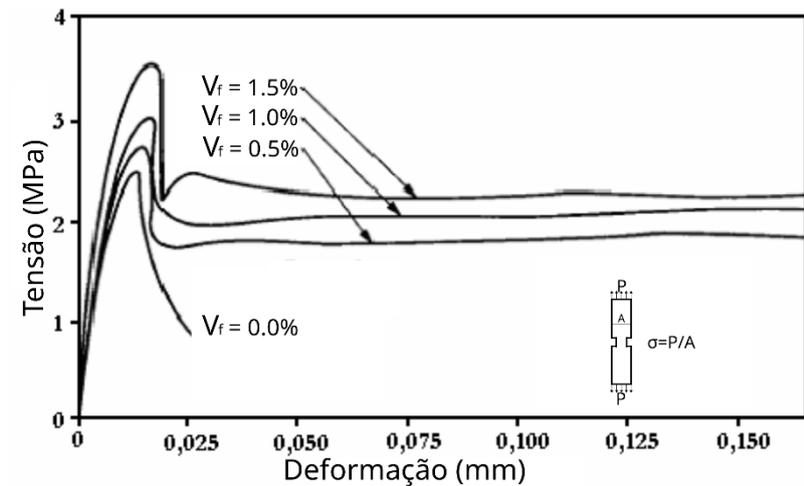
**Figura 2.11: Comportamento tensão-deformação à tração típico do CRFA.**



Fonte: adaptado de Singh (2017).

(GOPALARATNAM; SHAH, 1987) realizaram ensaios de tração direta em corpos de prova prismáticos com o intuito de avaliar a mudança do no comportamento do material com a inserção de diferentes volumes de fibras de aço. Na figura 2.12 são apresentados os resultados obtidos na pesquisa.

**Figura 2.12: Resposta tensão-deformação na tração direta com diferentes volumes de fibras.**



Fonte: Adaptado de Gopalaratnam e Shah (1987).

Gopalaratnam e Shah (1987) concluíram que com inserção de maiores volumes de fibra no compósito resultam em melhoras mecânicas como, maior tensão de pico suportada e tenacidade, entretanto os autores ainda afirmam que maiores volumes de fibras podem resultar em pioras na trabalhabilidade do compósito.

Segundo Nanni (1988) além do ensaio de tração direta, é possível obter a resistência à tração do concreto realizando o ensaio de compressão diametral através de correlações. Entretanto o ensaio de tração direta é o ensaio que melhor caracteriza o comportamento a tração do concreto.

Kullaa (1994) realizou o ensaio de compressão diametral com diversas concentrações de fibras de nylon, tabela 2.4, e através de correlações determinou as curvas de tensão-deformação para cada concentração de fibra.

**Tabela 2.4: Propriedades da fibra utilizada por Kullaa (1994).**

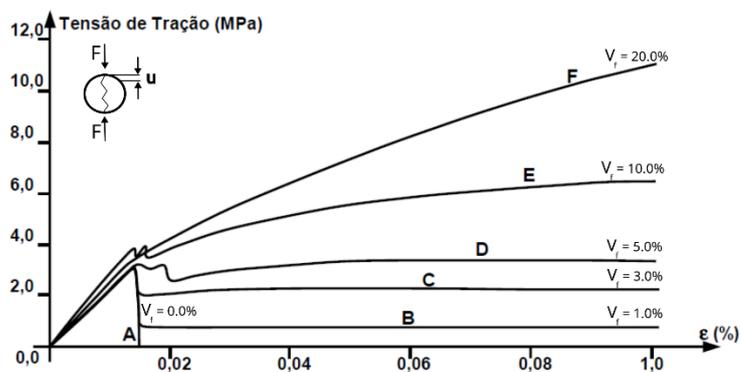
Geometria e propriedades	Valores
Diâmetro (mm)	0.5
Comprimento da fibra (mm)	30
Tensão última $\sigma_{fu}$ (MPa)	1000
Módulo de elasticidade (GPa)	207

Fonte: adaptado de Kulla (1993).

Além disso, no ensaio de Kulla (1994) é possível, através da figura afirmar que

o volume crítico de fibras gira em torno de 5.0%, pois após a perda abrupta de rigidez devido a falha da matriz o compósito manteve a resistência, em casos com mais de 5.0% o concreto apresentou comportamento de *hardening*.

**Figura 2.13: Curva tensão-deformação de tração com diferentes volumes de fibras.**



Fonte: adaptado de Kulla (1994).

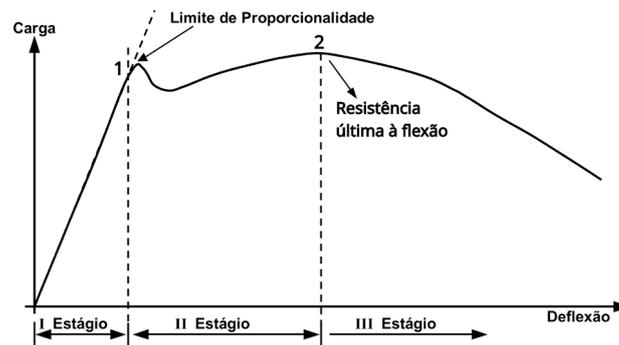
Tanto no ensaio experimental apresentado por Kulla (1994) e Gopalaratnam e Shah (1987), é possível perceber semelhança com o comportamento típico de Singh (2017) apresentado na figura 2.11.

### 2.4.3 Comportamento à flexão

O CRFA ainda é uma tecnologia nova no cenário brasileiro, onde as primeiras normas que regem o compósito foram desenvolvidas em 2021, a normativa referente ao ensaio de flexão é a NBR 16940 (2021), nesta é indicado somente a realização do ensaio em três pontos com entalhe.

Zia et al (1996) apresenta um comportamento típico de carga-deflexão, figura 2.14, de corpos de prova prismáticos de concreto reforçado com fibra, submetidos à flexão.

**Figura 2.14: Diagrama esquemático de carga-flexão, típica do CRF.**



Fonte: adaptado de Zia *et al.* (1996).

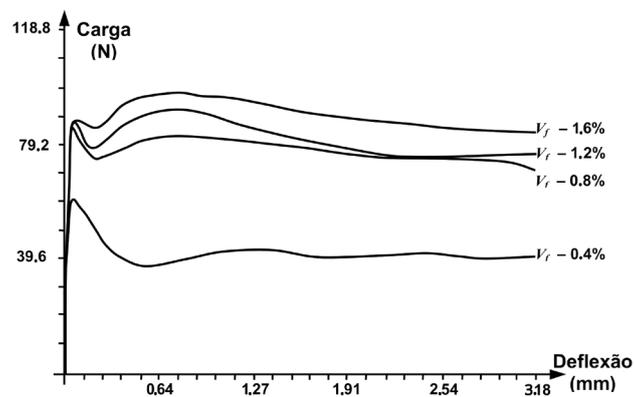
Nesta curva são observados três estágios diferentes, o primeiro é determinado pela resposta linear até o ponto 1, até atingir a resistência inicial de fissuração na flexão da matriz que é conhecida como “limite de proporcionalidade”.

Em seguida, tem-se o segundo estágio onde ocorre a transferência progressiva da tensão da matriz para a fibra, podendo haver o aumento de carga, ocorre o processo de arrancamento das fibras da matriz, nesta etapa as fibras auxiliam a resistência do compósito por atrito fibra-matriz.

Por último, no terceiro estágio, que começa a partir do ponto 2, as fibras deslizam da matriz e o compósito perde resistência até chegar à ruptura.

Balaguru Narahari e Patel (1992) realizaram o ensaio de quatro pontos para diferentes concentrações de fibras com a finalidade de verificar a mudança do comportamento com a inserção de fibras de aço, os resultados da pesquisa são apresentados na figura 2.15.

**Figura 2.15: Curva tensão-deformação no ensaio de quatro pontos à flexão com diferentes volumes de fibras.**

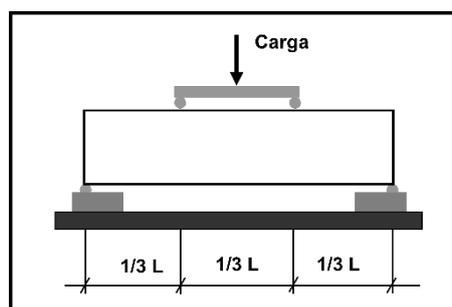


Fonte: adaptado de Ezeldin e Balaguru (1992).

Nota-se um aumento na resistência inicial de fissuração na flexão com o aumento do volume de fibras.

Para obter os dados referentes ao comportamento do CRF pode-se realizar o ensaio de três pontos com entalhe, regido pela norma EN 14651 (2007) e NBR16940 (2021), ou o ensaio de quatro pontos a flexão. em seguida será apresentado rapidamente o ensaio de flexão a quatro pontos, figura 2.16, por ser semelhante ao experimento de Maués (2019).

**Figura 2.16: Ensaio de quatro pontos a flexão.**



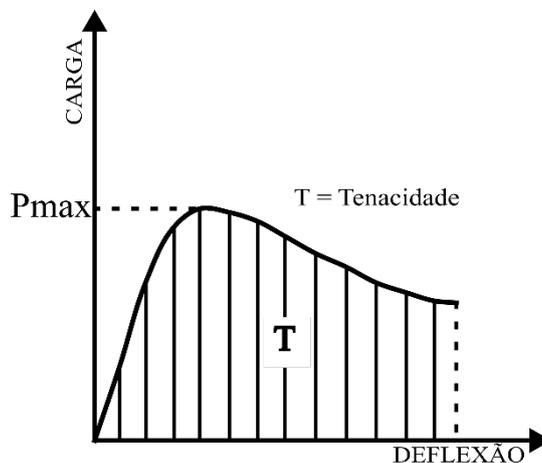
Fonte: Sant'ana (2005)

O ensaio de quatro pontos foi um dos primeiros métodos para avaliar a tenacidade de prismas em CRF, a norma japonesa JSCE-SF4 de 1984 é considerada a primeira e a base de regulamentação para as demais normas vigentes, ASTM C1399 (2015) e ASTM C1609 (2010)

Figueiredo (2011) define a tenacidade como “a energia absorvida pelo

compósito quando carregado, abrangendo a energia absorvida antes e após a fissuração da matriz”. Na figura 2.17 é ilustrado esse conceito.

**Figura 2.17: Curva carga x deflexão.**



Fonte: Autor (2023).

#### 2.4.4 Comportamento ao cisalhamento

Em estruturas de concreto procura-se evitar a ruptura por cisalhamento por ser frágil. Para tal, utiliza-se armadura transversal, estribos, que absorvem a maior parte dos esforços cortantes atuando na estrutura, aumentando a resistência ao cisalhamento para que a ruptura ocorra por flexão.

Entretanto, há situações que a aplicação de estribos é onerosa e complexa devido a elevada densidade de armadura. Nessas situações as fibras poderiam substituir parcialmente as armaduras que resistem ao cisalhamento (PASA, 2007)

Sant'ana (2005) aponta que a aleatoriedade de distribuição e orientação das fibras proporcionam um reforço em várias direções, inclusive para as tensões principais nas regiões com cortante elevado, resultando em solução eficientes assim como para armadura convencional.

Desta forma, as fibras fazem ligação das fissuras formadas em todas as direções, contendo a abertura de fissura e aumentando o atrito nas suas superfícies. Isto explica o aumento no engrenamento dos agregados (SIMÕES, 1998).

Na tabela 2.5, são apresentados diversos estudos que mostram a melhora no

desempenho ao cisalhamento do concreto quando adicionado fibras.

**Tabela 2.5: Estudos referentes ao cisalhamento em CRFA.**

Estudo	Viga	fc	Vf (%)	Tensão de cisalhamento	Variação
Mansur et al. (1986)	A2	24,2	0,0	0,84	-
	B2	29,1	0,5	1,73	106%
	C2	29,9	0,75	2,02	142%
Lim et al. (1987)	4/0.0/3.5	34	0	1,05	-
	4/0.5/3.5	34	0,5	1,46	39%
	4/1.0/3.5	34	1	1,98	89%
Cuchiara et al (2004)	A00	41,2	0	1,22	-
	A10	40,9	1	2,94	141%
	A20	43,2	2	3,15	159%
Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010)	B18-0a	42,8	0	1,11	-
	B18-2c	38,1	1	3,46	211%
	B18-3c	44,9	1,5	3,28	195%

Fonte: Autor (2023).

As vigas apresentam dimensões diferentes em cada estudo, pontualmente em cada estudo as vigas apresentadas tem as mesmas dimensões variando somente o volume de fibras.

Os estudos foram realizados com concretos convencionais com fibras de aço, nestes há presença de agregados graúdo, logo há presença do mecanismo de engrenamento de agregados atuando em sinergia com o atrito entre a fibra-matriz, potencializando a resistência ao cisalhamento.

Fica em evidência os efeitos das fibras no estudo de Dinh; Parra-Montesinos; Wight (2010) onde verifica-se que com a adição do volume de 1% de fibras chegou-se no aumento de 211% quando comparado ao mesmo ensaio do concreto comum.

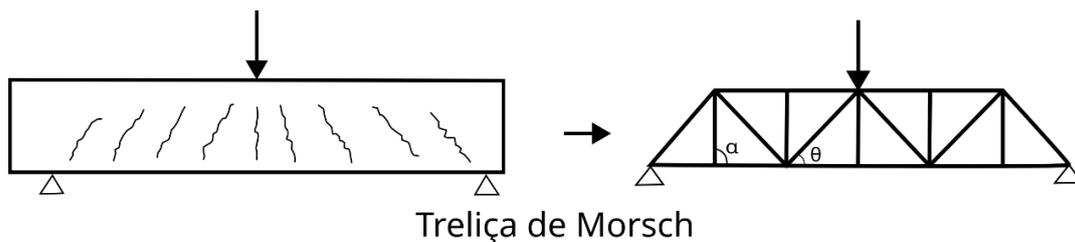
### 3 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CISLHAMENTO

Neste capítulo serão apresentados conceitos e mecanismos para a propagação do esforço cortante em vigas em estado limite último, serão apresentados: efeito pino, intertravamento de agregados e efeito de arco.

Todos estes mecanismos destacados partem de um princípio base que é a analogia de treliça que foi introduzido por Ritter e Mörsch, no início do século 20.

Mörsch comparou o processo de fissurações de uma viga isostática submetida a esforços cisalhantes e de flexão ao de uma treliça de banzos paralelos, com barras diagonais comprimidas a  $45^\circ$  e diagonais de tração com ângulo  $\alpha$  qualquer entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , esse modelo é ilustrado na figura D. (LEONHARDT, MÖNNIG, 1977).

**Figura 3.1: Analogia a treliça de Mörsch.**



Fonte: adaptado de Walraven (1980).

#### 3.1 EFEITO PINO

De acordo com Singh e Chintakindi (2013) o efeito pino, figura 3.2 é conceitualmente definido como a capacidade que a armadura longitudinal tem de transferir esforços perpendiculares ao seu eixo.

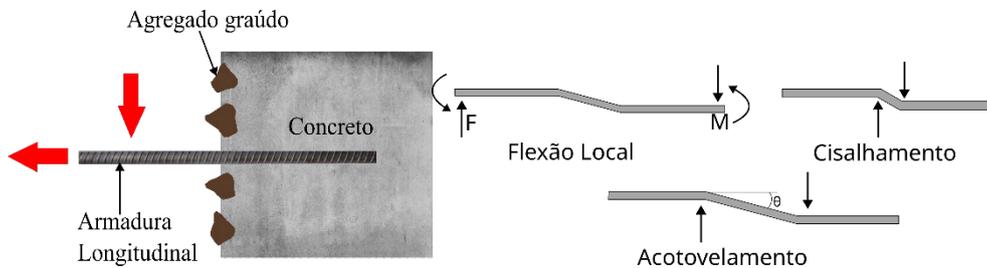
A ação do efeito pino acontece somente após o início da fissuração, as barras longitudinais cruzam as fissuras e por aderência com o concreto redistribuem os esforços (SINGH E CHINTAKINDI, 2013)

Segundo (FUSCO, 2008) o efeito pino depende da qualidade do concreto na região de envolvimento das barras de aço, pois a eficiência depende da aderência entre o concreto e a armadura longitudinal.

Singh e Chintakindi (2013) ainda aponta que o efeito pino pode se manifestar

pontual ou mais distribuído pela armadura, dependendo da posição e dos esforços solicitantes.

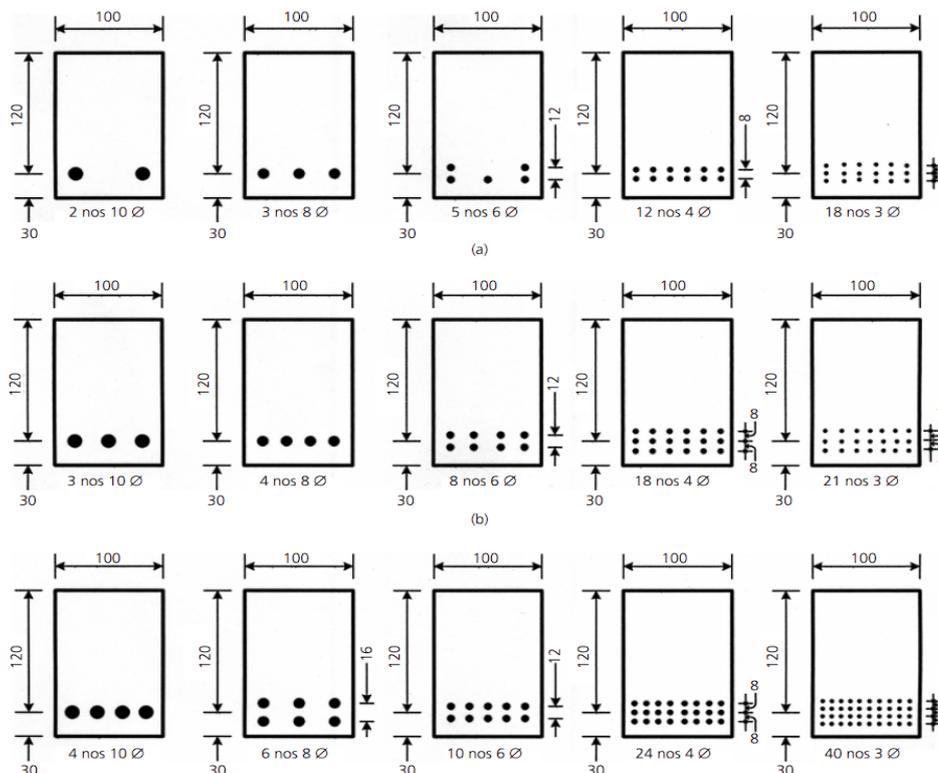
**Figura 3.2: Efeito de pino.**



Fonte: autor (2023) e adaptado de Singh e Chintakindi (2013).

Singh e Chintakindi (2013) realizaram estudos experimentais para verificar quanto o efeito pino contribui para a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto, para realizar o trabalho foi executado o ensaio de 4 pontos à flexão com diversas vigas variando a área de aço e o diâmetro das armaduras longitudinais, figura 3.3.

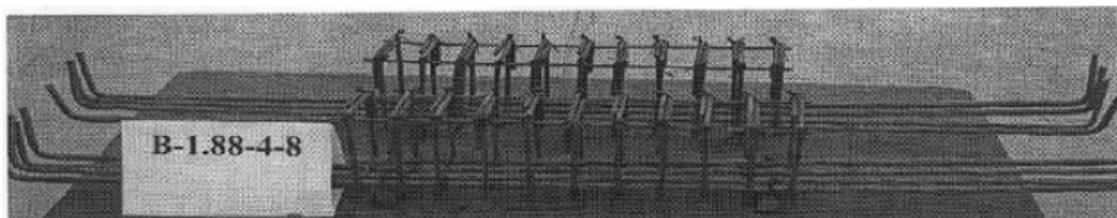
**Figura 3.3: Detalhamento das armaduras longitudinais em (mm).**



Fonte: Singh e Chintakindi (2013).

Todas as vigas apresentam a mesma configuração geométrica, 150mm de altura e 100mm de base e com armadura transversais somente no centro, figura 3.4

**Figura 3.4: Armadura utilizada por Singh e Chintakindi (2013) na viga com 4 barras longitudinais de 8mm de diâmetro.**



Fonte: Singh e Chintakindi (2013).

Na tabela 3.1 é apresentado as variações de armadura, resistência do concreto e carga última de cisalhamento.

**Tabela 3.1: comparação entre as diferentes configurações de vigas.**

N° de Barras x diâmetro	Fc (MPa)	Carga última de cisalhamento (kN)
2x10	32,15	23,03
3x10	38,17	30,54
4x10	40,43	28,93
3x8	33,48	23,57
4x8	38,21	18,92
6x8	36,21	35,71
5x6	40,24	23,03
8x6	40,09	25,2
10x6	39,72	25,36
12x4	43,23	24,11
18x4	30,64	25,1
24x4	39,28	20,71
18x3	34,11	21,6
21x3	40,24	19,65
40x3	31,82	20,35

Fonte: autor (2023)

Após obtenção dos resultados Singh e Chintakindi (2013) conclui que, com parâmetros praticamente constantes: resistência do concreto e cobrimento das armaduras, alterando somente a armadura longitudinal, a capacidade de carga de cisalhamento foi afetada de forma insignificante pelo diâmetro da barra ou densidade de armadura longitudinal na viga.

Singh e Chintakindi (2013) ainda enfatizam que ação do pino não se mostrou um mecanismo significativo na resistência ao cisalhamento do concreto armado com armaduras longitudinais.

Em contrapartida, no CRFA as propriedades de cisalhamento são melhoradas devido ao efeito pino quando comparados ao concreto convencional, pois as fibras também atuam com o mecanismo de efeito pino (NARAYANAN R.; DARWISH I. Y. S., 1987).

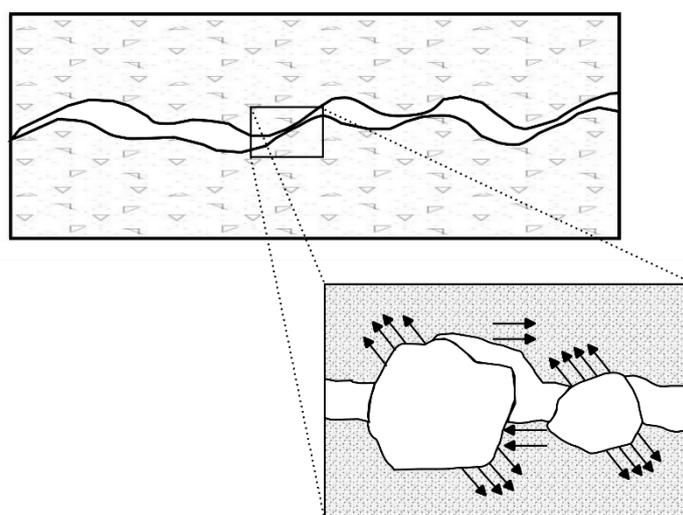
De acordo com Zarrinpour & Chao (2017), após o início da fissura as fibras de aço podem auxiliar o efeito pino das barras longitudinais, a carga não é transferida de maneira repentina para armadura, devido ao controle de fissuração dado pela fibra.

Zarrinpour & Chao (2017) aponta que o efeito pino contribui com 10-35% da resistência ao cisalhamento no CRFA, variando conforme o volume de fibras e a aderência que compósito oferece.

### 3.2 ENGRENAMENTO DOS AGREGADOS

De acordo com Walraven (1980) o engrenamento dos agregados é a transferência de esforços de uma face da fissura para outra através dos agregados, figura 3.5.

**Figura 3.5: Engrenamento dos agregados.**



Fonte: adaptado de Walraven (1980).

Walraven (1980) ainda afirma que a dimensão da fissura influencia na contribuição do intertravamento, onde quanto maior for a largura da abertura menor será a intensidade do engrenamento.

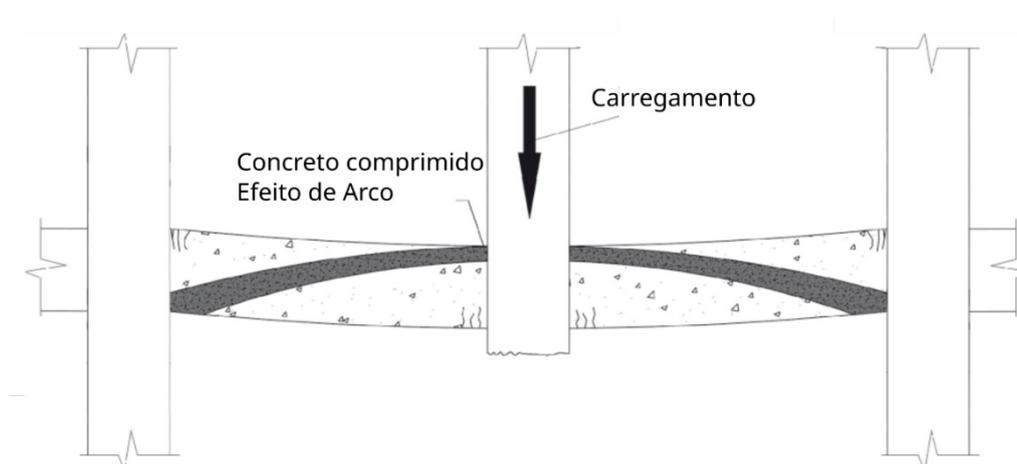
Nesse sentido Fenwick e Paulay (1968) afirma que o engrenamento dos agregados é considerado o principal mecanismo de resistência ao cisalhamento no concreto convencional. Em outras palavras, se a tensão cisalhante exceder a capacidade do engrenamento dos agregados, a viga falha por cisalhamento.

Lantsoght (2019) aponta que estudos do engrenamento dos agregados no CRFA não foi explorada em pesquisas experimentais. Porém, baseado nos conceitos teóricos o engrenamento dos agregados têm capacidade de proporcionar mais resistência no CRFA do que no concreto comum, pois, com o mesmo carregamento, o CRFA apresenta maior controle de fissuras.

### 3.3 EFEITO DE ARCO

Abbasnia e Nav (2016) afirmam que o efeito de arco é a ação resistente ao cisalhamento através do banço comprimido na direção dos apoios, transferindo as cargas diretamente ao apoio, figura 3.6.

**Figura 3.6: Efeito de arco.**



Fonte: adaptado de Abbasnia e Nav (2016).

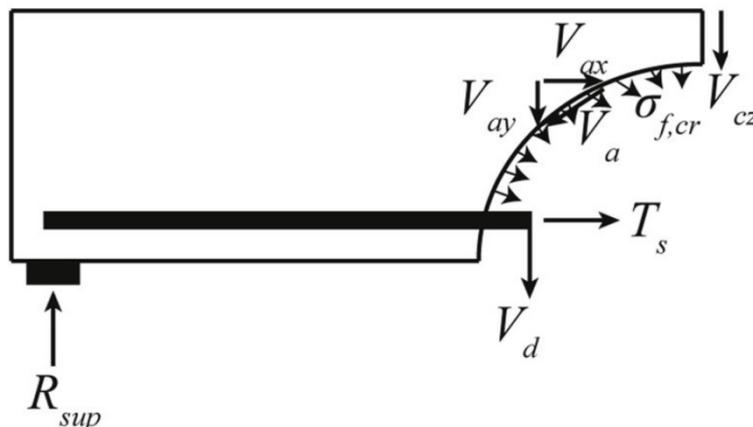
Lantsoght (2019) aponta que este mecanismo aumenta significativamente a capacidade de cisalhamento de vigas com vãos de cisalhamento curtos.

De acordo com Narayanan e Darwish (1987) a adição de fibras de aço melhora o efeito de arco concreto, o acréscimo de capacidade de resistência ao cisalhamento é maior em vigas com menor razão vão de cisalhamento ( $a$ ) por altura útil ( $d$ ).

### 3.4 MECANISMOS DE CISALHAMENTO NO CRFA SEM ESTRIBOS

Ao compreender o impacto das fibras de aço nas propriedades mecânicas do concreto, é possível avaliar como elas afetam os diferentes processos de transferência de cisalhamento em vigas de concreto armado sem estribos, figura 3.7.

**Figura 3.7: visão geral dos mecanismos de cisalhamento no CRFA sem estribos.**



Fonte: Lantsoght (2019).

Assim como para vigas de concreto armado, a zona de compressão do concreto fornece resistência ao cisalhamento  $V_{cz}$ , a armadura longitudinal de tração fornece resistência ao cisalhamento por meio do efeito de pino  $V_d$ , os agregados que se projetam da face da fissura fornecem resistência ao cisalhamento por meio do engrenamento dos agregado  $V_a$  e resistência à tração das fibras é dada por através da fissura,  $\sigma_{f,cr}$ .

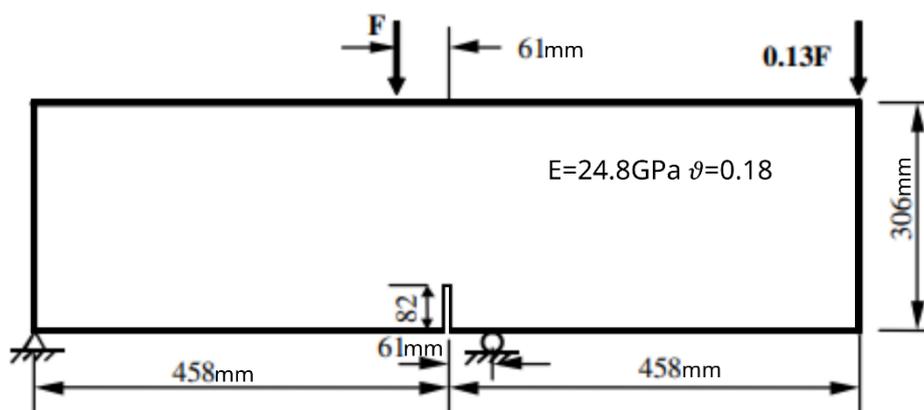
#### 4 MEF APLICADO A VIGAS DE CRF

Neste capítulo serão apresentadas pesquisas recentes semelhantes a desenvolvida no presente trabalho, que contemplam simulações numéricas de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

##### 4.1 YANG E XU (2008)

No estudo realizado por Yang e Xu (2008) analisaram numericamente a inserção de propriedades randômicas de energia de fratura e resistência à tração partir da distribuição de Weibull em um ensaio de flexão com uma viga de concreto, figura 4.1.

**Figura 4.1: Ensaio de 4 pontos com entalhe.**

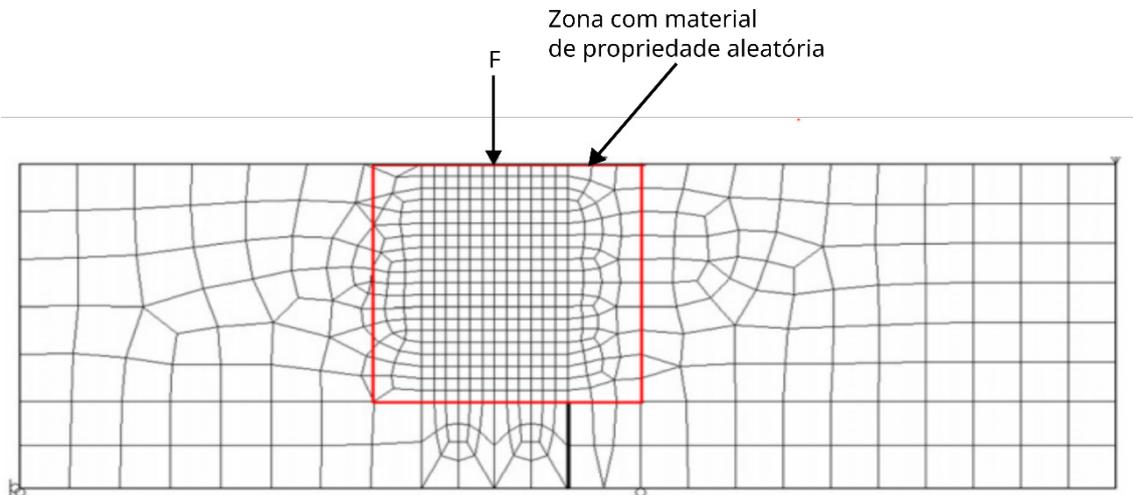


Fonte: Adaptado de Yang e Xu (2008).

De acordo com Yang e Xu (2008) as propriedades randômicas, foram inseridas somente na área de propagação da fissura, figura 4.2, o encaminhamento da fissura era conhecido devido a modelagem homogênea previamente realizada.

Além disso, na área de propagação da fissura foi utilizado malha mais refinada que a do restante da viga, Yang e Xu (2008) apontam que malhas finas são necessárias para melhor representação do encaminhamento das fissuras.

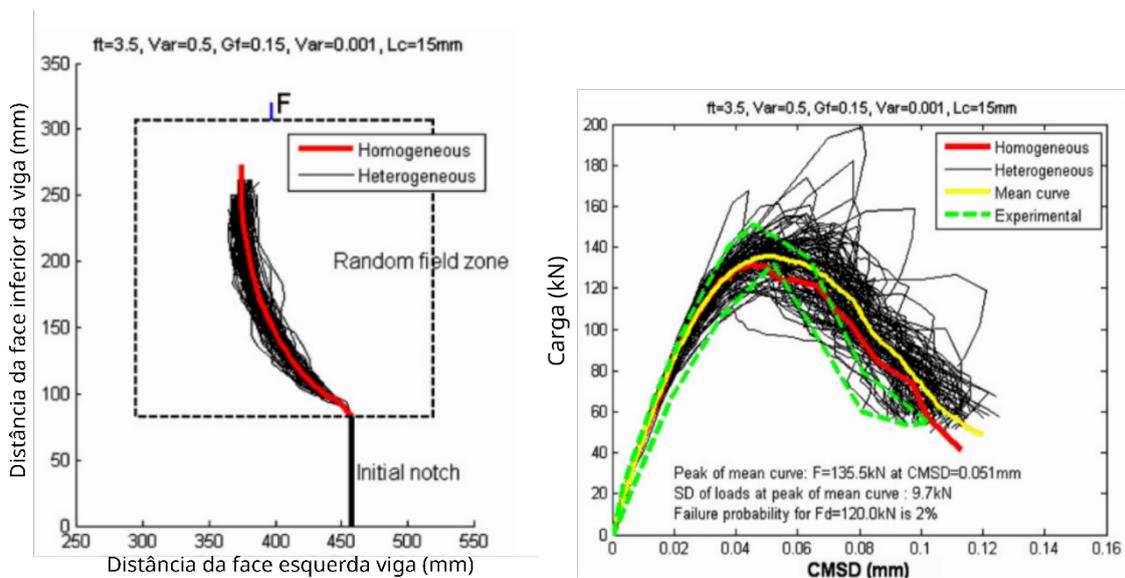
**Figura 4.2: Malha utilizada e área com material randômico.**



Fonte: Adaptado de Yang e Xu (2008).

Os valores médios adotados para fratura foi  $G_f = 0.15$  N/mm e resistência à tração  $f_t = 3.5$  MPa. Na primeira leva de simulações utilizou-se a variação de 1.0 MPa para a tração e 0.001 N/mm. Na figura 4.3 (a) é apresentado o encaminhamento da fissura no material homogêneo e com as variações apresentadas, na figura 4.3 (b) aborda-se o gráfico carga por abertura do entalhe.

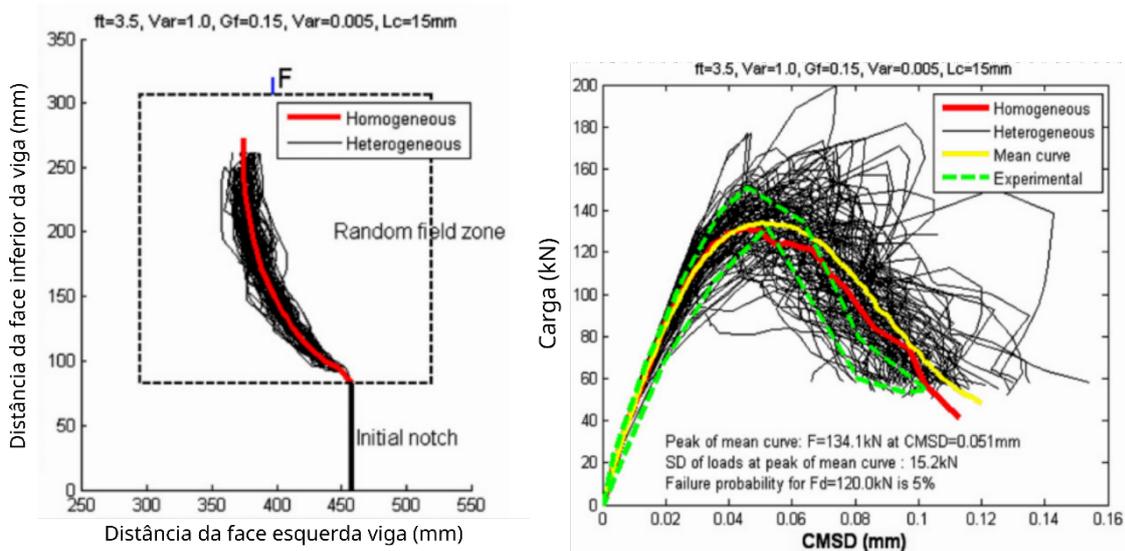
**Figura 4.3: a) encaminhamento da fissura b) Gráfico Carga x CMSD.**



Fonte: adaptado de Yang e Xu (2008).

Numa segunda etapa de simulações Yang e Xu (2008) adotou a variação de 1.0 MPa para a tração e 0.005 N/mm, na figura 4.4 (a) é apresentado o encaminhamento da fissura no material homogêneo e com as variações apresentadas, na figura 4.4 (b) aborda-se o gráfico carga por abertura do entalhe.

**Figura 4.4: a) encaminhamento da fissura b) Gráfico Carga x CMSD.**



Fonte: adaptado de Yang e Xu (2008).

Por fim Yang e Xu (2008) concluíram que o resultado da simulação homogênea e o ensaio experimental é apenas um resultado num intervalo de diversas possibilidades de situações randômicas.

Além disso, os autores afirmam que as simulações randômicas revelam fenômenos de fissuração cruciais, como a tortuosidade nas trajetórias de trincas, que são perdidas em modelos homogêneos.

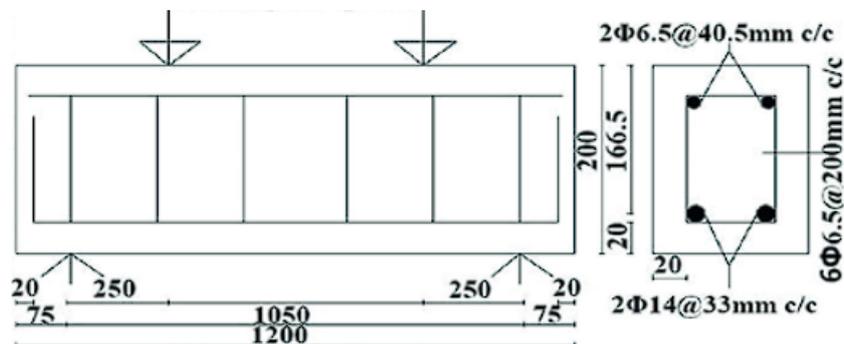
#### 4.2 SMITH E XU(2022)

Smith e Xu (2022) apresentam uma técnica de modelagem de fibras de aço utilizando a linguagem de programação *python*, que pode ser executada diretamente no *software* ABAQUS. A abordagem gera automaticamente a localização e orientação

de fibras de aço dentro do compósito a ser estudado, no caso um concreto de ultra alto desempenho. Com isso, o efeito da fibra de aço é investigado através da simulação numérica.

Smith e Xu (2022) realizaram análises experimentais e numéricas de vigas com e sem armadura transversal e com e sem fibras de aço, no volume de 2%. Foi realizado o ensaio de flexão com duas cargas equidistantes dos apoios, figura 4.9.

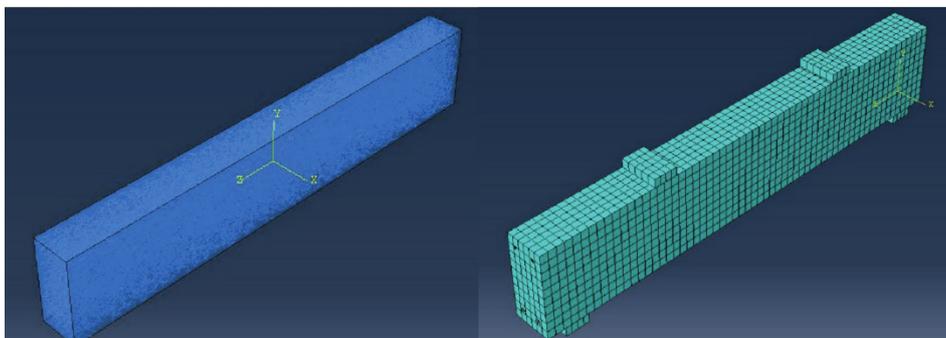
**Figura 4.5: descrição do ensaio e das armaduras.**



Fonte: adaptado de Smith e Xu (2022).

Na figura 4.10 é apresentado a distribuição das fibras no domínio do volume da viga através do algoritmo em python. A malha de 20mm foi utilizada no estudo.

**Figura 4.6: Comportamento da simulação após o ensaio.**

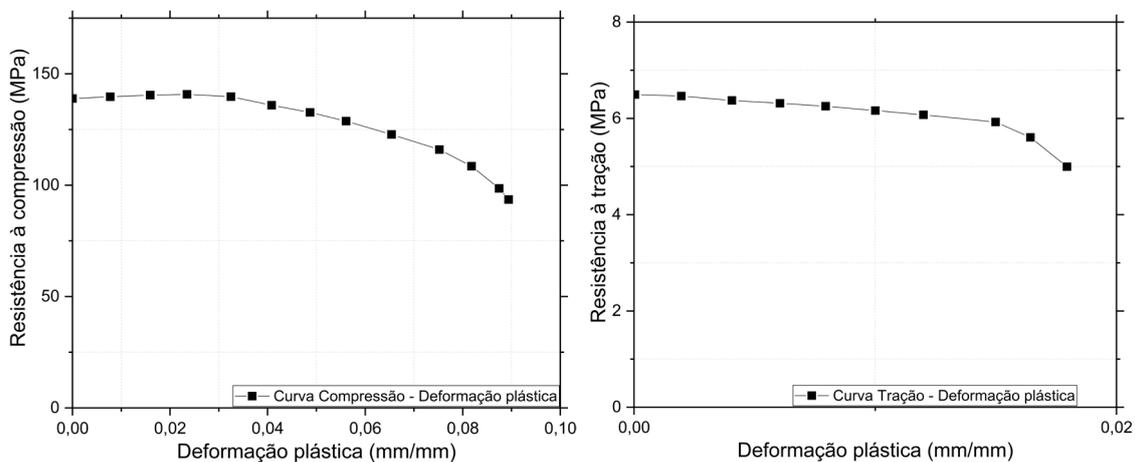


Fonte: adaptado de Rhee (2022).

Foi utilizado o *concrete damaged plasticity* presente no pacote ABAQUS, sendo apresentado as curvas utilizadas de tensão por deformação plástica para

compressão e tração na figura 4.7, para o dano na compressão e tração utilizaram-se o modelo de Birtel e Mark (2006).

**Figura 4.7: Comportamento de compressão e tração do concreto.**



Fonte: adaptado de Smith e Xu (2022).

De maneira resumida as propriedades dos materiais são apresentadas na tabela 4.2.

**Tabela 4.1: Parâmetros de modelagem do material**

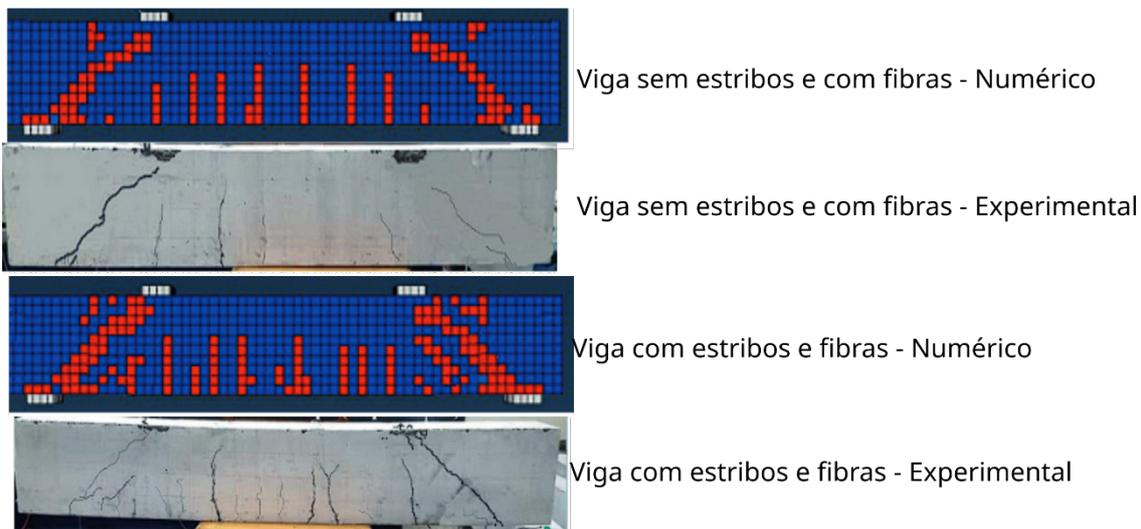
Parâmetro	Armaduras			
	UHPC	14mm	6.5mm	Fibra de aço com gancho
Resistência à compressão (MPa)	157	-	-	-
Resistência à tração (MPa)	6.52	702	552	-
Tensão de escoamento (MPa)	-	650	414	2850
Módulo de elasticidade (GPa)	44.6	210	210	210
Poisson	0.2	0.3	0.3	0.3
ângulo de dilatância	33	-	-	-
Excentricidade	0.1	-	-	-
razão da compressão equi-biaxial	1.16	-	-	-
K	0.667	-	-	-
Viscosidade	0.0001	-	-	-
Diâmetro (mm)	-	-	-	0.20
Comprimento (mm)	-	-	-	13

Fonte: adaptado de Smith e Xu (2022).

Ne figura 4.8 é apresentado o resultado das simulações e dos experimentos

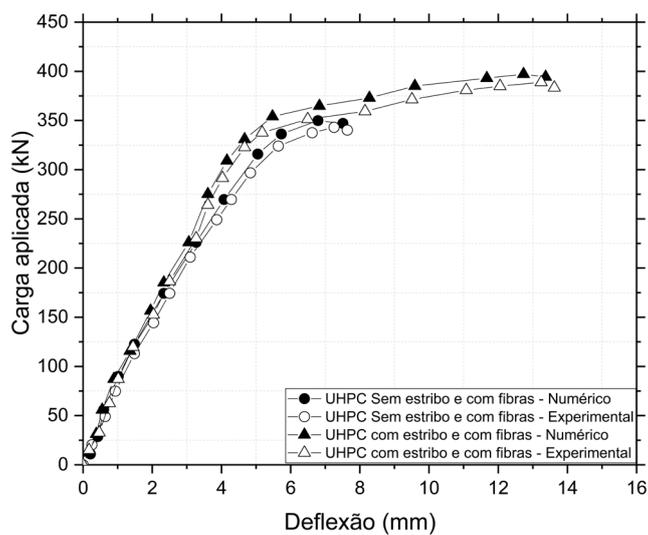
realizados por Smith e Xu (2022). A variável apresentada nos ensaios numéricos é o dano a compressão. Em seguida é apresentado o gráfico Tensão-Deflexão dos ensaios.

**Figura 4.8: Padrões de fissuração nas simulações numéricas e experimentais.**



Fonte: adaptado de Smith e Xu (2022).

**Figura 4.9: Gráfico Tensão-Deflexão dos ensaios.**



Fonte: adaptado de Smith e Xu (2022).

De acordo com Smith e Xu (2022) os resultados indicam mais de 95% de concordância entre o experimento e a simulação numérica na força de compressão última e resistência ao cisalhamento nas fases de fissuração e carregamento máximo. A comparação também revela concordância no modo de falha e no padrão de fissuração dos corpos de prova.

Smith e Xu (2022) ainda apontam que por ser um concreto de ultra alto desempenho as chances de a ruptura acontecer por esmagamento do concreto são baixas e em sua maioria ocorrerá por cisalhamento, levando em consideração as diretrizes do artigo analisado.

Biolzi e Cattaneo (2017) realizaram ensaios de 4 pontos à flexão em vigas de CRFA ensaiando experimentalmente com e sem armadura transversal com diversas concentrações de fibras, porém foi utilizado concreto de alto desempenho com (65 MPa).

E uma das conclusões que chegaram, complementando Smith e Xu (2022) foi que em situações que o concreto apresentava estribos e fibras, a falha se dava por esmagamento do concreto com ductilidade.

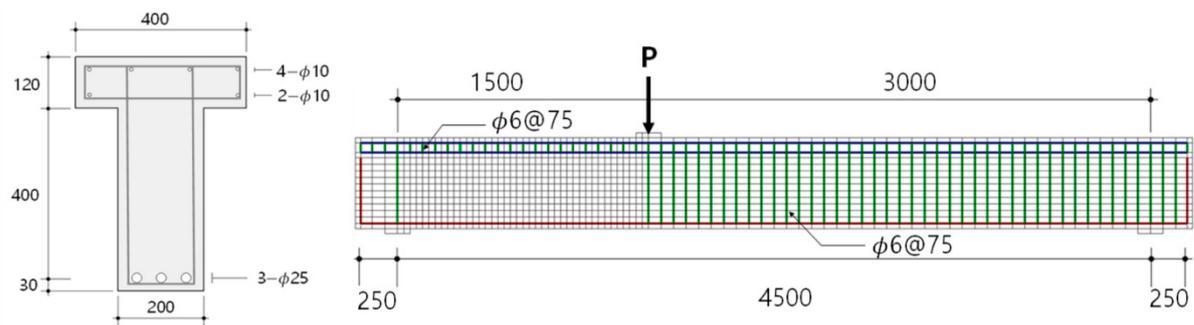
Biolzi e Cattaneo (2017); Lantsoght (2019) e Smith e Xu (2022), apontam em suas conclusões que é possível a substituição da armadura transversal por fibras de aço.

Entretanto Biolzi e Cattaneo (2017) e Smith e Xu (2022) fazem ressalvas de que o volume mínimo de fibras de aço para cogitar a substituição é 1%.

#### 4.3 RHEE (2022)

No estudo de Rhee (2022) foi realizado a simulação numérica do ensaio experimental feito por Barros (2020). Na análise numérica foi realizado uma comparação de resultados apresentados por diferentes *softwares*: ABAQUS, Vector2 e Atena.

O experimento realizado foi um ensaio de três pontos à flexão com a aplicação da carga deslocada para a esquerda sob uma viga em T, com volume de 0.76% de fibras no concreto e armadura transversal parcial, figura 4.10.

**Figura 4.10: Viga ensaiada por Barros (2020)**

Fonte: adaptado de Rhee (2022).

De maneira resumida as propriedades dos materiais são apresentadas na tabela 4.2.

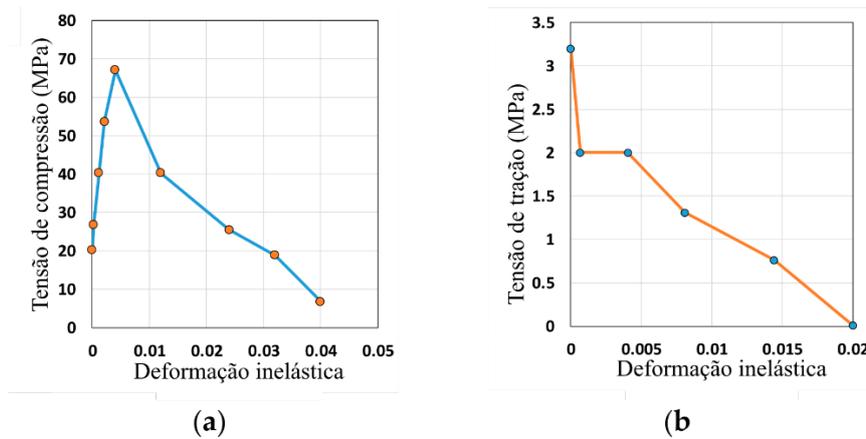
**Tabela 4.2: Parâmetros de modelagem do material.**

Parâmetro	Armaduras				
	Concreto	6.3mm	10mm	25mm	Fibra de aço com gancho
Resistência à compressão (Mpa)	67.1	-	-	-	-
Resistência à tração (Mpa)	6.52	696	678	700	-
Tensão de escoamento (Mpa)	-	538	557	527	-
Módulo de elasticidade (Gpa)	40.5	210	210	210	210
Poisson	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3
Diâmetro (mm)	-	-	-	-	0.55
Comprimento (mm)	-	-	-	-	33

Fonte: adaptado de Rhee (2022).

As curvas inseridas no comportamento plástico do compósito são apresentadas na figura 4.11.

**Figura 4.11: (a) Comportamento à compressão e (b) comportamento a tração do compósito.**



Fonte: adaptado de Rhee (2022).

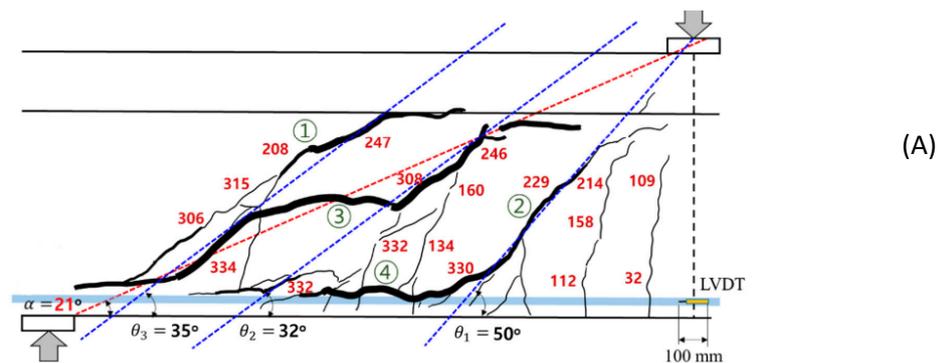
Para o dano do CRFA utiliza-se o modelo Lee e Fenves (1998), estes consideram duas variáveis de dano que evoluem independentemente uma da outra, sendo uma relacionada ao esmagamento (compressão) e outra à fissuração (tração).

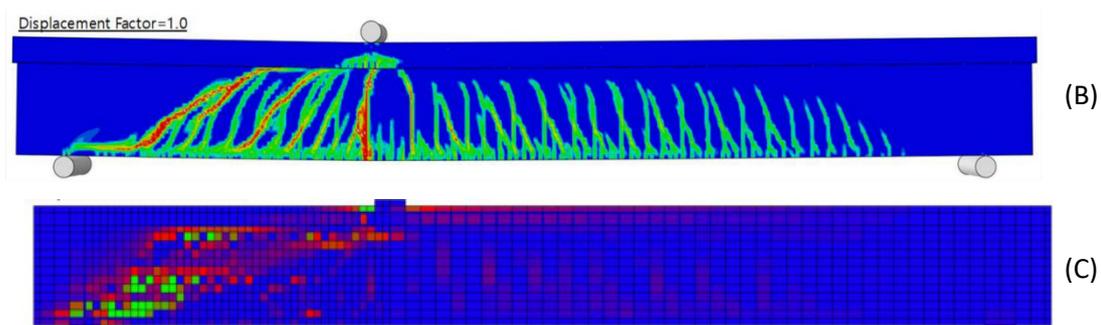
Após implementado os modelos constitutivos dos materiais, foram inseridos as malhas de elementos finitos, no programa Vector2 o autor refinou a malha na seção que não há armadura transversal para melhor representação do encaminhamento da fissura.

Na simulação que envolveu o Abaqus, ao invés de refinar a malha na área sem armadura transversal, utilizou-se um elemento finitos com mais pontos de integração, logo há mais pontos por elemento que possam ser sensíveis aos esforços.

Na ilustração a seguir primeiramente é apresentado o comportamento experimental alcançado (A), em seguida as simulações no Abaqus (B) e no Vector2 (C), a simulação realizada no ATENA não foi apresentada no artigo.

**Figura 4.12: Padrão de fissuração, experimental (a), Abaqus (b) e Vector2 (c)**



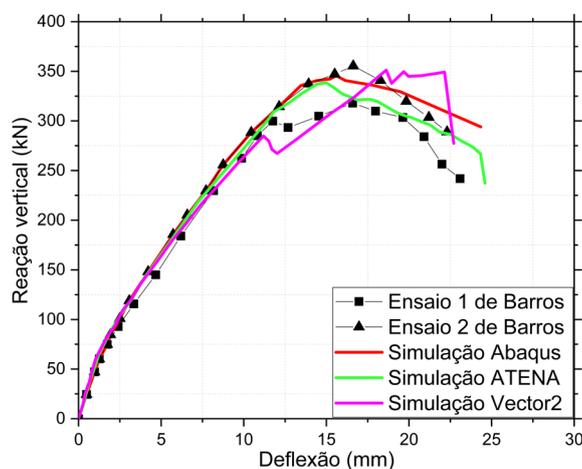


Fonte: adaptado de Rhee (2022).

Rhee (2022) aponta que o comportamento das fissuras com o ensaio experimental ficou semelhante ao experimental, a concentração de tensões no concreto se deu na alma onde não há armadura transversal, a armadura longitudinal não chegou a tensão de escoamento, logo a falha ocorreu no concreto por cisalhamento.

Na figura 4.13 é apresentado o gráfico dos 2 ensaios experimentais realizados por Barros (2020) e a simulação numérica.

**Figura 4.13: Comparação do experimento com a simulação.**



Fonte: adaptado de Rhee (2022).

Rhee (2022) afirma que a capacidade de cisalhamento da viga em T foi de aproximadamente 350 kN. As análises não lineares de ABAQUS, Vector2, Vector3 e ATENA concordaram bem com os resultados experimentais.

No caso do Vector2, a falha progressiva dos elementos da alma é bem representada no comportamento, entretanto o gráfico carga x deslocamento, apresentou diversos pontos de inconformidade, pode-se apontar a variação da malha no elemento como possível causadora.

Por outro lado, o resultado do ABAQUS mostra melhor traço de falha por utilizar

elementos quadráticos. o ABAQUS mostra melhor curva de força-deslocamento até a ruptura. Além disso, o modelo de plasticidade danificada reproduz padrões de trincas mais realistas.

## 5 METODOLOGIA DA MODELAGEM NUMÉRICA

A metodologia apresentada neste capítulo tem por finalidade abordar os principais aspectos para desenvolver modelos numéricos com base no Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando o *software* ABAQUS, com intuito de avaliar o comportamento de vigas de concreto reforçado com diferentes volumes de fibras de aço submetido ao ensaio de flexão em quatro pontos. Para tanto, este trabalho tem a finalidade de comparar os resultados numéricos do modelo proposto com os resultados experimentais obtidos por Maués (2019).

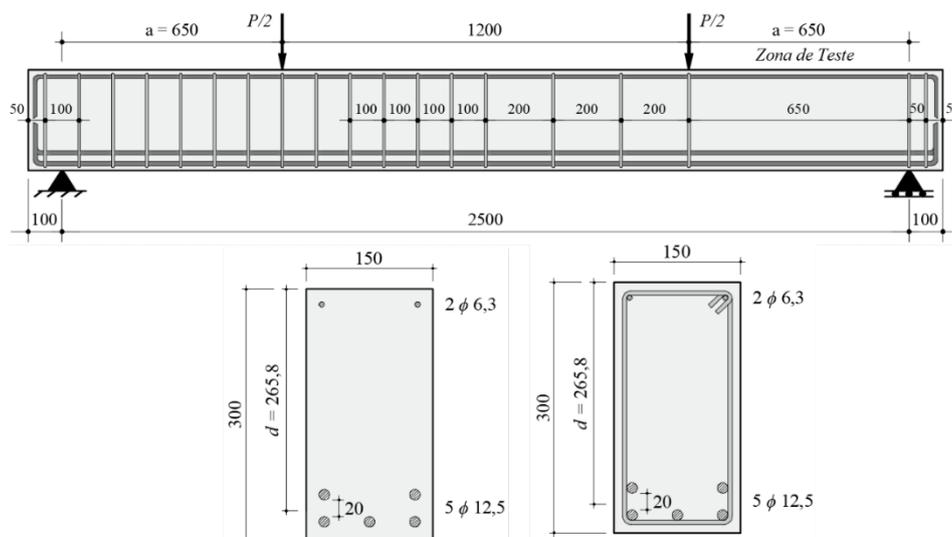
O *software* ABAQUS permite por meio de recursos pré-definidos, reproduzir análises estáticas ou dinâmicas, lineares ou não-lineares, vibrações, além de incluir elementos de interface e restrições de deslocamentos. A abordagem numérica apresenta a vantagem de variação de parâmetros do modelo com gasto de tempo e monetário reduzidos, permitindo comparações e observações do comportamento em diversos cenários.

Neste capítulo será exposto a descrição das estruturas estudadas, os modelos constitutivos empregados para cada material, condições de contorno, distribuição aleatória de propriedades do concreto reforçado com fibras, elementos finitos que serão empregados para modelagem e características da interação aço-concreto.

### 5.1 DESCRIÇÃO GERAL DOS MODELOS DAS VIGAS SIMULADAS

As vigas testadas por Maués (2019) são consideradas para a simulação. A figura 5.1 apresenta o detalhamento da viga que é composta por 5 barras de aço com 12,5 mm de diâmetro na armadura longitudinal, barras de aço de 5 mm de diâmetro para a armadura transversal e o concreto com 30 MPa de resistência à compressão média. A partir dessa viga, serão realizadas simulações com diferentes concentrações de fibra variando entre 45kg/m<sup>3</sup>, 60kg/m<sup>3</sup> e 75 kg/m<sup>3</sup> ou em valores percentuais 0.6%, 0.8% e 1.0%. Além disso, será simulada uma viga de concreto armado, sem a adição de fibras, utilizada como referência.

**Figura 5.1: Resumo das características das vigas.**



Fonte: Maués (2019).

Na tabela 3.1 é apresentado o resumo das características da zona de teste da viga, na primeira coluna tem-se o nome dado as vigas a partir da concentração de fibras, sendo: CF0, concreto com 0 quilos de fibras, CF60, concreto com 60 quilos de fibras, e CF75, concreto com 75 quilos de fibra. O coeficiente  $a/d$ , se refere ao vão de cisalhamento dividido pela altura útil da peça,  $f_{cm}$  se refere a resistência do concreto a compressão. Os fatores  $Plt$  e  $Plc$  referem-se a armadura longitudinal a tração, armadura longitudinal e a compressão pela área de concreto e apresentadas em percentagem. Na coluna de  $C_f$  é apresentado a quantidade em massa utilizada de fibras e em percentagem.

**Tabela 5.1: Resumo das características das vigas.**

Vigas	$a/d$	$f_{cm}$ (Mpa)	$Plt$ (%)	$Plc$ (%)	$V_f$ (kg/m <sup>3</sup> )	$V_f$ (%)
CF0					0	0
CF45	2.4	30	1.54	0.16	45	0.6
CF60					60	0.8
CF75					75	1

Fonte: Adaptado (MAUÉS, 2019).

As fibras, figura 5.2, utilizadas tem comprimento de 60mm, diâmetro de 0,9mm, fator de forma de 65, resistência à tração  $f_{tu} = 1160$  Mpa com conformação

*hooked-end.*

**Figura 5.2: Fibras de aço.**



Fonte: Maués (2019).

## 5.2 ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA

Nesta seção será apresentado os modelos constitutivos utilizados para o concreto comum, concreto reforçado com fibras de aço e o aço. Além disso, será apresentado os critérios de falha e plastificação para cada material.

### 5.2.1 Modelo constitutivo para o concreto no ABAQUS

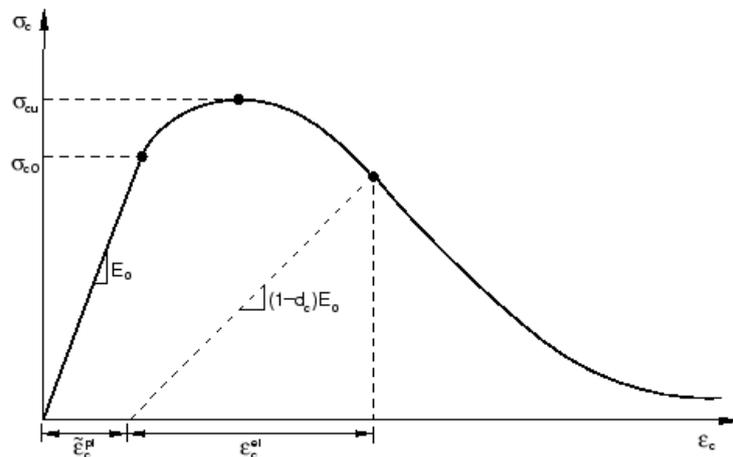
O modelo constitutivo presente no *software* ABAQUS para o comportamento do concreto é o *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), baseado na Teoria da Plasticidade, o CDP apresenta o comportamento não linear do concreto, considerando a ruptura, tanto na tração como na compressão, além de prever o desempenho no regime plástico e reproduzir a perda de rigidez após atingir a tensão última.

Neste sentido, comportamento plástico do concreto pode ser atribuído ao dano e plasticidade do material, o processo de danificação do concreto é atribuído a fissuras, coalescência e perda de coesão. A plastificação do concreto pode ser caracterizada por diversos fenômenos: deterioração progressiva do concreto, expansão volumétrica, esforços, etc (LUBLINER *et al.*, 1989).

Na figura 5.3, é apresentado o comportamento do concreto na compressão onde inicialmente há um comportamento linear até atingir sua tensão de plastificação ( $\sigma_{c0} = 0,4 f_{cm}$ ), em seguida há início do processo de fissuração e passa a agir de

maneira não-linear e por último o regime plástico passa por um amolecimento, diminuindo a tensão solicitante e aumentando a deformação.

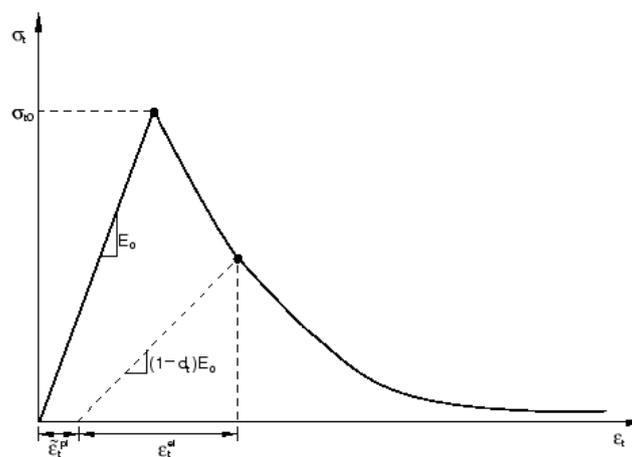
**Figura 5.3: Comportamento do concreto sobre esforços de compressão.**



Fonte: Abaqus User Manual (2008).

O comportamento do concreto quando submetido ao esforço de tração é ilustrado na figura 5.4, este apresenta comportamento elástico linear até que a tensão atinja a resistência máxima à tração ( $\sigma_{t0} = f_{ct}$ ), neste ponto o concreto começa a fissurar, em seguida ocorre o amolecimento do concreto.

**Figura 5.4: Comportamento do concreto sobre esforços de tração.**



Fonte: Abaqus User Manual (2008).

Para definir o módulo de elasticidade do concreto utilizou-se as equações (5.1)

e (5.2) presentes no *fib Model Code (2010)*, utilizou-se também a indicação *fib Model Code (2010)* para o coeficiente de *Poisson*,  $\nu = 0,2$ .

$$E_c = 21500 \cdot \alpha \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (5.1)$$

$$\alpha = 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \quad (5.2)$$

Onde,  $E_c$  é o módulo de elasticidade e o  $f_{cm}$  é a resistência à compressão do concreto adotada, no presente estudo utilizou-se 30 Mpa, em concordância com o estudo de Maués (2019).

Ao atingir a fase plástica, não-linear, tanto para a compressão quanto para a tração, o concreto apresenta redução no módulo de elasticidade inicial, que é entendida como uma danificação que o material.

A análise não linear apresenta respostas mais precisas para o comportamento estrutural, sendo possível analisar: comportamento plástico, grandes deslocamentos e o desempenho pós-pico da estrutura.

A análise não linear do modelo foi realizada do método de Newton-Raphson, um método iterativo e incremental para a resolução de sistemas de equações não lineares, empregado através do recurso *step* presente na biblioteca do ABAQUS. Esse recurso controla a aplicação do deslocamento por intermédio de um processo gradual, de modo que a configuração de equilíbrio seja atingida a partir de sucessivas iterações.

Na modelagem é necessário definir os parâmetros de falha e os critérios de plastificação do material, estes são estabelecidos com o ângulo de dilatância ( $\phi$ ), excentricidade ( $\epsilon$ ), relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial ( $f_{bc}/f_c$ ), fator forma ( $K_c$ ) e viscosidade ( $\mu$ ). Na tabela (5.2) é apresentado quais os critérios utilizados na literatura.

**Tabela 5.2: Valores dos parâmetros de falha e plastificação apresentados na literatura.**

Fonte	$\phi$	$\epsilon$	$f_{bc}/f_c$	$K_c$	$\mu$
Michał e Andrzej (2015)	$0^\circ \leq \phi \leq 30^\circ$	0.1	1.16	2/3	0.0001
Othman (2016)	$25^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$	0.1	1.10	2/3	0.0001
Xie, Fu e Yan (2019)	$36^\circ$	0.1	1.16	2/3	0.0001
Wang et al. (2020)	$15^\circ \leq \phi \leq 55^\circ$	0.1	1.16	2/3	0.0005
Matos (2021)	$37^\circ$	0.1	1.16	2/3	0.0001

Fonte: Autor (2023).

Na tabela 5.3 é apresentado os parâmetros de falha e plastificação adotados no presente trabalho.

**Tabela 5.3: Valores dos parâmetros de falha e plastificação adotados.**

Tipo de concreto	$\phi$	$\epsilon$	$f_{bc}/f_c$	$K_c$	$\mu$
Concreto Comum	$30^\circ$	0.1	1.16	2/3	0.0001
Concreto reforçado com fibras de aço	$44^\circ$	0.1	1.16	2/3	0.0001

Fonte: Autor (2023).

### 5.2.2 Comportamento do aço

Neste trabalho, a propriedade do aço foi determinada por Maués (2019) por meio de ensaios uniaxiais de tração de acordo com as recomendações da NBR 6892-1 (2013). O resultado obtido inclui a tensão de escoamento ( $f_y$ ) e o módulo de elasticidade ( $E_s$ ) que variavam de acordo com o diâmetro do aço utilizado, como indicado na tabela 3.4. O coeficiente de Poisson foi o mesmo para todas as barras de aço, igual a 0,3. O critério de Von Mises foi usado para descrever o comportamento não linear do aço.

**Tabela 5.4: Resumo dos resultados dos ensaios de tração uniaxial das barras de aço.**

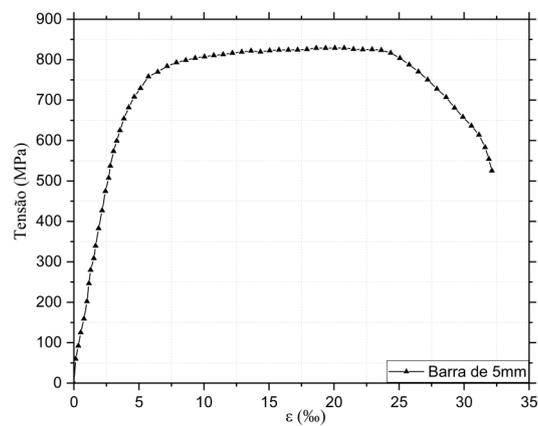
Diâmetro (mm)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\nu$
---------------	-------------	-------------	-------

5.0	742	205	
6.3	723	207	0.3
12.5	547	212	

Fonte: Adaptado Maués (2019).

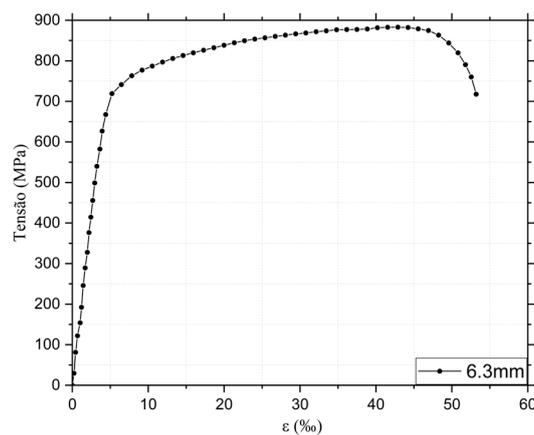
Nas figuras 5.5, 5.6 e 5.7 é apresentado o comportamento do aço na forma do gráfico tensão-deformação,  $\sigma$ - $\epsilon$ .

**Figura 5.5: Tensão-deformação barra de 5 mm de diâmetro.**



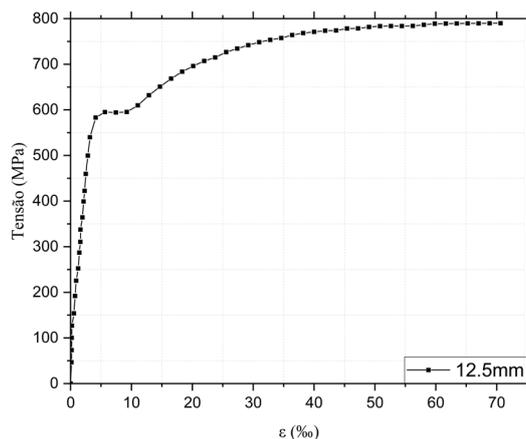
Fonte: Adaptado de Maués (2019).

**Figura 5.6: Tensão-deformação barra de 6.3 mm de diâmetro.**



Fonte: Adaptado de Maués (2019).

**Figura 5.7: Tensão-deformação barra de 12.5 mm de diâmetro.**



Fonte: Adaptado de Maués (2019).

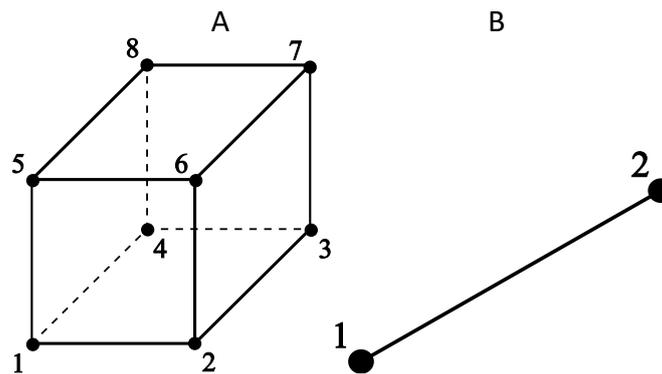
A partir da subtração da deformação total para a deformação elástica é possível determinar o comportamento do material em regime plástico. Em seguida os valores obtidos são inseridos no *software* ABAQUS para determinar o comportamento do material.

### 5.2.3 Elementos finitos utilizados

Os modelos numéricos apresentados foram desenvolvidos com base nos elementos disponibilizados na biblioteca interna do ABAQUS. A escolha dos elementos foi baseada em aspectos como número de esforço computacional, graus de liberdade e recorrente utilização em artigos. A formulação do elemento se refere à teoria matemática utilizada para definir o comportamento do elemento, sendo identificados por um conjunto de números e letras. O comportamento do elemento é caracterizado pelos seguintes atributos: família, graus de liberdade e números de nós.

O concreto e o CRFA e foram implementados com os elementos sólidos isotrópicos C3D8, um elemento contínuo de três dimensões, 8 nós e três graus de liberdade por nó. Para a armadura utilizou-se o elemento de treliça T3D2, elemento de três dimensões, 2 nós e três graus de liberdade por nó. Foi escolhido essa combinação de elementos em conformidade com outros resultados já registrados na literatura, como: Solhmirzaei e Kodur (2017), Shewalul (2021) e Rhee (2022).

**Figura 5.8: Modelo de elemento tipo C3D8 (A) e T3D2 (B).**



Fonte: Abaqus User Manual (2008).

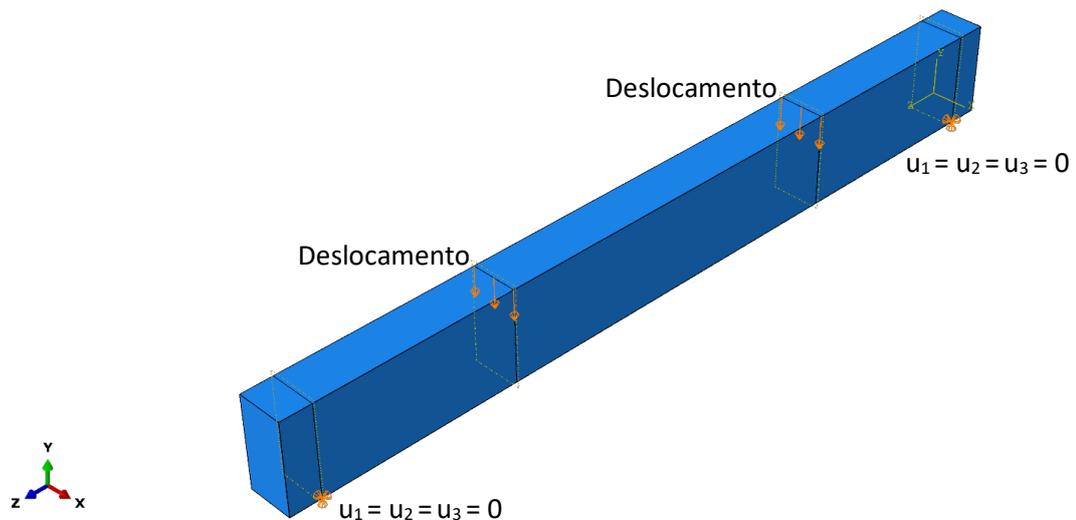
Para a interação entre os elementos das armaduras longitudinais e transversais com o concreto foi utilizado a ferramenta *embedded region*, nesta as superfícies de contato são classificadas em *master* (mestre) e *slave* (escrava).

Na interação *embedded region*, a superfície escrava fica imersa na região mestra de modo que o ambas se deslocam igualmente e simultaneamente. Além disso, a região escrava não penetra na superfície mestra.

No presente estudo a região mestra considerada foi o concreto e a superfície escrava foi a armadura longitudinal e transversal, este método é ideal para interação do concreto armado como já apresentado em outros estudos por Asran, El-Esnawi e Sabryfayed (2016), Enami (2017) e Ahmad, Khan e Raza (2019).

#### 5.2.4 Carregamento e condições de contorno.

O deslocamento foi aplicado de modo estático e monotônico por meio de deslocamentos na parte superior da viga em duas linhas, de maneira equivalente ao que é feito no ensaio de flexão em 4 pontos. As condições de contorno na parte inferior há restrição de deslocamentos nas direções X, Y e Z. As condições são apresentadas na figura a 5.9.

**Figura 5.9: condições de contorno.**

Fonte: Autor (2023).

Os deslocamentos translacionais ( $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ) são restringidos em duas linhas do modelo, equivalente aos apoios de ensaio de 4 pontos, os deslocamentos rotacionais ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ) são livres em toda a viga. Neste estudo os deslocamentos, apresentados na tabela X, variaram de acordo com o que foi realizado no ensaio experimental.

**Tabela 5.5: Deslocamentos aplicados em cada viga.**

Concreto	Deslocamentos (mm)
Concreto Comum	6.2
CRFA – 0.6%	7.8
CRFA – 0.8%	65
CRFA – 1.0%	62.5

Fonte: Autor (2023).

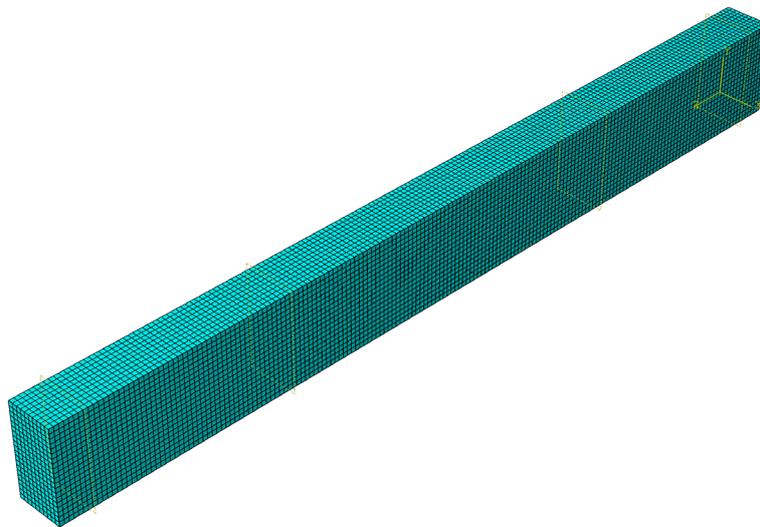
### 5.2.5 Definição de malha

A malha foi definida constante para todos os elementos constituintes da viga, para definir quais malhas seriam utilizadas para o estudo realizou-se simulações testes com elementos de dimensões de 10, 15 e 25mm, a malha de 10mm apresentou resultados representativos, porém devido ao elevado custo computacional esta não foi

utilizada para o trabalho.

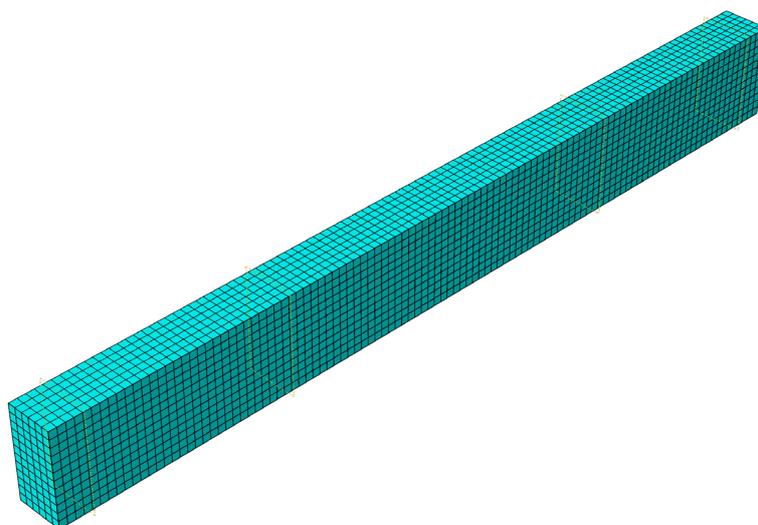
Às malhas de 15 e 25mm, figura 5.10 e 5.11 apresentaram ótimo custo/benefício do ponto de vista computacional, são representativas e a partir da utilização de duas malhas é possível verificar a sensibilidade de malha do modelo.

**Figura 5.10: Malha de 15mm.**



Fonte: Autor (2023).

**Figura 5.11: Malha de 25mm.**



Fonte: Autor (2023).

Na tabela 5.6 é apresentado um resumo do total de elementos utilizados em cada material.

**Tabela 5.6: quantidade de elementos para cada simulação.**

Malha	Concreto Comum e com fibras	Aço 5.0	Aço 6.3	Aço 12.5
15mm	36000	52	180	180
25mm	6480	32	108	108

Fonte: Autor (2023)

### 5.3 ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA

Para descrever a evolução da fissuração no concreto são utilizados comportamentos encontrados na literatura, que descrevem a fase de plastificação do concreto na tração e na compressão, dependendo do tipo de concreto considerando o dano.

#### 5.3.1 Comportamento do concreto na compressão

O comportamento utilizado neste trabalho para o concreto comum e CRFA será o de Carreira e Chu (1985), este propôs um modelo para explicar a curva completa da relação tensão x deformação do concreto submetido a compressão, os parâmetros utilizados para determinar essa relação são estimados de maneira empírica ou determinados em experimento, a partir destes parâmetros chega-se na formulação matemática que representa a curva para diferentes resistências do concreto.

A expressão matemática proposta por Carreira e Chu (1985) para representar a curva Tensão x deformação é apresentada nas equações:

$$\frac{f_c}{f_c'} = \frac{\beta(\varepsilon/\varepsilon_c')}{\beta - 1(\varepsilon/\varepsilon_c')^\beta} \quad (5.3)$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{f_c'}{\varepsilon_c' E_i}} \quad (5.4)$$

Onde:

$f_c$ : Tensão que o concreto está submetido;

$f_c'$ : Máxima tensão resistida pelo concreto;

$\varepsilon$ : Deformação do concreto;

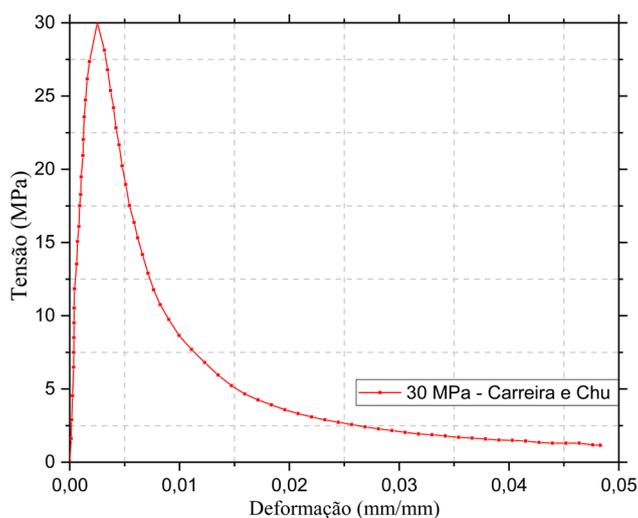
$\varepsilon_c'$ : deformação correspondente a tensão  $f_c'$ ;

$\beta$ : Parâmetro do material que depende do formato do diagrama;

$E_i$ : Módulo de Elasticidade inicial (antes da plastificação).

Na figura 3.12 é ilustrado no gráfico tensão x deformação o comportamento de um concreto com resistência de 30 MPa a partir do modelo constitutivo de Carreira e Chu (1985).

**Figura 5.12: Comportamento do concreto à compressão - Carreira e Chu (1985).**



Fonte: Adaptado de Kochem e Nardin (2020).

### 5.3.2 Comportamento do concreto na tração

Para o comportamento do CRFA submetido a tração foi utilizado o modelo de Hordijk (1992), este representa o a resistência do concreto conforme a abertura vai se expandindo até atingir a crítica ( $W_c$ ), dada pela equação 5.5,  $G_f$  é definido pela equação 5.6, apresentada no fib Model Code (2010).

$$w_c = 5.14 \frac{G_F}{f_t} \quad (5.5)$$

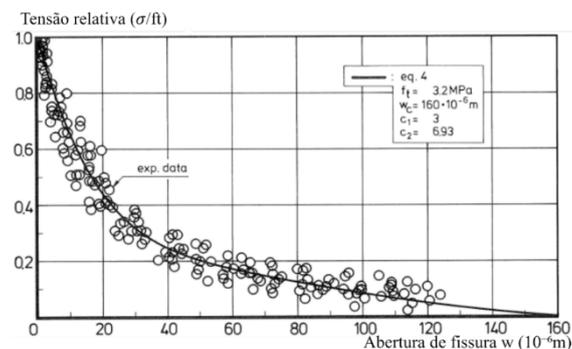
$$G_F = 73 f_{cm}^{0.18} \quad (5.6)$$

Para determinar a curva Tensão relativa x Abertura, Hordijk (1992) realizou diversos ensaios experimentais e chegou à expressão matemática (5.7).

$$\frac{\sigma_{ct}}{f_t} = \left\{ \left[ 1 + \left( c_1 \cdot \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \cdot \exp \left( -c_2 \cdot \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 - c_1^3) \cdot \exp(-c_2) \right\} \quad (5.7)$$

Onde,  $w$  é a fissura atual e  $C_1$  e  $C_2$  são constantes definidas por Hordijk (1992) ( $C_1=3.00$  e  $C_2= 6.93$ ), na figura 3.13 é apresentado o comportamento da equação (5.7) considerando  $f_t = 3.2$  Mpa e  $W_c=160$   $\mu\text{m}$ .

**Figura 5.13: Comportamento do compósito reforçado com fibras.**



Fonte: Adaptado Hordijk (1992).

### 5.3.3 Comportamento do concreto reforçado com fibras na tração

Para o comportamento do CRFA submetido a tração foi utilizado o modelo de Li e Leung (1992), nas equações (5.8) e (5.9) representam o antes e o depois do arrancamento das fibras no esforço de tração, com o pico em  $W_0$ , que corresponde com a abertura com maior resistência da fibra  $\sigma_{f0}$ , o amolecimento da matriz ( $\sigma_m$ ) é

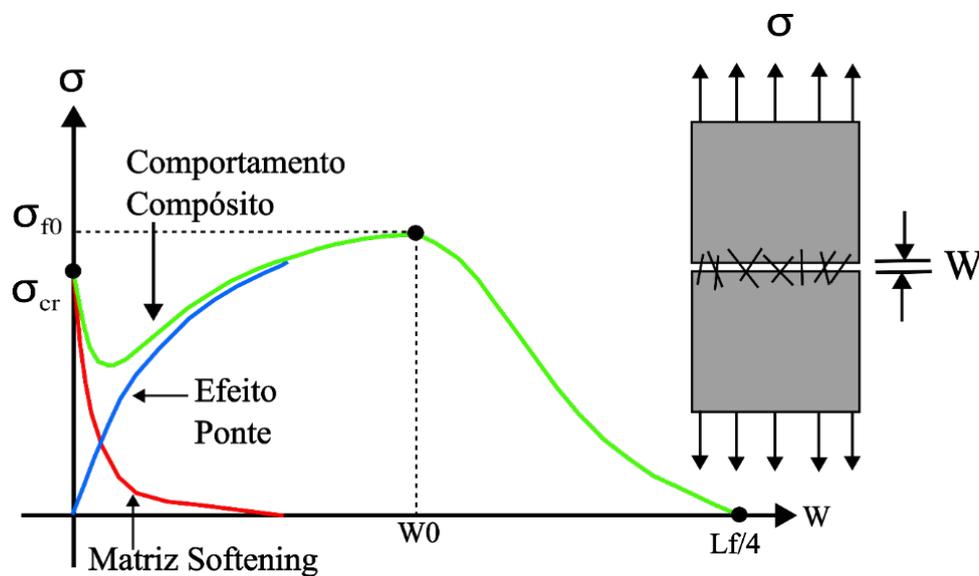
considerado na equação (5.9). Na Figura 3.14 é apresentado o comportamento de tensão por largura da abertura, o comportamento do compósito é a soma das equações (5.8) e (5.9).

$$\sigma_f(w) = \begin{cases} \sigma_{f0} \left( 2 \sqrt{\frac{w}{w_0}} - \frac{w}{w_0} \right)^2 & \text{Para } w \leq w_0 \\ \sigma_{f0} \left( 1 - \frac{4w}{L_f} \right)^2 & \text{Para } w \geq w_0 \end{cases} \quad (5.8)$$

$$\sigma_m(w) = f_t \cdot \exp \left( -2 \frac{f_t \cdot w}{G_f} \right) \quad (5.9)$$

Onde,  $L_f$ ,  $f_t$ , e  $G_f$  são o comprimento de fibra, resistência da matriz à tração e energia de fratura, respectivamente.

Figura 5.14: Comportamento do compósito reforçado com fibras.



Fonte: Autor (2023).

A tensão máxima que a fibra é solicitada ( $\sigma_{f0}$ ) é dada pela equação (5.10).

$$\sigma_{f0} = \eta \cdot \frac{L_f}{d_f} \cdot L_f \cdot \tau_{eq} \quad (5.10)$$

Onde,  $\eta$  é o coeficiente de orientação das fibras,  $L_f/d_f$  é a razão entre o comprimento e o diâmetro da fibra,  $V_f$  é o volume de fibras e  $\tau_{eq}$  é a tensão de aderência das fibras na matriz, equação (5.11).

$$\tau_{eq} = 1.5 \cdot \sqrt{f_{cm}} \quad (5.11)$$

A abertura ( $w_0$ ) quando a resistência da fibra é máxima é dada pela equação (5.12).

$$w_0 = \frac{\tau_{eq} \cdot L_f^2}{E_f \cdot d_f} \quad (5.12)$$

Onde,  $E_f$  é o módulo de elasticidade da fibra.

#### 5.3.4 Variável Dano

Para a variável dano na tração ( $d_t$ ) e compressão ( $d_c$ ), é utilizado o comportamento estabelecido por Birtel e Mark (2006), conforme as expressões matemáticas apresentadas a seguir:

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_c^{-1}}{\varepsilon_t^{pl} \left( \frac{1}{b_t} - 1 \right) + \sigma_t E_c^{-1}} \quad (5.13)$$

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} \left( \frac{1}{b_c} - 1 \right) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad (5.14)$$

Em que os coeficientes auxiliares  $b_c$  e  $b_t$  equivalem a 0.7 e 0.5, respectivamente, o modelo apresentado foi validado experimentalmente e há diversos trabalhos que utilizam a mesma abordagem, sem alterar os coeficientes. Porém os parâmetros auxiliares podem ser definidos pelas equações:

$$b_t = \frac{\varepsilon_t^{pl}}{\varepsilon_t^i} \quad (5.15)$$

$$b_c = \frac{\varepsilon_c^{pl}}{\varepsilon_c^i} \quad (5.16)$$

O dano de tração é somente considerado no concreto comum, para o CRFA Mobasher (2011) afirma que apesar de ocorrer a fissuração ainda há transferência de esforços devido efeito ponte das fibras então é considerado o parâmetro de dano em tração ( $d_t$ ) igual a zero. Além disso, Mobasher (2011) ainda afirma que o parâmetro de dano na tração no caso do CRFA é igualado a deformação plástica já apresentada no modelo constitutivo de Li *et al.* (1992).

#### 5.4 DISTRIBUIÇÃO NORMAL GAUSSIANA

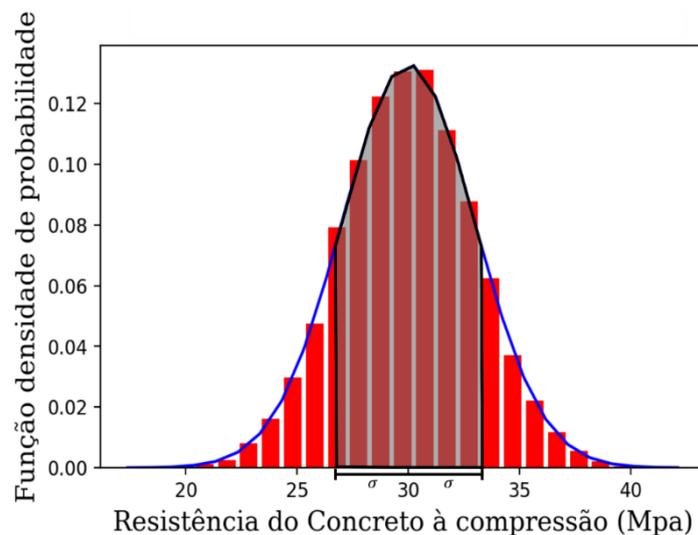
Foi utilizado a distribuição normal gaussiana para atribuir propriedades aleatórias nas faixas das vigas simuladas, a função que determina a normal gaussiana é dada pela equação (5.17).

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}} \quad (5.17)$$

Onde,  $u$  é a média e  $\sigma$  o desvio padrão adotado.

Para exemplificar a distribuição normal gaussiana é apresentado na figura 3.15 a resistência à compressão do concreto utilizando a média (30) e o desvio padrão (3), nesta curva será escolhido um ponto aleatório, onde aproximadamente 70% das possibilidades se encontra na área sombreada que é determinada pelo desvio padrão, em seguida esse valor será atribuído no concreto reforçado com fibras.

**Figura 5.15: Curva normal de resistência do concreto a compressão.**



Fonte: Autor (2023).

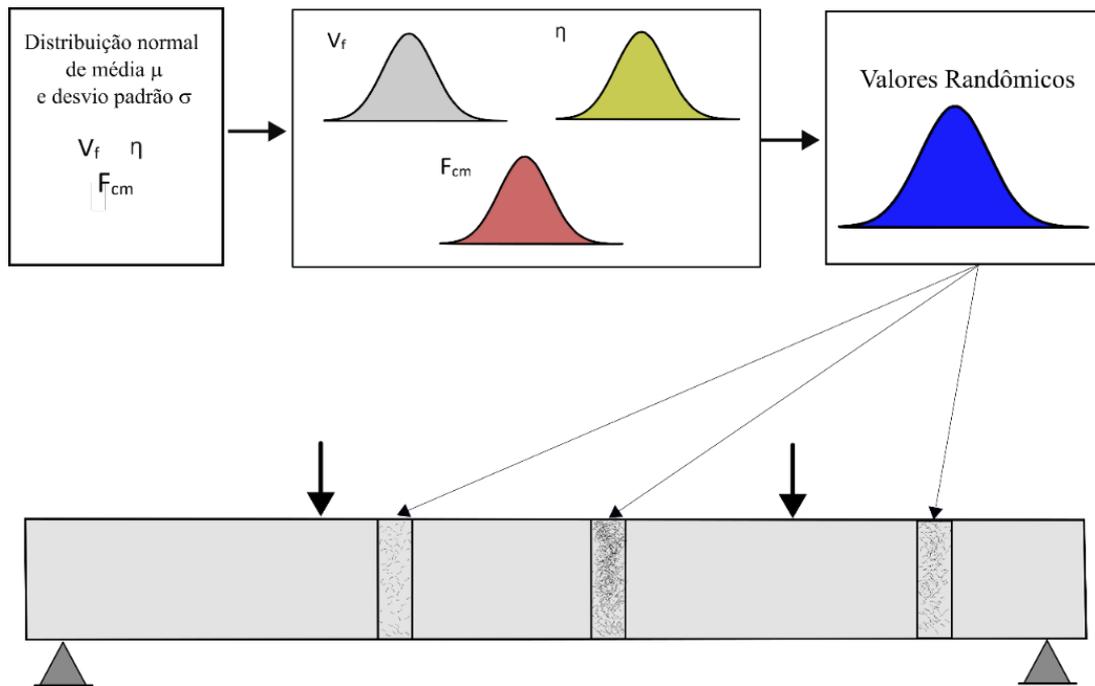
Em seguida será apresentado como será feita a atribuição das propriedades aleatórias na viga.

## 5.5 INSERÇÃO DAS PROPRIEDADES ALEATÓRIAS NO CONCRETO

A distribuição e orientação de fibras em concretos com fibras não é uniforme e randômica (BENTUR e MINDESS, 2007). Para representar esse efeito é adotada a estratégia de dividir o modelo em faixas que representarão propriedades do concreto considerando variabilidade conhecidas na literatura.

Portanto, em cada faixa da viga serão atribuídos parâmetros randômicos considerando a distribuição gaussiana, tabela 3.6, que estabelecerão as propriedades da matriz e da interação matriz-fibra. Com um número significativo de simulações será possível estimar a variabilidade da resposta estrutural das vigas estudadas, na figura 3.16 é apresentado o esquema que será adotado.

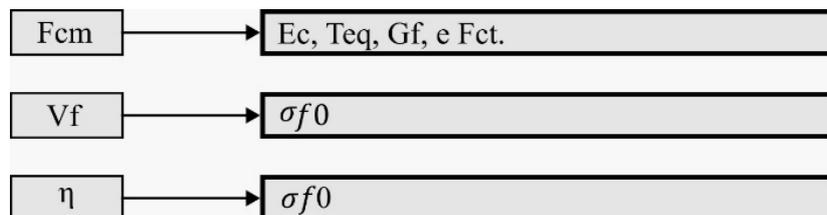
**Figura 5.16: Esquema adotado para distribuição das faixas da viga.**



Fonte: Autor (2023).

Essas três propriedades alteradas influenciam diretamente o comportamento do compósito quando solicitado a esforços, na figura 5.17 é apresentado o que cada propriedade influencia no compósito.

**Figura 5.17: Esquema adotado para distribuição das faixas da viga.**



Fonte: Autor (2023)

**Tabela 5.7: Resumo dos parâmetros variados**

CONCRETO	$F_{cm}$ (MPa)	$V_f$ (%)	$\eta$
CRFA-0.6%	$u = 30; \sigma = 3$	$u = 0.6; \sigma = 0.06$	$u = 0.6; \sigma = 0.1$
CRFA-0.8%	$u = 30; \sigma = 3$	$u = 0.8; \sigma = 0.08$	$u = 0.6; \sigma = 0.1$
CRFA-1.0%	$u = 30; \sigma = 3$	$u = 1.0; \sigma = 0.1$	$u = 0.6; \sigma = 0.1$

Fonte: Autor (2023)

Sendo  $E_c$  o módulo de elasticidade,  $T_{eq}$  a tensão de aderência,  $G_f$  energia de fratura,  $F_{ct}$  resistência à tração e  $\sigma_{f0}$  a tensão máxima que a fibra é solicitada.

Foram utilizadas três quantidades diferentes de faixas verticais nas vigas simuladas, a quantidade de faixas utilizadas foi definida a partir da divisão do comprimento da viga pelo comprimento da fibra, considerando três situações: 2 vezes o comprimento da fibra, o comprimento da fibra e comprimento dividido por 2. Na tabela 5.8 é apresentado o esquema utilizado.

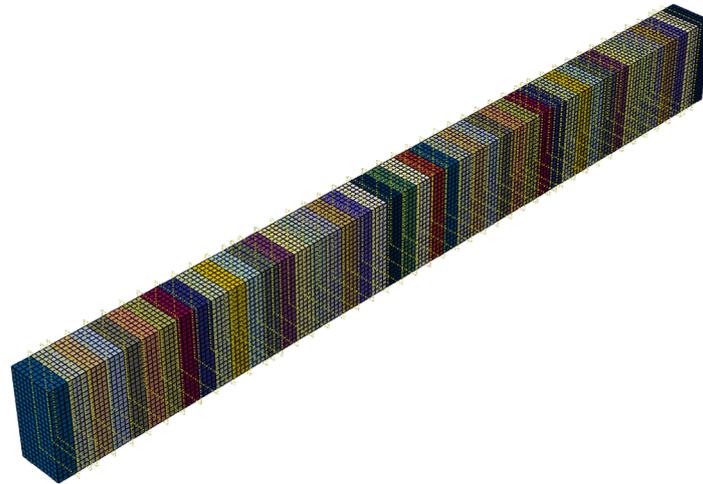
**Tabela 5.8: Resumo dos parâmetros variados dispostas no eixo vertical.**

Quantidade de faixas	Comprimento adotado para divisão das faixas
30	120 mm ( $2 \cdot l_f$ )
45	60 mm ( $l_f$ )
90	30 mm ( $l_f/2$ )

Fonte: Autor (2023)

Na figura 5.18 é apresentado um exemplo de uma viga simulada com 45 faixas e malha de 15mm, onde cada cor representa um material diferente.

**Figura 5.18: Esquema adotado para distribuição das faixas verticais da viga.**



Fonte: Autor (2023).

Ademais, foram realizadas simulações com a as faixas dispostas no eixo longitudinal da viga com intuito de comparar com os resultados obtidos nas faixas na vertical. Para dividir a viga também foi utilizado como base o comprimento da fibra, porém devido a pequena dimensão foi utilizado apenas o comprimento dividido por 2, como é apresentado na tabela 5.9.

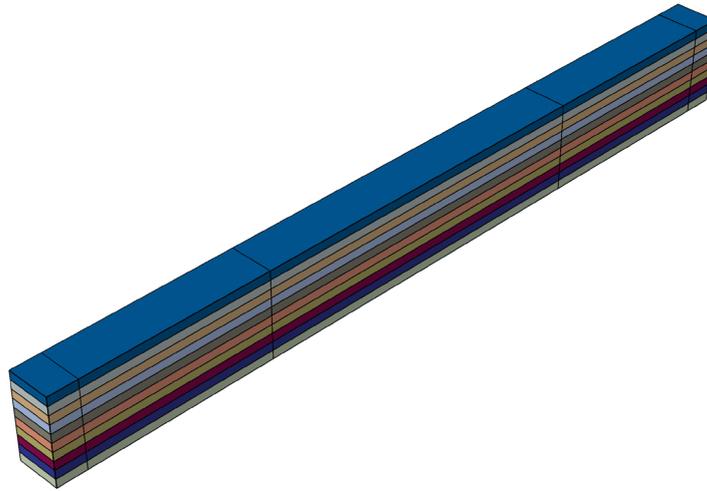
**Tabela 5.9: Resumo dos parâmetros variados dispostas no eixo longitudinal.**

Quantidade de Faixas	Comprimento adotado para divisão das faixas.
10	30 mm ( $l_f/2$ )

Fonte: Autor (2023)

Na figura 5.19 é apresentado um exemplo de uma viga simulada com 10 faixas onde cada cor representa um material diferente.

**Figura 5.19: Esquema adotado para distribuição das faixas longitudinais da viga.**

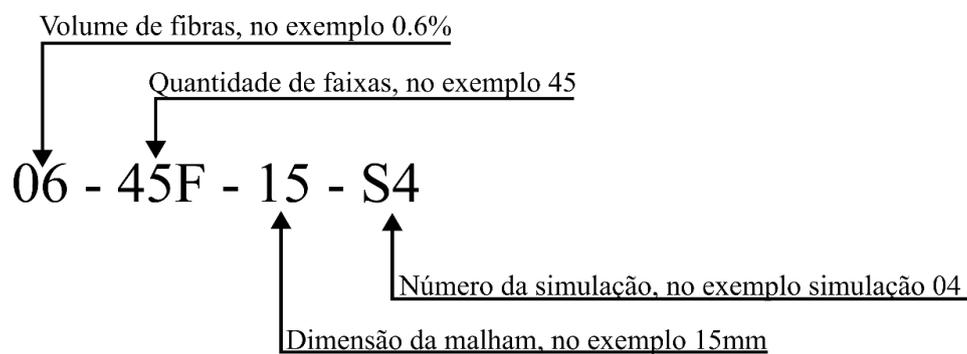


Fonte: Autor (2023).

Um total de 218 vigas foram submetidas à simulação, sendo que a grande maioria, 210 no total, apresentavam fibras com propriedades aleatórias, enquanto 6 possuíam fibras com propriedades homogêneas e as outras 2 vigas eram compostas de concreto comum.

Na Figura 3.20 é apresentado como foi dividida a nomenclatura utilizada para cada tipo de viga. No apêndice A é apresentado de maneira detalhada cada simulação realizada.

**Figura 5.20: Esquema de nomenclatura utilizado.**

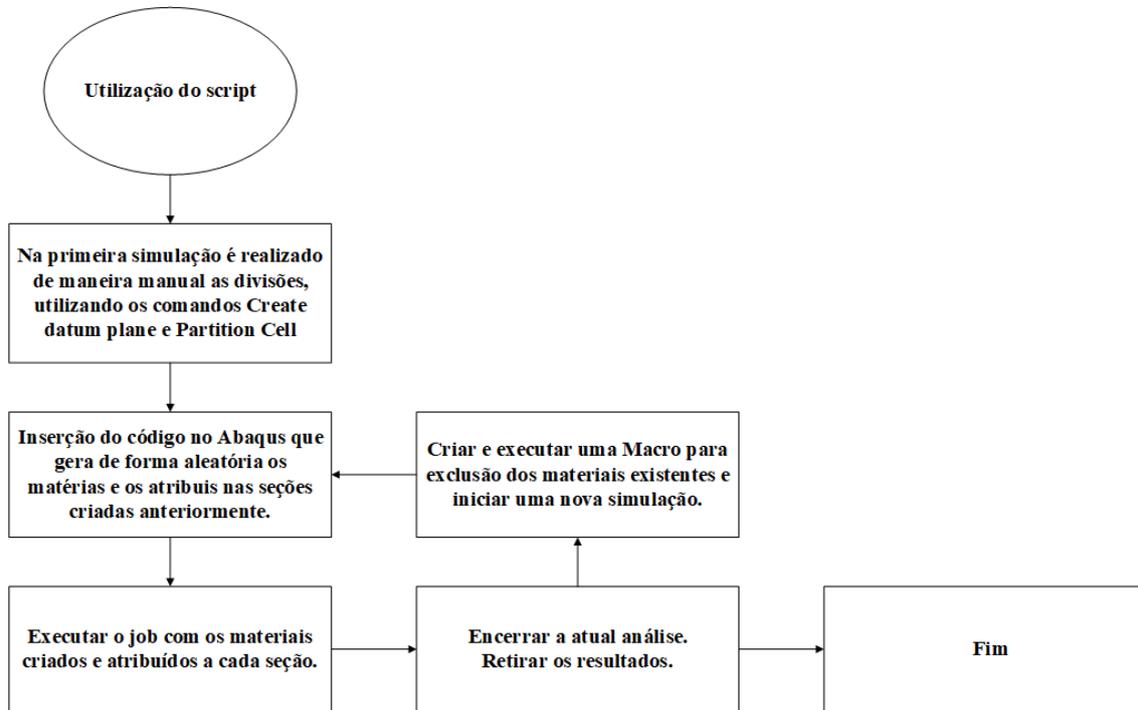


Fonte: Autor (2023).

Com o objetivo de automatizar e uniformizar a inserção de aleatoriedade em diferentes vigas, um código em python foi desenvolvido e utilizado para essa

finalidade.

**Figura 5.21: Esquema adotado para utilização do script.**



Fonte: Autor (2023)

## 6 RESULTADO E ANÁLISE PARAMÉTRICA

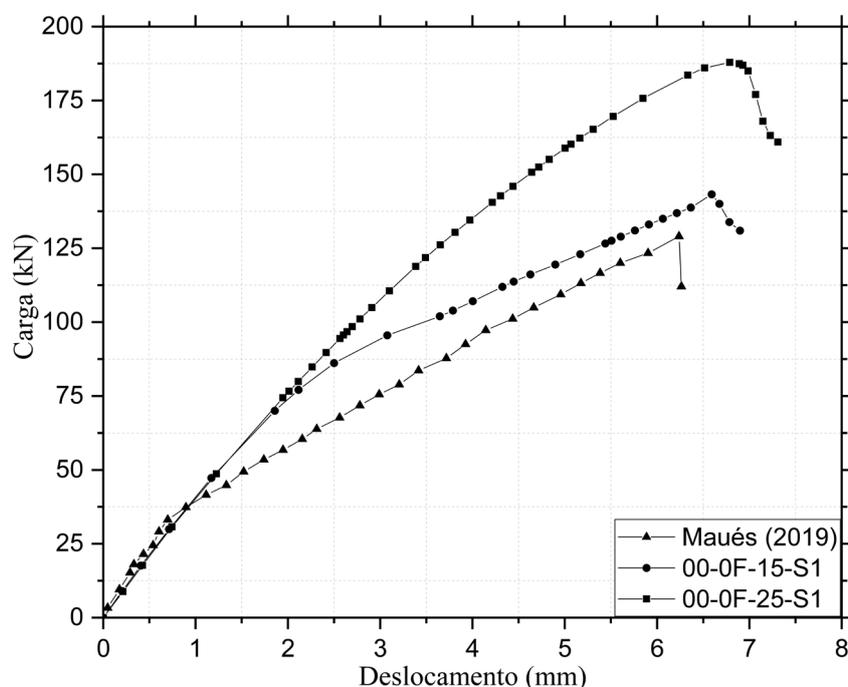
Neste capítulo são apresentados os resultados do estudo de calibração e paramétrico realizados. As observações sobre a influência da inserção de parâmetros aleatórios na viga, orientação e quantidade de faixas utilizadas, modo de ruptura, gráficos carga × deslocamento, carga última, carga final e tenacidade.

Finalmente, a comparação das diferentes abordagens numéricas realizadas. O computador usado para as análises possui 16GB de memória (RAM), um processador Core (TM) i7-10700F CPU de 3,20 GHz com 8 núcleos e 16 processadores lógicos.

### 6.1 CONCRETO CONVENCIONAL

O gráfico carga × deslocamento do experimento realizado por Maués (2019) e das simulações de 15 e 25mm, considerando o concreto sem fibras com deslocamento de 6.2mm é apresentado na figura 6.1.

**Figura 6.1: Gráfico carga x deslocamento – Concreto convencional.**



Fonte: Autor (2023).

A partir da figura 1 observa-se que houve o rompimento abrupto das vigas de

concreto comum em todos os experimentos, essa resposta era esperada tratando-se de concreto convencional.

Kazemi e Broujerdian (2006) apontam que a classe de concreto convencional, até 40 MPa, quando não se utiliza armadura transversal nem fibras, o rompimento tende a ser abrupto pois a capacidade de cisalhamento do compósito depende do engrenamento dos agregados, quando a fissura atinge certa dimensão o mecanismo falha em seguida.

Na tabela 6.1 é apresentando a carga de falha, tenacidade da viga e deslocamento final.

**Tabela 6.1: Valores finais concreto convencional.**

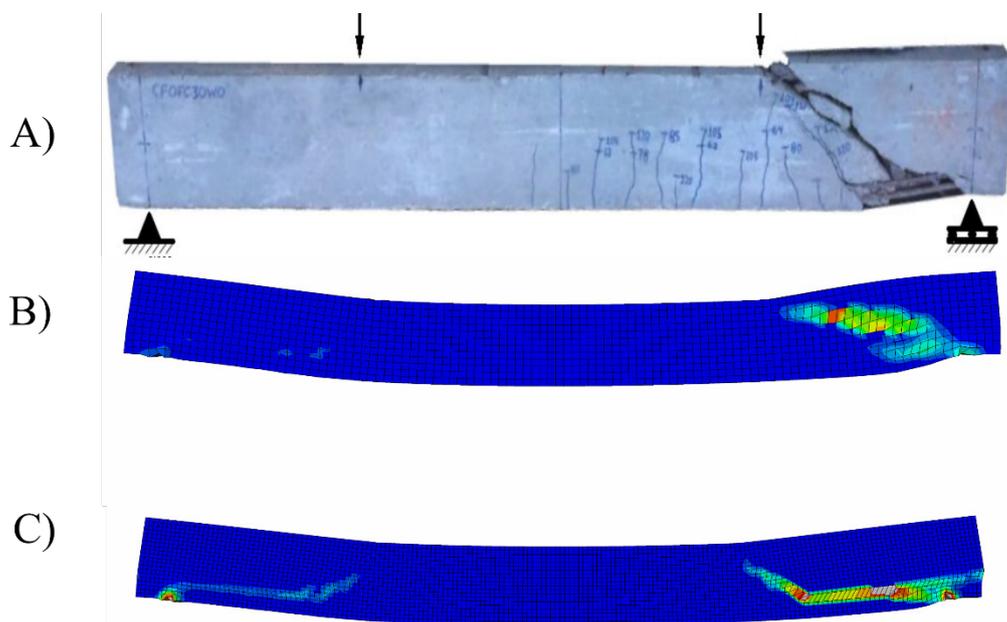
	Carga de falha experimental (kN)	Carga de falha numérica (kN)	Varição (%)
00-0F-15-S1	129,12	143,25	10,94%
00-0F-25-S1		187,86	45,49%
-	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ)	-
00-0F-15-S1	0,48	0,63	31,25%
00-0F-25-S1		0,84	75,00%
	Deslocamento final Experimental (mm)	Deslocamento final numérico (mm)	
00-0F-15-S1		6,58	5,45%
00-0F-25-S1	6,24	6,78	8,65%

Fonte: Autor (2023)

Comparando os resultados numéricos com o experimental e obtendo as porcentagens de diferença observa-se que a menor discrepância foi a simulação com malha de 15mm. Yang e Xu (2008) aponta que malhas mais refinadas apresentam melhor encaminhamento das fissuras, logo menor resistência do material, o que explica respostas mais sensíveis da malha de 15mm.

Na figura 6.2, é apresentado a viga ensaiada por Maués (2019) e as deformações plásticas das modelagens, nesta é possível verificar visualmente como a malha de 15mm foi mais sensível à esforços do que a malha de 25mm.

**Figura 6.2: Comparação experimental x numérico – Concreto Comum. A) viga de Maués (2019) B) simulação com malha de 25mm C) Simulação com malha de 15mm.**



Fonte: Autor (2023).

Primeiramente, comparando as malhas de 25mm e 15mm, fica evidente as considerações de Yang e Xu (2008), onde a malha de 15mm apresentou caminhos bem definidos pela malha, caracterizou o rompimento do compósito e até captou leves deformações na área com armaduras transversais.

A malha de 25mm, neste caso, não apresentou um caminhamento bem definido para a deformação plástica.

Na simulação numérica também foi alcançado a perda de rigidez abrupta, conforme figura 6.1. Essa fragilidade pode ser devido a deformação plástica concentrada na diagonal crítica da viga onde não há armadura transversal, causando a falha por engrenamento dos agregados.

O efeito pino tem pouca contribuição no combate ao efeito cisalhante em vigas de concreto convencional sem estribos, devido ao não controle de fissuras (SINGH e CHINTAKINDI 2013).

Atribui-se o resultado superior da viga de simulação numérica em razão dos modelos numéricos se mostram mais rígidos que os reais. Fato provavelmente atribuído as incertezas com relação aos apoios e rigidez do pórtico que aplica carga no

ensaio experimental. Esse argumento exposto pode ser aplicado a outras vigas que serão apresentadas no trabalho.

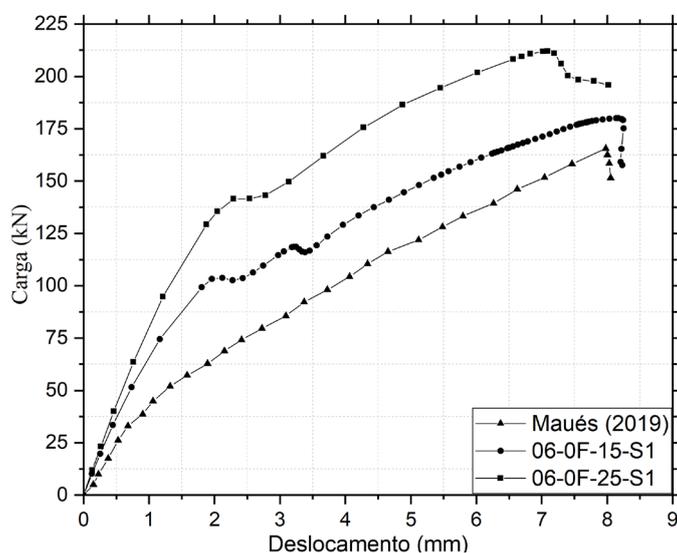
## 6.2 CRFA COM VOLUME DE 0.6%

Neste tópico serão apresentados os resultados obtidos nas simulações das vigas com volume de 0.6% de fibras. Será apresentado o comportamento da viga homogênea e das vigas com aleatoriedade de propriedades.

### 6.2.1 Homogênea

Na Figura 6.3 é apresentado o gráfico carga × deslocamento do experimento realizado por Maués (2019) e das simulações homogêneas com malha de 15 e 25 mm no volume de fibra de 0.6%.

**Figura 6.3: Gráfico carga x deslocamento – simulação homogênea 0.6%.**



Fonte: Autor (2023).

O comportamento da simulação com a malha de 15mm se aproximou mais do comportamento experimental. Na fase elástica houve leve discrepância entre a simulação e o experimental, devido ao comportamento idealizado do concreto em simulações.

Novamente a malha de 15mm apresentou melhores resultados do que o apresentado por 25mm.

As simulações e os ensaios apresentaram ruptura frágil ao cisalhamento, figura 6.3, entretanto apresentaram maior capacidade ao cisalhamento, quando comparado ao concreto convencional, isso se deu devido a fibra potencializar a resistência ao cisalhamento.

No sentido de aumentar a capacidade ao cisalhamento Lantsoght (2019) aponta que no CRFA as propriedades de aderência entre o concreto e a armadura são melhoradas em comparação ao concreto convencional, resultando em um efeito de pino com maior eficiência.

Victor, Li e Ali (1992) observam que a propagação de fissuras no CRFA é mais lenta, logo a propagação das fissuras em volta das armaduras mais demorada, aumentando a resistência do efeito de pino.

Resende, Cardoso e Shehata (2020) realizaram ensaios experimentais instrumentado para verificar somente a contribuição do efeito de pino no concreto comum e CRFA, com a inserção do volume de 1.0% de fibras alcançou-se aumento de capacidade ao cisalhamento quando comparado com o concreto convencional.

Zarrinpour e Chao (2017) ainda aponta que no CRFA a ação de pino contribui entre 10% e 35% à resistência do compósito ao cisalhamento.

O engrenamento é um mecanismo que consegue passar esforços até determinada abertura de fissura, nesse sentido Lantsoght (2019) afirma que as fibras auxiliam a ductilidade do material devido o controle de fissuras, logo potencializam o mecanismo de engrenamento dos agregados.

Cunha (2010) aponta que após a fissuração do CRFA o comportamento do compósito é governado, principalmente, pelos mecanismos de transferência oferecidos pelas fibras, neste caso o engrenamento dos agregados tem menor influência.

Cunha (2010) comenta que caso as fibras cruzem a diagonal principal de fissuração por cisalhamento, estas oferecem resistência ao cisalhamento devido o atrito de deslizamento necessário para movimentar a fibras.

Por esses motivos, o gráfico da figura 6.3 apresentou curvas com maior resistência do que o concreto comum.

Em seguida, é apresentado as cargas de falha, tenacidade e deslocamento final do ensaio experimental e modelagens numéricas.

**Tabela 6.2: Valores finais concreto com 0.6% de fibras.**

	Carga de falha experimental (kN)	Carga de falha numérica (kN)	Varição (%)
06-OF-15-S1	165,56	180,06	8,76%
06-OF-25-S1		212,02	28,06%
	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ)	-
06-OF-15-S1	0,79	1,025	29,75%
06-OF-25-S1		1,239	56,84%
	Deslocamento final Experimental (mm)	Deslocamento final numérico (mm)	
06-OF-15-S1	7,97	8,17	2,51%
06-OF-25-S1		7,08	-11,17%

Fonte: Autor (2023).

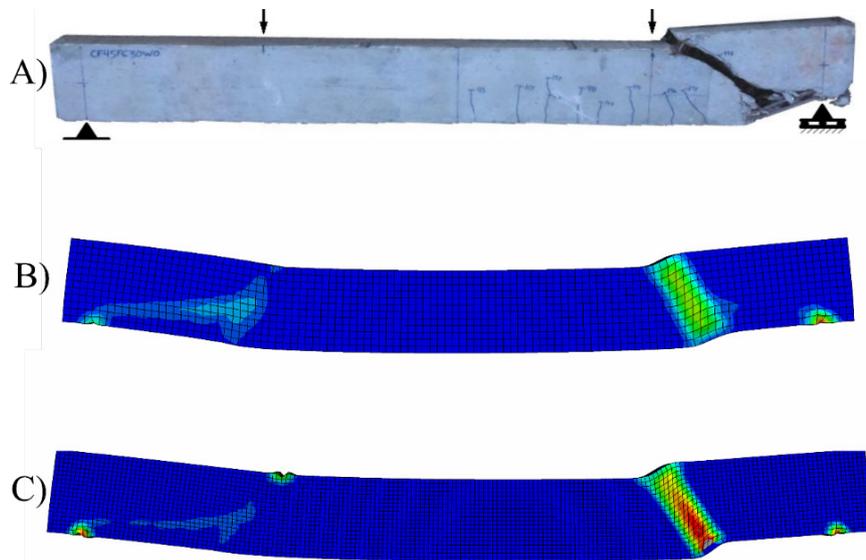
A inserção do volume de 0.6% de fibras no concreto aumentou 64.58% a tenacidade experimental quando comparado com o concreto comum experimental. Além disso, houve um aumento de 28,22% na carga de falha experimental quando comparado a carga de falha do concreto comum.

Os resultados numéricos de 15mm apresentaram 62% e 25,87%, de acréscimo na tenacidade e carga de falha quando comparado a simulação numérica do concreto comum na malha de 15mm.

Na figura 6.4, é apresentada a viga rompida do ensaio realizado por MAUÉS (2019) e as deformações plásticas alcançadas nas simulações numéricas.

Nota-se a concentração de deformações nas vigas apresentaram deformação excessiva na angulação de 45° na área que não apresentava armadura transversal, caracterizando ruptura por cisalhamento (MAUÉS, 2019).

**Figura 6.4: Comparação experimental x numérico. A) viga de Maués (2019) B) simulação com malha de 25mm C) Simulação com malha de 15mm.**

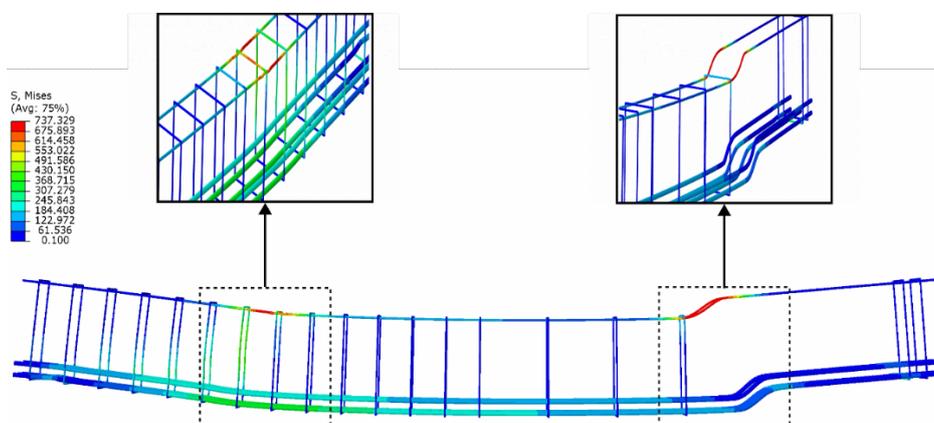


Fonte: Autor (2023).

Comparando a malha de 25mm e a malha de 15mm é possível verificar que a malha mais refinada apresenta melhor representatividade do modelo experimental, pois verifica-se maiores concentrações de deformações plásticas onde ocorreu a falha experimental. Semelhante ao que ocorreu no concreto convencional.

Na Figura 6.5, é exibida a tensão nas armaduras após aplicação do deslocamento de 7.8mm na simulação com malha de 15mm, sendo destacado os locais em que os deslocamentos são aplicados.

**Figura 6.5: Armadura da simulação com 0.6% homogênea.**



Fonte: Autor (2023).

Na imagem à esquerda destacada é perceptível a contribuição da armadura transversal na transferência de esforços e na resistência do elemento ao esforço de cisalhamento.

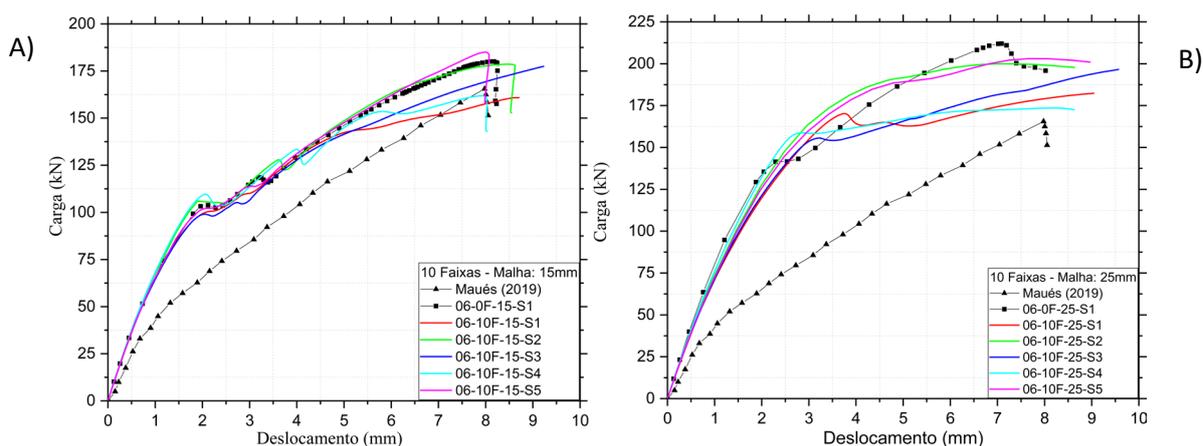
Em contrapartida, na imagem destacada à direita, onde não há armadura transversal, ocorreu o escoamento da armadura, é possível verificar a mobilização do efeito pino, caracterizando mais um mecanismo de transferência do esforço cisalhante.

De maneira concordante, Maués (2019) aponta que a falha no ensaio experimental ocorreu devido os esforços no concreto, porém também ocorreu o efeito pino das armaduras longitudinais. Caracterizando mudança de comportamento com o concreto convencional que, usualmente, falha sem que haja mobilização eficiente do efeito pino, como abordado no estudo de (SINGH e CHINTAKINDI, 2013).

### 6.2.2 Faixas Longitudinais

Na figura 6.6 é apresentado a comparação entre as curvas carga x deslocamento do resultado experimental, simulação homogênea e as modelagens com 10 faixas longitudinais com malhas de 15 e 25mm.

**Figura 6.6: Gráfico Carga x Deslocamento - a) malha de 15mm b) malha de 25mm.**



Fonte: Autor (2023).

A partir da verificação de sensibilidade de malha, observa-se que a malha de 25mm não foi representativa para as simulações com o volume de 0.6% e 10 faixas horizontais, nenhuma apresentou perda de rigidez abrupta. Já na malha de 15mm 3 de

5 simulações apresentaram ruptura frágil.

Quando se coloca aleatoriedade em propriedades o comportamento do compósito pode apresentar diversos comportamentos, no caso do presente estudo as faixas podem ter propriedades mais ou menos resistentes, utilizando como referência a viga homogênea.

Dancygier e Karinski (2014) realizaram um estudo de analítico dividindo uma viga de CRFA em faixas verticais com propriedades propriedades aleatórias, semelhante ao presente estudo, entretanto não foi analisado numericamente o experimento.

Neste estudo concluiu-se que a distribuição de fibras em um certo número de faixas aumente, significativamente, a propabilidade de incluir faixas com menores/menores volumes de fibras, logo pode-se alterar o comportamento do compósito.

Além disso, os autores afirmam que quanto maior o número de faixas, é mais provável do elemento apresentar menor resistência, devido a maior probabilidade de apresentar uma “fraqueza” pontual na faixa com menor resistência.

Os apontamento de Karinski e Dancygier (2014) auxiliam o entendimento do comportamento diferente em cada tipo de simulação com diversas faixas.

Desse modo, pode-se atribuir o não rompimento abrupto da viga com 10 faixas longitudinais devido ao número reduzido de faixas, comparado com as faixas das outras simulações, e a possibilidade de apresentar faixas com maiores resistências.

Em seguida, é apresentado as cargas de falha, tenacidade e deslocamento final do ensaio experimental e modelagens numéricas. Somente da simulação de 15mm por apresentar melhor repetitividade, tabela 6.3.

**Tabela 6.3: Valores finais concreto com 0.6% de fibras - 10 faixas longitudinais – 15mm.**

	Carga de falha experimental (kN)	Carga de falha numérica (kN) - 0.6% - 10 Faixas	Varição (%)
06-10F-15-S1		-	-
06-10F-15-S2		178,65	7,90%
06-10F-15-S3		-	-
06-10F-15-S4	165,56	161,88	-2,22%
06-10F-15-S5		185,05	11,77%
Média		175,19	3,65%

Desvio Padrão		11,96	9,89%
-	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ) - 0.6% - 10 Faixas	-
06-10F-15-S1		1,04	30,66%
06-10F-15-S2		1,09	37,04%
06-10F-15-S3		1,15	44,68%
06-10F-15-S4	0,79	0,96	20,52%
06-10F-15-S5		0,99	24,53%
Média		1,05	31,49%
Desvio Padrão		0,077	9,67%
Deslocamento final Experimental (mm)		Deslocamento final numérico (mm) - 0.6% - 10 Faixas	
06-10F-15-S1		-	-
06-10F-15-S2		8,45	6,02%
06-10F-15-S3		-	-
06-10F-15-S4	7,79	7,91	-0,75%
06-10F-15-S5		7,99	0,25%
Média		8,12	1,84%
Desvio Padrão		0,229	3,65%

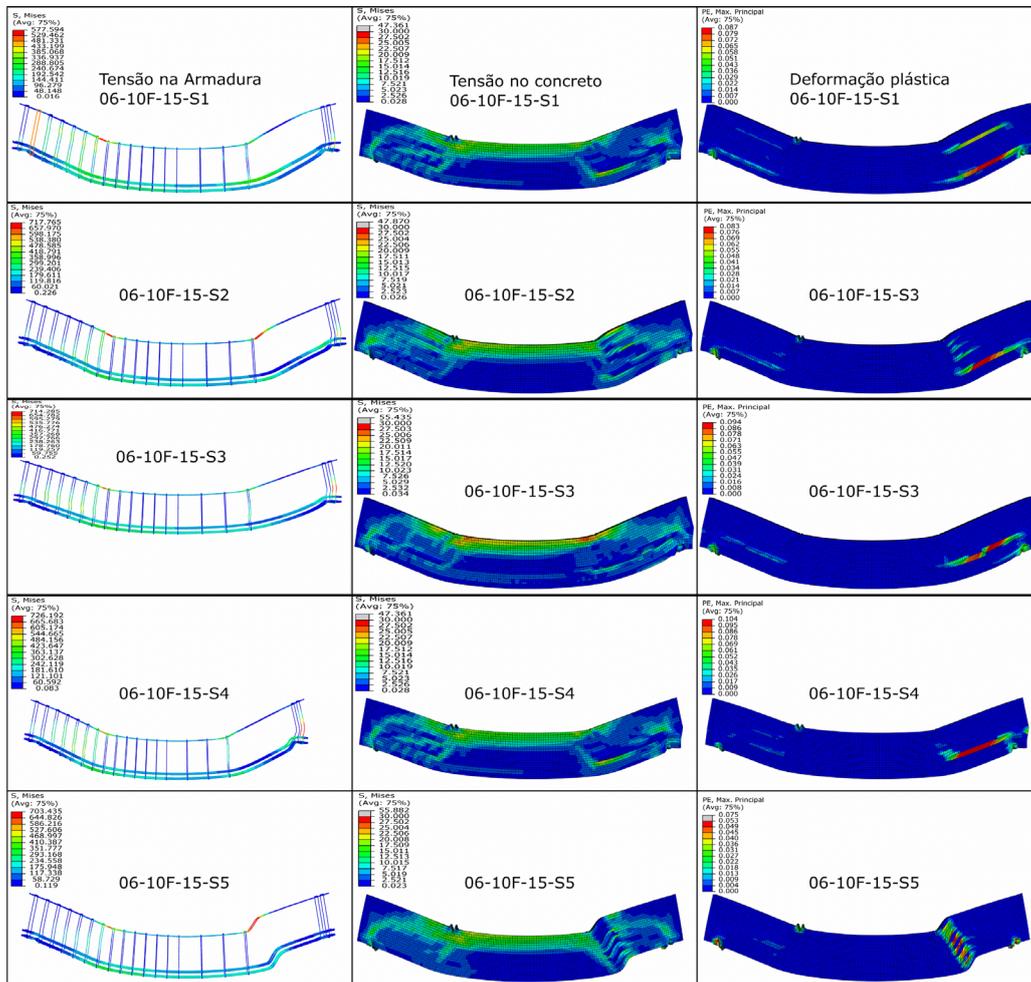
Fonte: Autor (2023).

Nas simulações 06-10F-15-S1 e 06-10F-15-S3, não foi alcançada a ruptura do elemento, por isso não foi apontado a carga final nem o deslocamento final.

Dentre as simulações de 10 faixas longitudinais a que apresentou comportamento mais próximo do experimental foi a 06-10F-15-S5.

Em seguida são apresentados na figura 6.7, a tensão nas armaduras e no concreto e as deformações plásticas das simulações de malha de 15mm com 10 faixas longitudinais, após o descolamento de 7.8mm da viga.

**Figura 6.7: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 10 faixas**



Fonte: Autor (2023).

Nas simulações 06-10F-15-S1 e 06-10F-15-S3 não houve a ruptura do concreto e da armadura, pois estas possivelmente apresentaram faixas com maiores resistência, devido a aleatoriedade do material. Além disso, na análise 06-10F-15-S3 é possível verificar concentração de tensões no ponto onde se aplica o deslocamento, na área com armadura transversal.

Biolzi e Cattaneo (2017), realizaram ensaios à flexão em viga com diversas concentrações fibras com e sem estribos, a partir do resultado dos ensaios apontam quando o compósito maior capacidade ao cisalhamento devido as fibras, ele pode apresentar falha por esmagamento do concreto.

Em concordância com Biolzi e Cattaneo (2017) simulação 06-10F-15-S2 houve concentração de tensões e deformação na armadura longitudinal de compressão.

Além disso, houve concentração de deformações plásticas em uma faixa, logo a perda abrupta de rigidez pode estar associada a esses dois fatores.

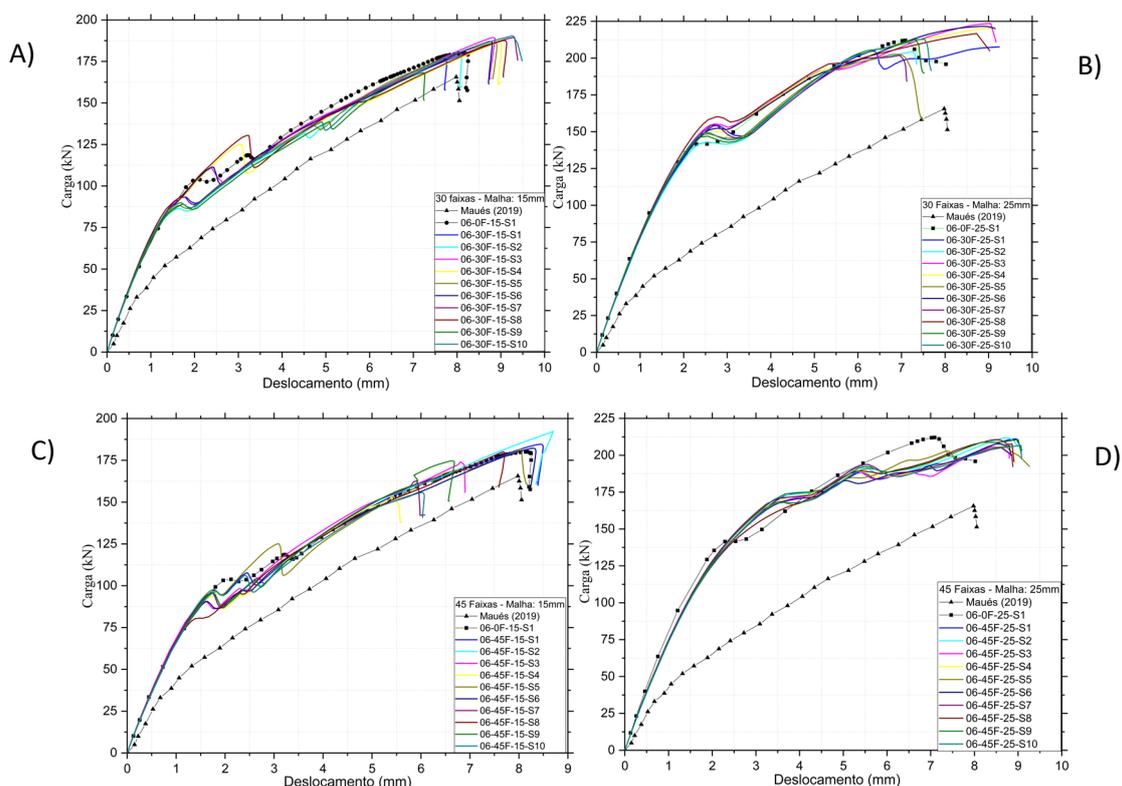
Simulação 06-10F-15-S4, não apresentou tensões elevadas na armadura ou no concreto que aproximassem de suas resistências. Porém dentre as análises de faixas longitudinais foi o que apresentou maior deformação plástica, isso se dá pela aleatoriedade das propriedades nas faixas.

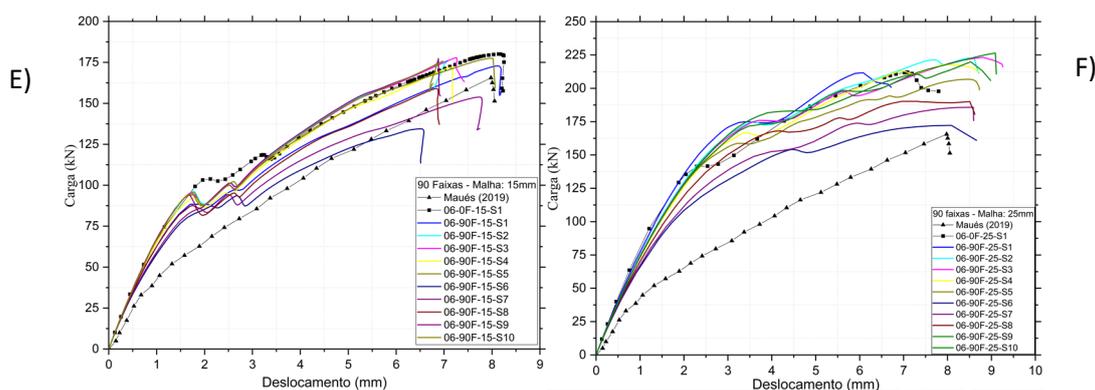
Simulação 06-10F-15-S5, rompeu de maneira semelhante a viga homogênea, apresentando três mecanismos de transferência de cisalhamento efeito de pino, efeito ponte das fibras e engrenamento dos agredados.

### 6.2.3 Faixas Verticais

Na figura 6.8 é apresentado a comparação entre as curvas carga x deslocamento do resultado experimental, simulação homogênea e as modelagens com 30, 45 e 90 faixas longitudinais com malhas de 15 e 25mm.

**Figura 6.8: Gráficos Carga x Deslocamento - a) 30 faixas 15mm; b) 30 faixas 25mm; c) 45 faixas 15mm; d) 45 faixas 25mm; e) 90 faixas 15mm; f) 90 faixas 25mm – 0.6%.**





Fonte: Autor (2023).

A partir da verificação de sensibilidade de malha, observa-se que a malha de 25mm não foi representativa para as simulações com o volume de 0.6%, na maioria das simulações apresentou respostas superestimadas, em comparação ao experimental.

Por outro lado, a malha de 15mm apresentou comportamento representativo, tanto em resistência quanto em modo de ruptura, seguindo os padrões apontados por Yang e Xu (2008).

Os gráficos para a malha de 15mm na maioria das simulações apresentam uma perda abrupta de rigidez bem antes da ruptura, entre 2 e 3mm de deslocamento. Essa perda pode ser atribuída também a redistribuição de esforços entre as faixas.

Ademais, todas as modelagens com malha de 15mm e faixas verticais apresentaram ruptura frágil, sendo que a simulação que apresentou menores resistência em seu comportamento foram as análises com 90 faixas e 15mm.

Em concordância com os resultados apresentados Dancygier e Karinski (2014) propõe que os segmentos com dimensão de 0.5 do comprimento da fibra apresentam as seções mais fracas, ou como dito pelos autores "*weakest section*". E no atual trabalho, as modelagens de 90 faixas tem o comprimento de 0.5 do comprimento da fibra.

Além disso Dancygier e Karinski (2014) ainda aborda que quanto mais segmentado o material se apresenta, menor será sua resistência final aos esforços.

Por exemplo, nas simulações de 0.6% as maiores resistências foram encontradas nas simulações de 10 faixas horizontais, onde em 40% das simulações não se atingiu a ruptura por cisalhamento do material.

Nesse sentido, no atual trabalho, o padrão de aumento de faixas e redução da resistência do elemento é apresentado em todos os volumes de fibras simulados.

Na tabela 6.4 é apresentado a carga final, tenacidade e deslocamento final de todas as simulações.

Analisando a tabela 6.4 fica evidente que a incorporação de mais faixas na simulação afeta na resistência da viga, levando em consideração às médias e desvios padrões, a viga de 45 faixas se apresentou menos resistente que a de 30 faixas. Além disso, a viga com 90 apresentou menor rigidez que ambas.

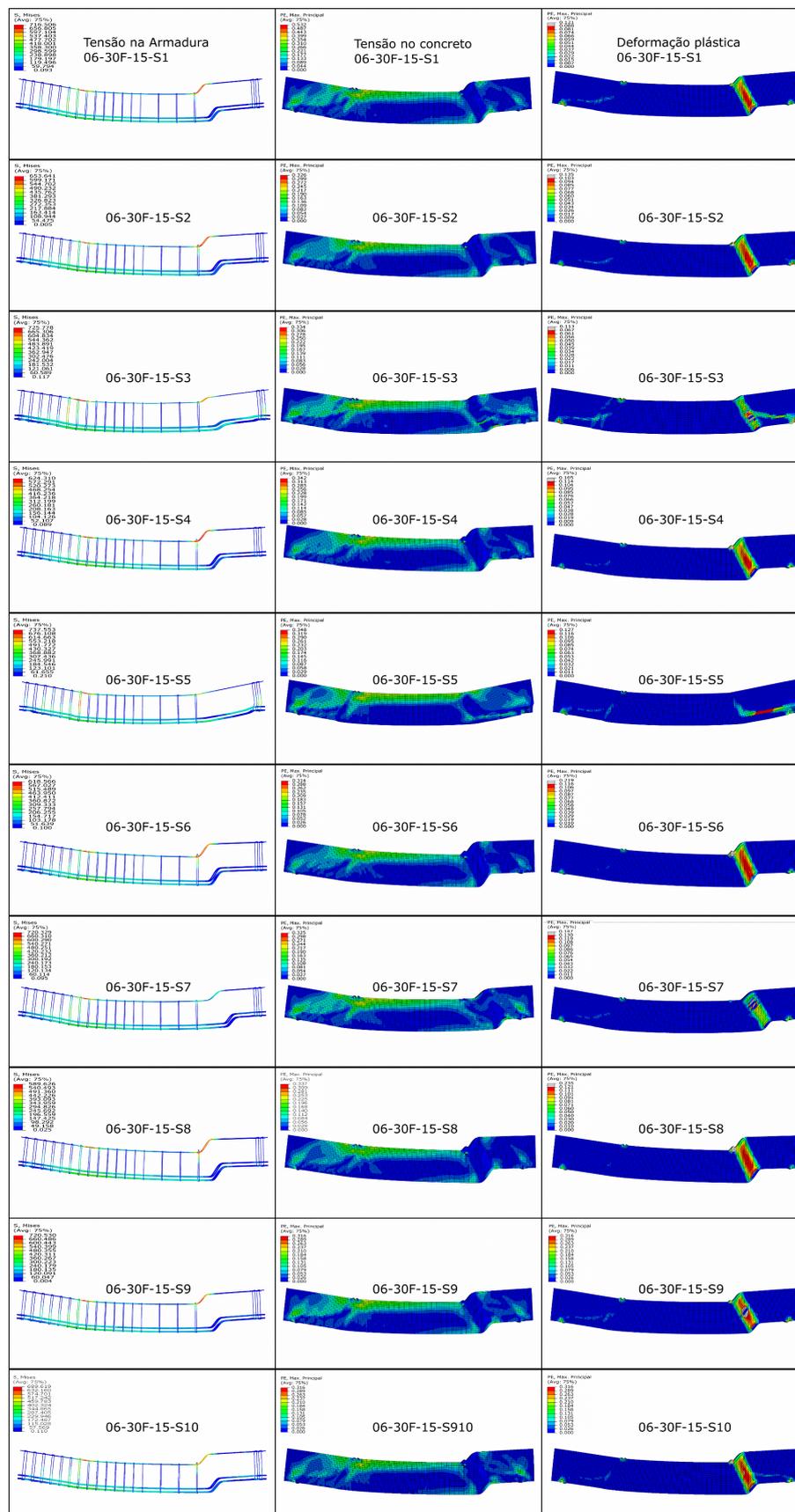
Em seguida será apresentado, em sequência, devido a similaridade dos comportamentos, as figuras 6.9, 6.10 e 6.11, apresentando a tensão na armadura, no concreto e as deformações plásticas do compósito das simulações com malha de 15mm.

Tabela 6.4: Carga final, tenacidade e deslocamento final - 0.6%.

	Carga última experimental (kN)	Carga de falha numérica (kN) - 0.6% - 30 Faixas	Variação (%)	Carga de falha numérica (kN) - 0.6% - 45 Faixas	Variação (%)	Carga de falha numérica (kN) - 0.6% - 90 Faixas	Variação (%)
S1		176,79	6,78%	184,62	11,51%	172,77	4,35%
S2		178,09	7,57%	192,4	16,21%	176,29	6,48%
S3		189,43	14,42%	174,09	5,15%	177,42	7,16%
S4		186,47	12,63%	153,81	-7,10%	171,98	3,88%
S5		186,12	12,42%	182,08	9,98%	177,52	7,22%
S6		186,99	12,94%	181,95	9,90%	134,48	-18,77%
S7	165,56	189,56	14,50%	162,87	-1,62%	153,59	-7,23%
S8		187,59	13,31%	180,05	8,75%	159,03	-3,94%
S9		168,17	1,58%	174,65	5,49%	177,3	7,09%
S10		190,43	15,02%	155,16	-6,28%	175,73	6,14%
Média		183,96	11,12%	174,17	5,20%	166,74	0,71%
Desvio Padrão		7,23	4,37%	12,92	7,81%	14,9	9,00%
	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ) - 0.6% - 30 Faixas		Tenacidade numérica (kJ) - 0.6% - 45 Faixas		Tenacidade numérica (kJ) - 0.6% - 90 Faixas	
S1		0,911	14,05%	1,05	31,64%	0,95	18,99%
S2		0,959	19,98%	1,05	31,57%	0,77	-3,50%
S3		1,114	39,36%	0,8	-0,50%	0,87	9,77%
S4		1,142	42,99%	0,57	-28,96%	0,81	2,04%
S5		1,104	38,18%	1,02	27,43%	0,97	22,52%
S6		1,099	37,50%	1,01	26,20%	0,6	-23,86%
S7	0,79	1,211	51,54%	0,65	-19,01%	0,81	2,09%
S8		1,166	45,94%	0,9	12,06%	0,72	-9,11%
S9		0,803	0,47%	0,74	-7,99%	0,79	-0,66%
S10		1,224	53,17%	0,63	-20,83%	0,76	-4,38%
Média		1,073	34,32%	0,84	5,16%	0,81	1,39%
Desvio Padrão		0,138	17,24%	0,19	23,60%	0,11	13,48%
	Deslocamento final Experimental (mm)	Deslocamento final numérico (mm) - 0.6% - 30 Faixas		Deslocamento final numérico (mm) - 0.6% - 45 Faixas		Deslocamento final numérico (mm) - 0.6% - 90 Faixas	
S1		7,24	-9,16%	8,46	6,15%	8,08	1,38%
S2		8,07	1,25%	8,7	9,16%	7,09	-11,04%
S3		8,82	10,66%	6,8	-14,68%	7,25	-9,03%
S4		8,98	12,67%	5,55	-30,36%	7,15	-10,29%
S5		8,86	11,17%	8,04	0,88%	7,98	0,13%
S6		8,77	10,04%	8,34	4,64%	6,51	-18,32%
S7	7,79	9,31	16,81%	5,91	-25,85%	7,78	-2,38%
S8		9,06	13,68%	7,69	-3,51%	6,84	-14,18%
S9		7,23	-9,28%	6,61	-17,06%	6,88	-13,68%
S10		9,27	16,31%	6,05	-24,09%	6,97	-12,55%
Média		8,561	7,42%	7,22	-9,47%	7,25	-9,00%
Desvio Padrão		0,738	9,26%	1,17	14,67%	0,52	6,57%

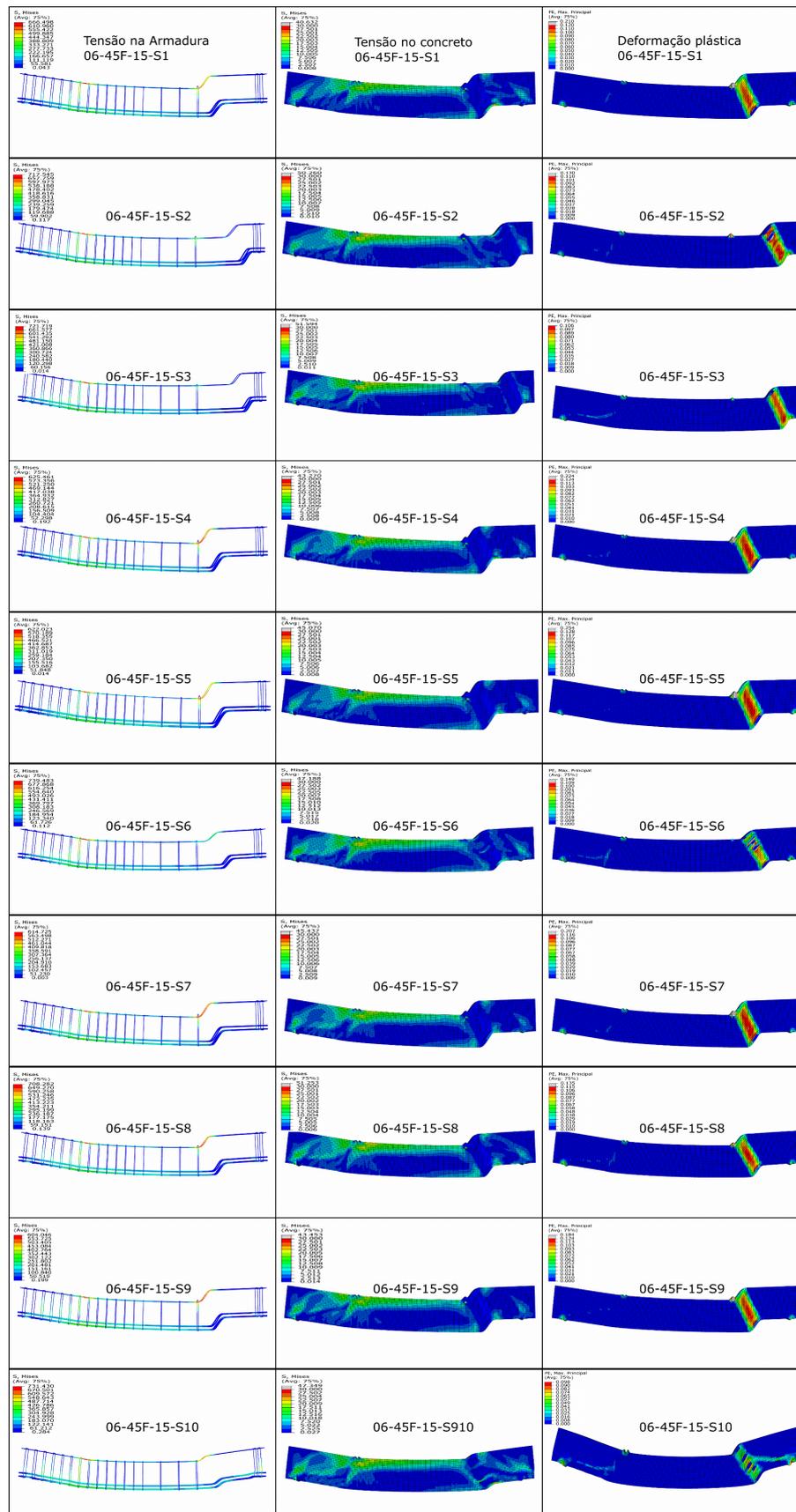
Fonte: Autor (2023).

Figura 6.9: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica - 30 faixas.



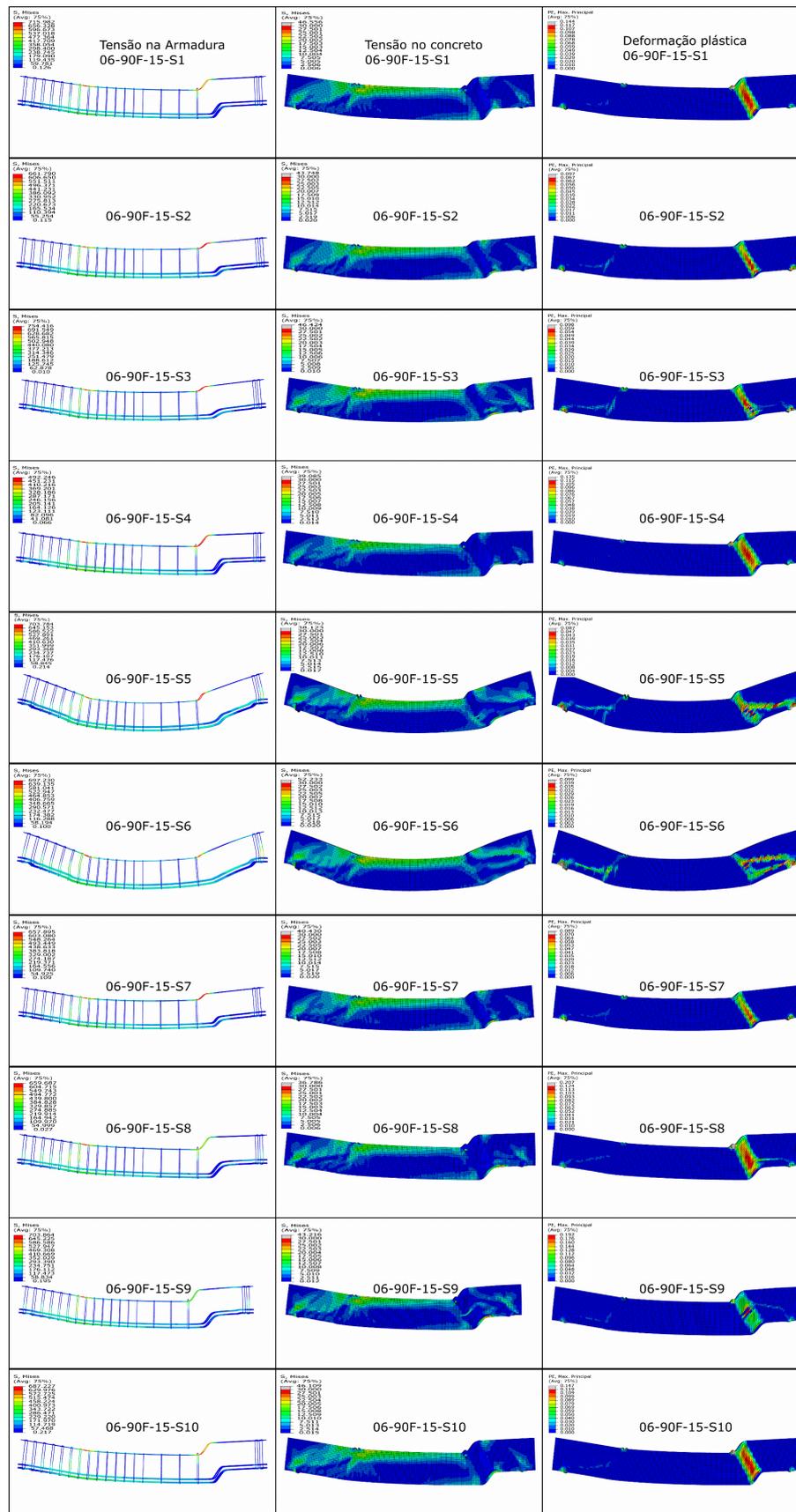
Fonte: Autor (2023).

**Figura 6.10: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica - 45 faixas.**



Fonte: Autor (2023).

**Figura 6.11: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica - 90 faixas.**



Fonte: Autor (2023).

Todas as vigas romperam por mecanismos semelhantes ao que ocorreu na viga homogênea e na experimental, exceto a simulação 06-30F-15-S5 e 06-90F-15-S6.

O resultado da maioria das vigas já era esperado pois, além dos resultados de Maués (2019), Kwak et al (2022) realizou ensaio de flexão com concreto convencional e de alto desempenho sem armadura transversal, devido afinidade com o estudo será abordado somente os resultados do concreto comum, com resistência à compressão de 30.8 MPa e o volume de fibras de 0.5%.

Além disso, Kwak et al (2022) utilizou-se de dimensões semelhantes com comprimento de 1.98m e na seção transversal 25cm de altura e 12.5cm de base, as fibras de aço continham gancho, 50mm de comprimento, 0.8mm de diâmetro, apresentando fator de forma 62.5. O resultado obtido por Kwak et al (2022), apresentou rompimento frágil da viga devido a baixa capacidade de resistir ao cisalhamento.

Nas vigas 06-30F-15-S5 e 06-90F-15-S6, apresentaram ruptura frágil no concreto, devido a deformação plásticas acarretando com a falha dos mecanismos de deslizamento das fibras e engrenamento dos agregados, de modo que o efeito de pino pouco contribuiu para resistência da viga.

### 6.3 CRFA COM VOLUME DE 0.8% E 1.0%

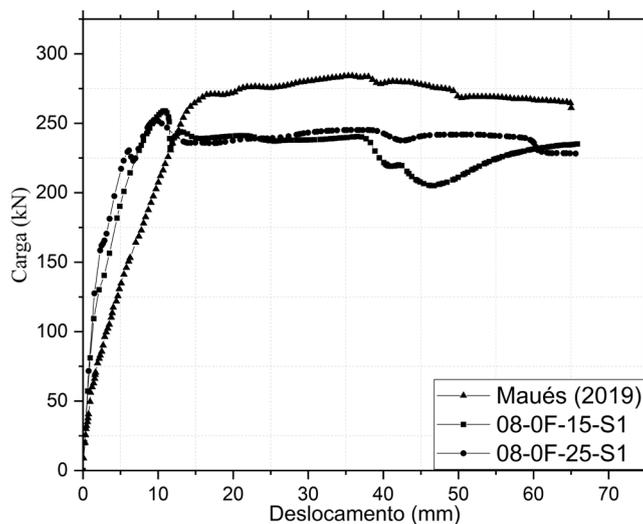
Neste tópico serão apresentados os resultados obtidos nas simulações das vigas com volume de 0.8% e 1.0% de fibras. Será apresentado o comportamento das vigas homogêneas e das vigas com aleatoriedade de propriedades.

Devido à similaridade de comportamento apresentado pelas duas vigas ambas serão apresentadas no mesmo item.

#### 6.3.1 Homogênea

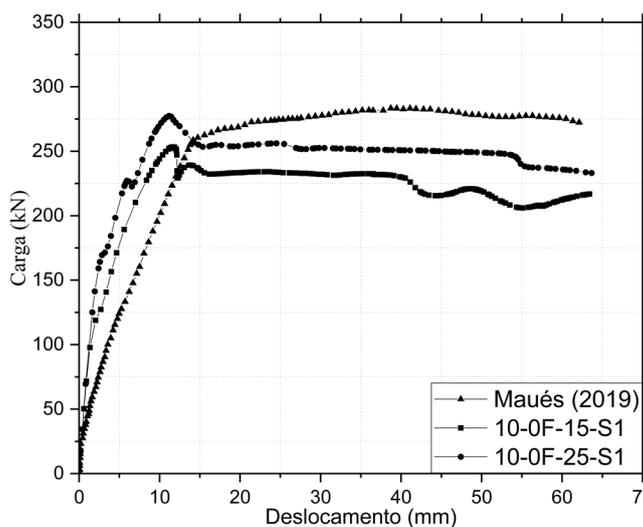
Na Figura 6.12 e 6.13 é apresentado o gráfico carga × deslocamento do experimento realizado por Maués (2019) e das simulações homogêneas com malha de 15 e 25 mm no volume de fibra de 0.8% e 1.0%.

**Figura 6.12: Gráfico carga x deslocamento – simulação homogênea 0.8%.**



Fonte: Autor (2023).

**Figura 6.13: Gráfico carga x deslocamento – simulação homogênea 1.0%.**



Fonte: Autor (2023).

As simulações demonstraram boa representatividade quando comparadas ao ensaio experimental. Em ambos os volumes, a malha de 15mm apresentou resultado melhor no pré-pico, entretanto no pós-pico a malha de 25mm apresentou melhores resultados.

As vigas de 0.8% e 1.0%, nas modelagens e no ensaio experimental, apresentaram maior carga de pico, ductilidade pós-pico e resistência ao cisalhamento quando comparadas a viga de 0.6%. Além disso, a falha não ocorreu de maneira

abrupta.

Cunha (2010) comenta que a carga de pico é aumentada devido o processo de pré-tensionamento das fibras, onde a extremidade da fibra começa a perder aderência química e o processo de deslizamento se inicia, ocorrendo o atrito entra matriz-fibra.

Quanto a ductilidade, Lantsoght (2019) comenta que as fibras podem suportar tensão depois que a resistência à tração do concreto é atingida e ocorre a fissuração (pós-pico), a resistência à tração melhorada do CRFA e o comportamento pós-fissuração é sua propriedade mecânica mais significativa.

Cunha (2010) complementa observando que quanto maior o volume de fibras no compósito, maior as chances de as fibras cruzarem as fissuras em maiores quantidades, logo haverá maior controle de fissuras e mais resistência aos esforços solicitados, como o cisalhamento.

Outro ponto a ser abordado é a tenacidade do compósito, nesse sentido Figueiredo (2011) aponta que com o aumento do volume de fibras há maior gasto energético pelo compósito devido há maior resistência pós pico, em outras palavras há aumento da tenacidade.

Nesse sentido, nas tabelas 6.5 e 6.6 são apresentados os valores de Carga última, carga final, tenacidade e deslocamento final experimental e numérico. Carga última foi considera a carga máxima suportada pela estrutura, e carga final a carga que se encerrou o ensaio.

**Tabela 6.5: Comparação da Carga última, carga final, tenacidade e deslocamento final experimental e numérico – 0.8%.**

	Carga última experimental (kN)	Carga última Numérica(kN)	Varição (%)
08-0F-15-S1	284,4	258,56	9,09%
08-0F-25-S1		252,67	11,16%
-	<b>Tenacidade Experimental (kJ)</b>	<b>Tenacidade numérica (kJ)</b>	-
08-0F-15-S1	16,15	14,671	9,16%
08-0F-25-S1		15,22	5,76%
	<b>Carga final Experimental (kN)</b>	<b>Carga final numérico (kN)</b>	
08-0F-15-S1	265,1	235,08	11,32%
08-0F-25-S1		228,14	13,94%
	<b>Deslocamento final Experimental (mm)</b>	<b>Deslocamento final numérico (mm)</b>	
08-0F-15-S1	65	65,85	-1,31%
08-0F-25-S1		65,61	-0,94%

Fonte: Autor (2023).

**Tabela 6.6: Comparação da Carga última, carga final, tenacidade e deslocamento final experimental e numérico – 1.0%.**

	Carga última experimental (kN)	Carga última Numérica(kN)	Variação (%)
10-OF-15-S1	282,7	234,09	17,19%
10-OF-25-S1		277,45	1,86%
-	<b>Tenacidade Experimental (kJ)</b>	<b>Tenacidade numérica (kJ)</b>	-
10-OF-15-S1	15,46	13,72	11,25%
10-OF-25-S1		15,34	0,78%
	<b>Carga final Experimental (kN)</b>	<b>Carga final numérico (kN)</b>	
10-OF-15-S1	271,7	216,86	20,18%
10-OF-25-S1		233,11	14,20%
	<b>Deslocamento final Experimental (mm)</b>	<b>Deslocamento final numérico (mm)</b>	
10-OF-15-S1	62,5	63,41	-1,46%
10-OF-25-S1		63,65	-1,84%

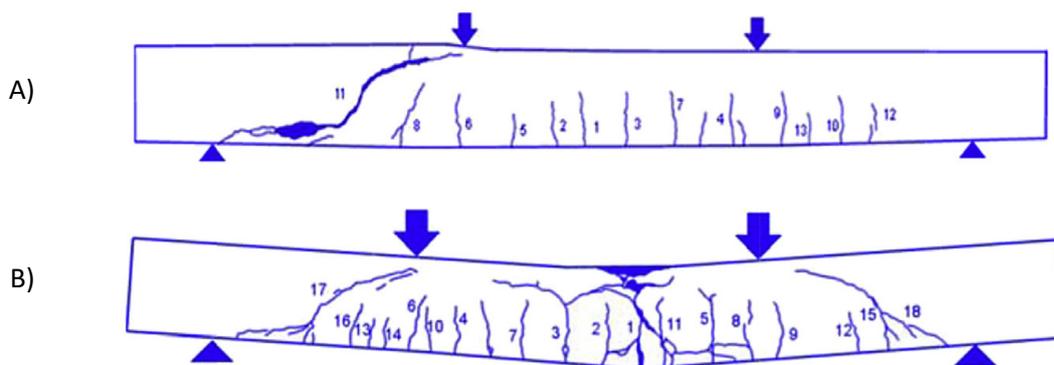
Fonte: Autor (2023).

Comparando os resultados experimentais da viga com 0.8% e 0.6% é possível ver grande diferença entre os comportamentos, onde a viga de 0.8% apresentou deslocamento final 7 vezes maior, tenacidade 19 vezes maior e carga final 1.65 vezes maior.

Além disso, ocorreu a mudança do modo de ruptura, tema que foi abordado no estudo de Biolzi e Cattaneo (2017), onde foram realizados ensaios de flexão em vigas de concreto de alto desempenho e CRFA sem armadura transversal e uma das conclusões apontada pelos autores foi que é possível mudar o modo de ruptura do elemento dependendo do volume de fibras utilizado.

Foram utilizados no estudo fibras de aço com gancho, no volume de 1.37%, com comprimento de 30mm, o diâmetro da fibra não foi dado pelos autores e a resistência a compressão do concreto sem fibras foi de 64.5 MPa enquanto a do CRFA foi de 62.5 MPa, na figura 6.14 é apresentado os diferentes modos de ruptura (BIOLZI E CATTANEO 2017).

**Figura 6.14: Ruptura alcançado por Biolzi e Cattaneo (2017) - a) concreto sem fibras e sem estribos b) concreto com fibra e sem estribos.**

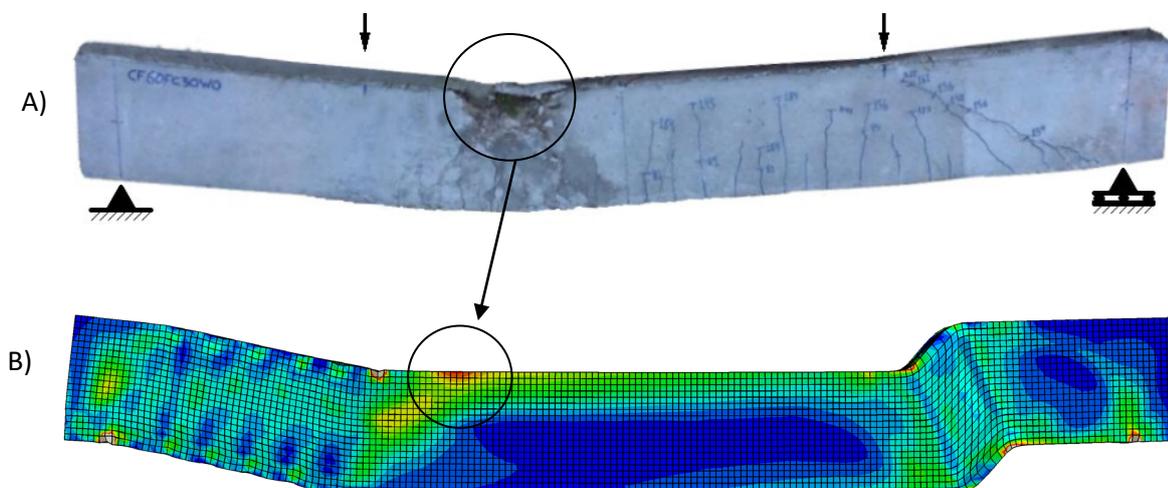


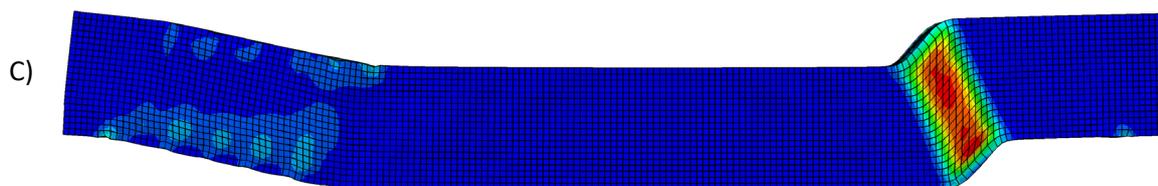
Fonte: Biolzi e Cattaneo (2017).

Biolzi e Cattaneo (2017) comenta que que em ambas as vigas houve um grande número de fissuras, sendo que a fissura principal, no concreto comum, levou à ruptura da viga com rompimento da armadura longitudinal e no CRFA ao esmagamento do concreto na zona compressiva da viga.

Nesse sentido, em seguida é apresentado o comportamento da viga com volume de 0.8% ensaiada por Maués (2019), figura 6.15, a tensão do concreto e a deformação plástica das simulações numéricas com malha de 15mm.

**Figura 6.15: Comparação experimental x numérico. A) viga de Maués (2019) B) Tensão no concreto C) Deformações plásticas no concreto – 0.8%.**





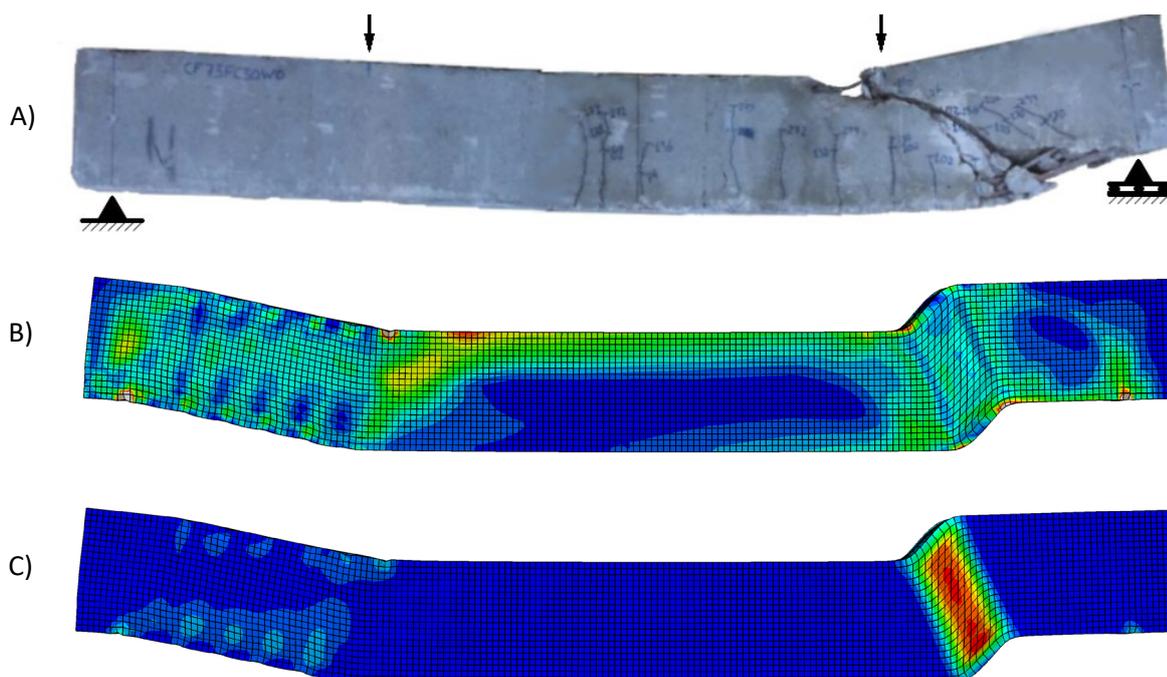
Fonte: Autor (2023).

No ponto circulado na figura a) e b) apresenta possível esmagamento do concreto na simulação numéricas, na figura c) é apresentado grandes deformações diagonais, caracterizando possível falha por cisalhamento.

De acordo com Maués (2019) o ensaio experimental teve ruptura devido ao esmagamento do concreto no ponto circulado. No presente estudo pode-se atribuir a falha da viga a uma combinação de mecanismos, ou seja, esmagamento do concreto e ruptura por cisalhamento.

Em seguida é apresentado as mesmas informações para a viga com 1.0% de fibras, figura 6.16.

**Figura 6.16: Comparação experimental x numérico. A) viga de Maués (2019) B) Tensão no concreto C) Deformações plásticas no concreto – 1.0%.**



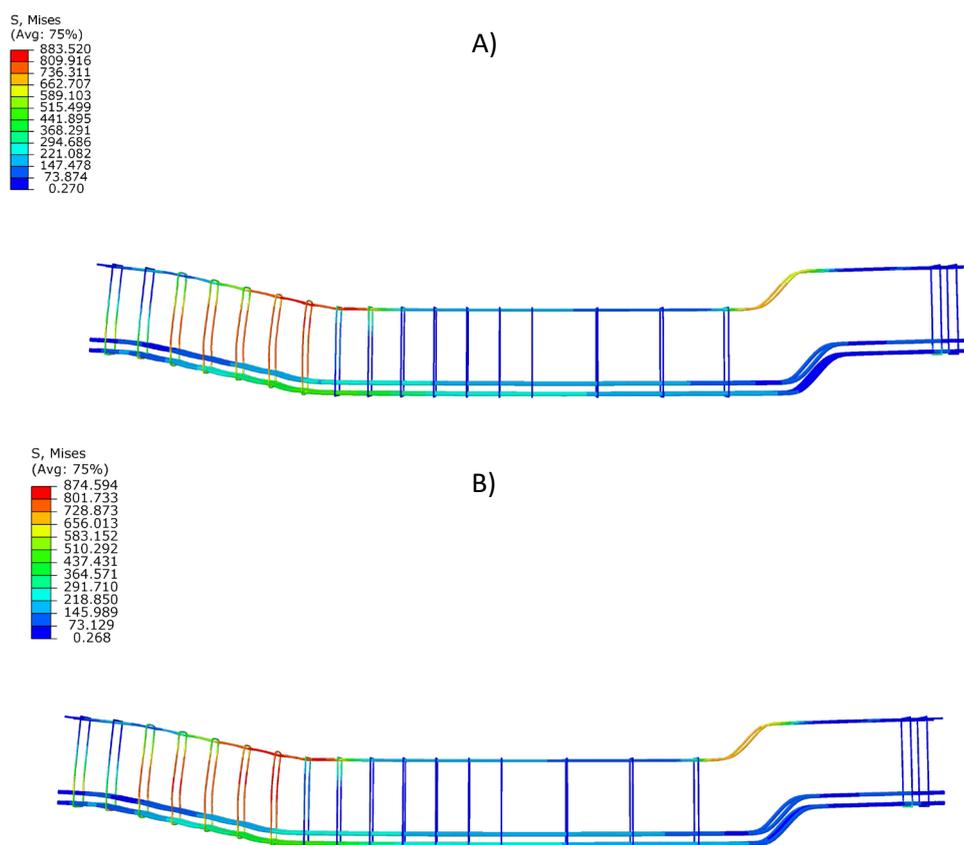
Fonte: Autor (2023).

Maués (2019) aponta que a ruptura se deu por esmagamento do concreto, próximo a aplicação de carga na área sem armadura transversal, e em seguida o deslizamento do plano da fissura inclinada, ocasionando a abertura acentuada da fissura de cisalhamento, como apresentado na figura 6.16 (A).

A falha das simulações de 1.0% apresentou comportamento muito semelhante ao de 0.8%, foi considerado falha por combinação de mecanismos, esmagamento do concreto e ruptura por cisalhamento.

Em seguida é apresentado o comportamento da armadura nos volumes de 0.8% e 1.0%, ambas da simulação com 15mm.

**Figura 6.17: Tensão na armadura - a) Armadura da viga com 0.8% b) Armadura da viga com 1.0%.**



Fonte: Autor (2023).

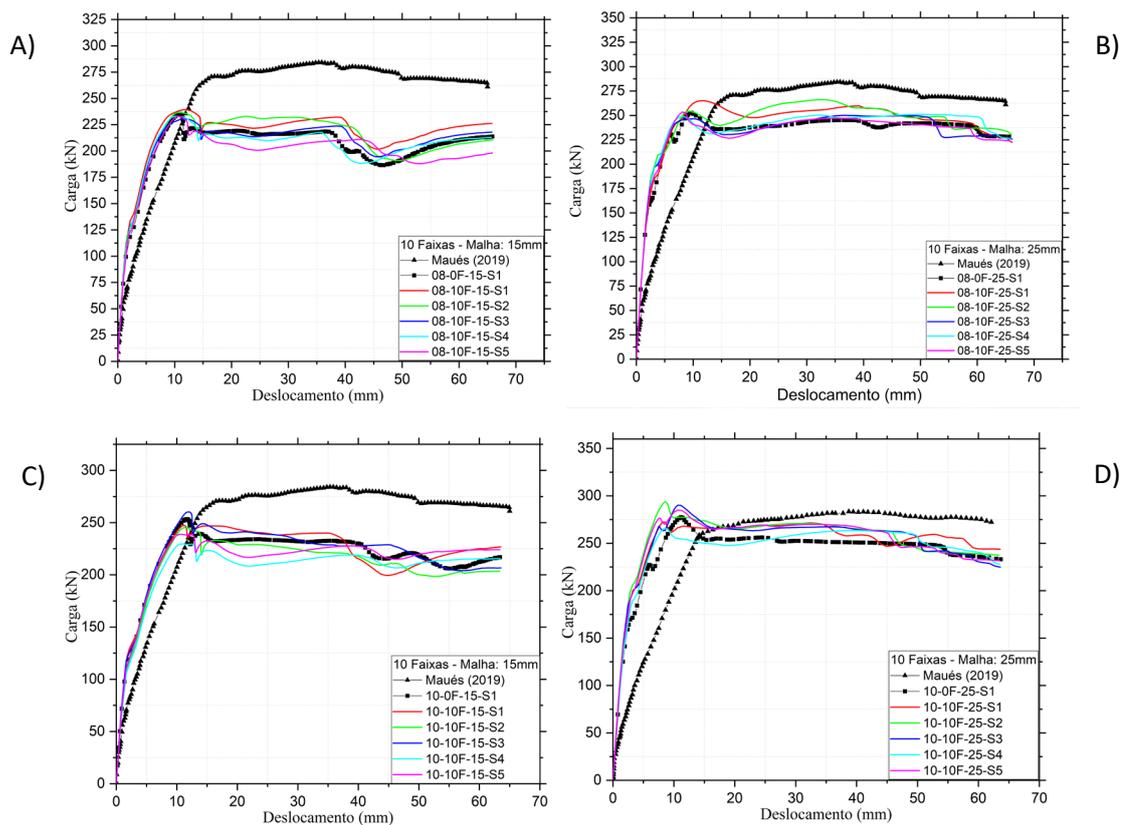
A armadura na área sem estribo ocorreu o mecanismo resistente mobilizado pelo efeito de pino. Na área em que há armadura transversal, próximo a aplicação de

esforços, as barras longitudinais de compressão e os estribos são solicitadas e chegam ao nível da tensão de escoamento, o que reforça a possível falha devido a dois mecanismos mencionados anteriormente.

### 6.3.2 Faixas Longitudinais – 0.8 e 1.0 %

Na figura 6.18 é apresentado a comparação entre as curvas carga x deslocamento do resultado experimental, simulação homogênea e as modelagens com 10 faixas longitudinais com malhas de 15 e 25mm para os volumes de 0.8% e 1.0%.

**Figura 6.18: Gráficos Carga x Deslocamento - a) 0.8% e 15mm; b) 0.8% e 25mm; c) 1.0% e 15mm; d) 1.0% e 25mm.**



Fonte: Autor (2023).

Tanto nas simulações de 0.8% quanto 1.0% no pico há uma queda abrupta de rigidez e em seguida o compósito consegue manter a carga, mecanismo se repetiu nas

simulações com faixas verticais.

O fenômeno acima é observado por Kulla (1993) e Gopalaratnam e Shah (1987), figuras 2.12 e 2.13, onde ao atingir o pico o compósito tem perca abrupta de rigidez, em seguida com a ativação dos mecanismos pertinentes à fibra o concreto consegue manter a carga que esta sendo solicitado.

Um desses mecanismos é o deslizamento da fibra, comentada por Deng et al (2018), que apresenta comportamento semelhante no gráfico força x deslizamento (estágios 2 e 3), figura 2.7, onde há a queda carga, porém em seguida o material retoma parte da carga.

Em seguida é apresentado em sequência as tabelas 6.7 e 6.8, que apresentam a carga última, carga final, tenacidade e deslocamento final dos volumes de 0.8% e 1.0% com malha de 15mm.

**Tabela 6.7: Carga última, tenacidade, carga final e deslocamento final - 0.8%.**

	Carga última experimental (kN)	Carga última numérica (kN) - 0.8% - 10 Faixas	Varição (%)
S1		239,31	15,85%
S2		236,64	16,79%
S3	284,4	230,61	18,91%
S4		232,97	18,08%
S5		233,02	18,07%
Média		234,51	17,54%
Desvio Padrão		3,44	1,21%
	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ) - 0.8% - 10 Faixas	-
S1		14,12	12,57%
S2		13,80	14,55%
S3		13,61	15,73%
S4	16,15	13,31	17,59%
S5		12,96	19,75%
Média		13,56	16,04%
Desvio Padrão		0,45	2,76%
	Carga final Experimental (Kn)	Carga final numérico (Kn) - 0.8% - 10 Faixas	
S1		226,17	14,69%
S2		210,55	20,58%
S3		217,95	17,79%
S4	265,1	212,96	19,67%
S5		198,15	25,25%
Média		213,16	19,59%
Desvio Padrão		10,30	3,89%
	Deslocamento final Experimental (mm)	Deslocamento final numérico (mm) - 0.8% - 10 Faixas	
S1		65,75	-1,15%
S2		65,90	-1,38%
S3		65,77	-1,18%
S4	65	65,65	-1,00%
S5		65,84	-1,29%
Média		65,78	-1,20%
Desvio Padrão		0,09	0,15%

Fonte: Autor (2023).

Nas simulações apresentadas na tabela 6.7, as médias obtidas apresentaram resultados inferiores a simulação homogênea, esse fato pode estar atrelado a divisão da viga em seções, logo haverá faixas com resistências menores.

**Tabela 6.8: Carga última, tenacidade, carga final e deslocamento final - 1.0%.**

	Carga última experimental (kN)	Carga última numérica (kN) - 1.0% - 10 Faixas	Variação (%)
S1		247,46	12,47%
S2		245,26	13,24%
S3		260,16	7,97%
S4	282,7	229,27	18,90%
S5		238,79	15,53%
Média		244,188	13,62%
Desvio Padrão		11,37	4,03%
	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ) - 1.0% - 10 Faixas	-
S1		13,91	10,02%
S2		13,23	14,40%
S3		13,90	10,07%
S4	15,46	13,04	15,65%
S5		13,57	12,22%
Média		13,53	12,47%
Desvio Padrão		0,39	2,53%
	Carga final Experimental (Kn)	Carga final numérico (Kn) - 1.0% - 10 Faixas	
S1		226,76	13,149%
S2		203,54	22,042%
S3		206,58	20,878%
S4	261,09	215,53	17,450%
S5		224,15	14,148%
Média		215,312	17,533%
Desvio Padrão		10,29	3,944%
	Deslocamento final Experimental (mm)	Deslocamento final numérico (mm) - 1.0% - 10 Faixas	
S1		63,54	-1,66%
S2		63,31	-1,30%
S3		63,55	-1,68%
S4	62,5	63,42	-1,47%
S5		63,37	-1,39%
Média		63,44	-1,50%
Desvio Padrão		0,11	0,17%

Fonte: Autor (2023).

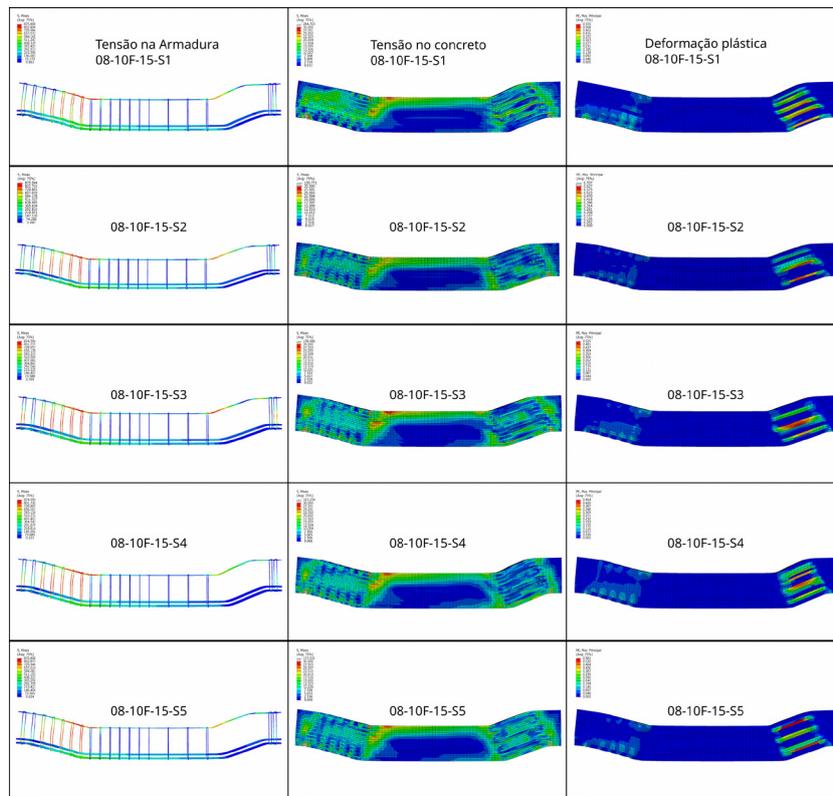
Com um espaço amostral maior, a tendência das vigas com 10 faixas é apresentar capacidade de carga inferior ao homogêneo, pois uma faixa com propriedades de baixa resistência pode alterar todo o comportamento do compósito e leva-lo a ruptura.

Em seguida são apresentados na figura 6.7, a tensão nas armaduras e no concreto e as deformações plásticas das simulações de malha de 15mm com 10 faixas longitudinais, após o descolamento de 7.8mm da viga

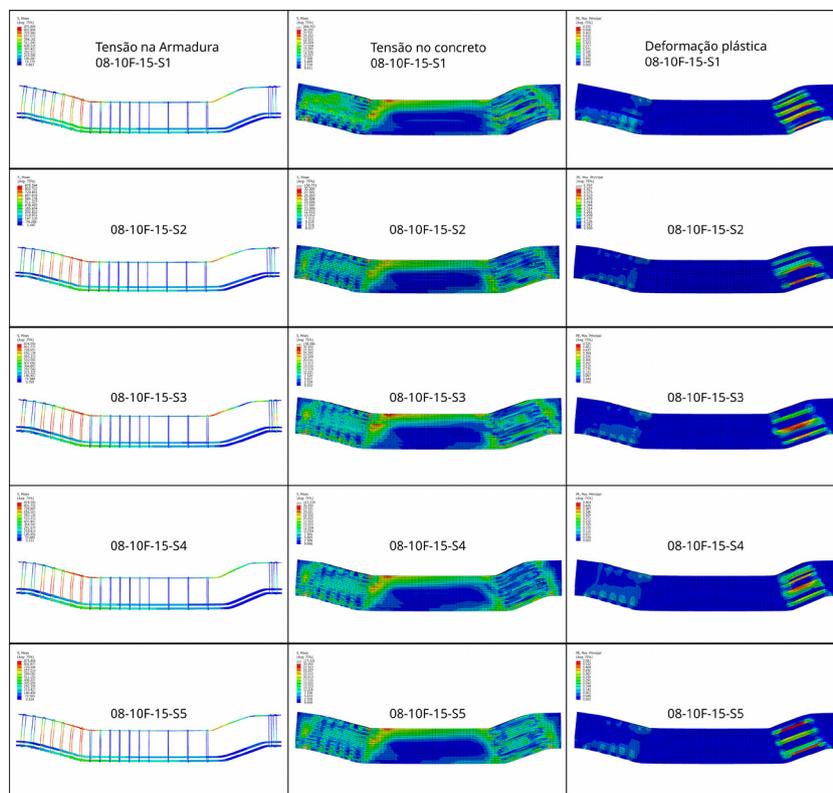
Figura 6.19: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 10 faixas a) 0.8%;

b) 1.0%.

A)



B)



Fonte: Autor (2023).

Na figura 6.19 a) e b), é apresentado o comportamento da modelagem com 10 faixas longitudinais, observa-se que o comportamento das armaduras segue o comportamento das faixas, como as faixas são horizontais a armadura apresentou efeito de pino por acotovelamento, figura 3.2, e não por cisalhamento como nas simulações de faixas verticais.

Todas as simulações apresentadas na figura 6.19 apresentaram concentração de tensão de compressão, no mesmo local que a viga homogênea.

Ainda na figura 6.19 a) e b), nas deformações plásticas é apresentado que as faixas com menores resistências apresentam deformações excessivas transmitindo esforços para as faixas com maiores resistência.

Ainda na figura 6.19 a) e b), é possível perceber que as tensões não estão sendo mais transferidas com eficiência nas faixas que apresentam maiores deformações.

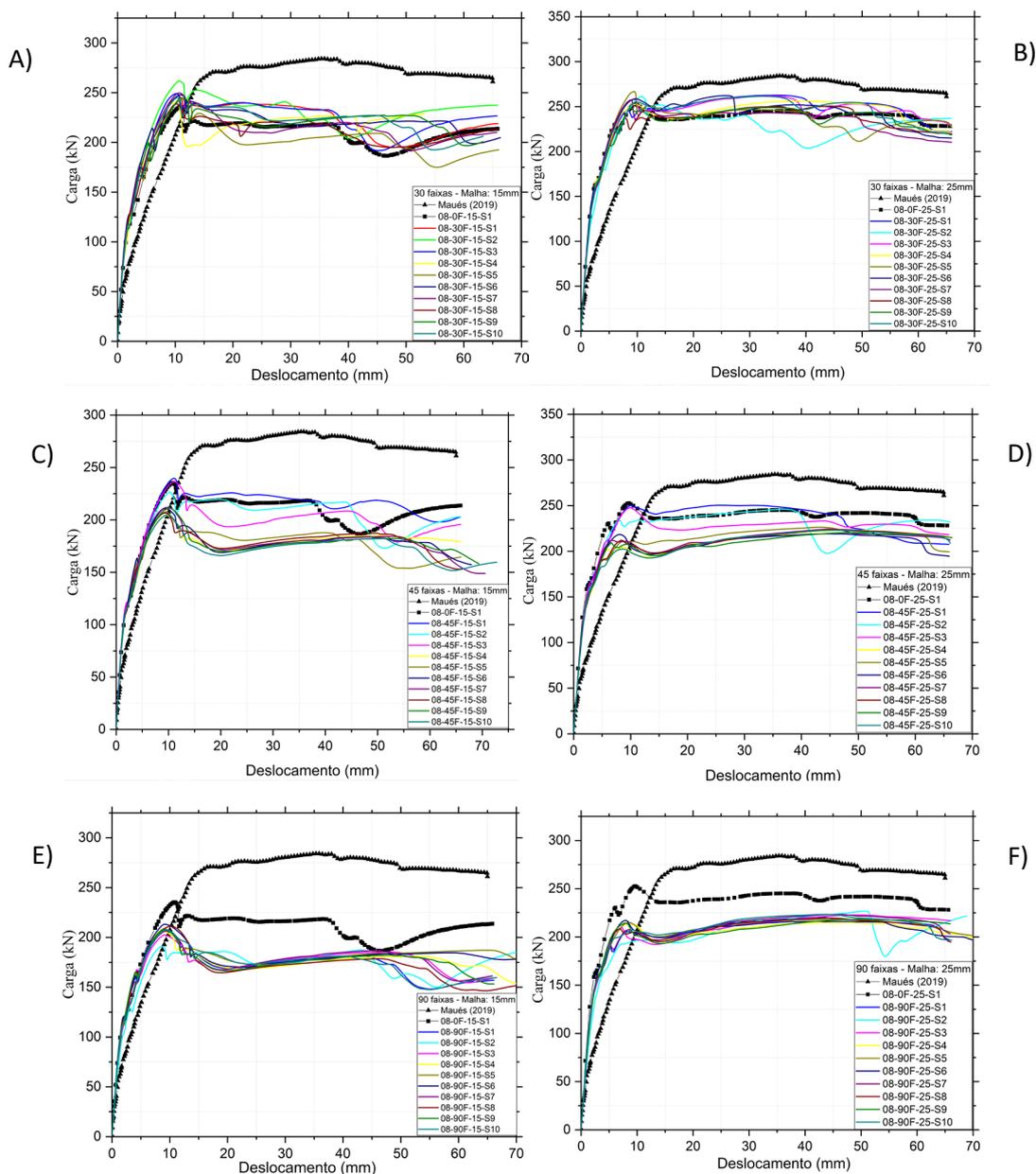
Para este apontamento é necessário fazer um paralelo entre as tensões do concreto e as deformações plásticas, nos locais em que há concentração de deformação há redução da transferência de esforços.

Por último, assim como na homogênea, pode-se atribuir a todas as simulações com propriedades aleatórias em faixas longitudinais a falha por dois mecanismos: compressão do concreto e cisalhamento.

### 6.3.3 Faixas Verticais

Na figura 6.8 é apresentado a comparação entre as curvas carga x deslocamento do resultado experimental, simulação homogênea e as modelagens com 30, 45 e 90 faixas longitudinais com malhas de 15 e 25mm e volumes de 0.8% e 1.0%, nas figuras 6.20 e 6.21.

**Figura 6.20: Gráficos Carga x Deslocamento - a) 30 faixas 15mm; b) 30 faixas 25mm; c) 45 faixas 15mm; d) 45 faixas 25mm; e) 90 faixas 15mm; f) 90 faixas 25mm – 0.8%**



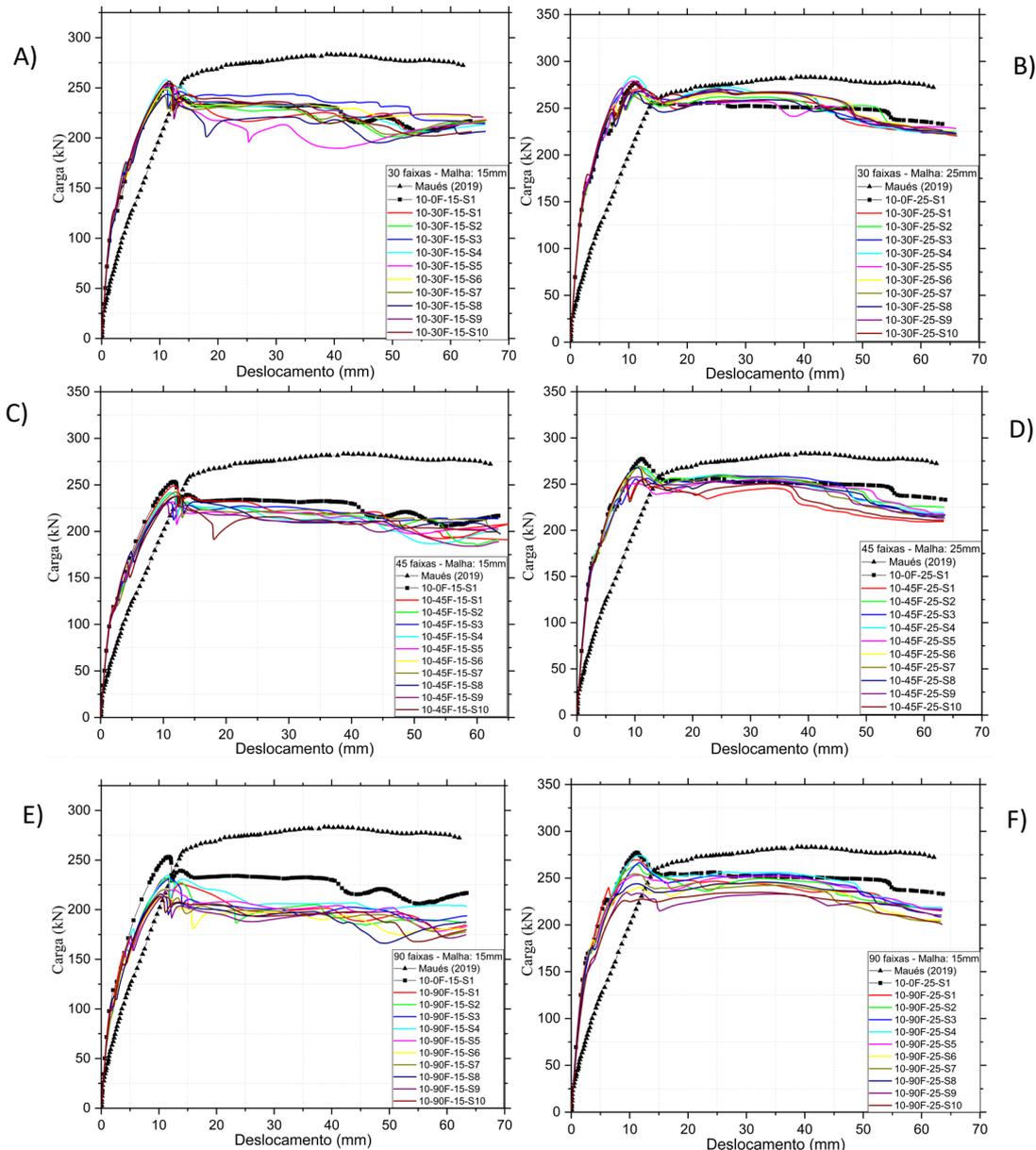
Fonte: Autor (2023).

Verifica-se nas simulações de 25mm que todas apresentaram proximidade na carga de pico.

Na figura 6.20 c) e d), fica claro o decaimento da capacidade de carga pós-pico devido o aumento de faixas, pode-se atribuir esse decaimento a maior probabilidade de faixas com propriedades inferiores, apresentando concordância com o que foi observado por Dancygier e Karinski (2014).

Ademais, o efeito de perda de capacidade se torna mais acentuado por ser um estágio em que o concreto já se encontra fissurado.

Figura 6.21: Gráficos Carga x Deslocamento - a) 30 faixas 15mm; b) 30 faixas 25mm; c) 45 faixas 15mm; d) 45 faixas 25mm; e) 90 faixas 15mm; f) 90 faixas 25mm – 1.0%



Fonte: Autor (2023)

Seguindo o padrão das outras simulações, quanto maior foi o número de faixas menor foi a resistência apresentada pelo compósito.

Nas simulações de 15mm, o comportamento até o pico e logo após o pico, foram semelhantes ao apresentado nas simulações de 1.0%, porém apresentaram maiores resistência devido a maior concentração de fibras.

Entretanto, nos gráficos de carga x deslocamento das malhas de 15mm, as simulações 10-30F-15-S5, 10-30F-15-S8, 10-45F-15-S10, e 10-45F-15-S6. Após o pico apresentaram primeiro uma perda de rigidez mais suave e tardiamente a queda abrupta e recuperação de rigidez.

Este comportamento pode estar atrelado com as propriedades das faixas destas simulações, onde as faixas menos resistentes começam a apresentar perda de rigidez, entretanto não falham, até que ocorre a falha a perda abrupta de rigidez e a redistribuição de esforços para as faixas mais resistentes.

Em seguida serão apresentados em sequência nas tabelas 6.9 e 6.10 as cargas últimas, cargas de falha, tenacidade e deslocamento final das simulações com 30, 45 e 90 faixas. Com malha de 15mm.

Tabela 6.9: Carga última, tenacidade, carga final e deslocamento final - 0.8% - Vigas com 30, 45 e 90 faixas.

	Carga última experimental (kN)	Carga última numérica (kN) - 0.8% - 30 Faixas	Variação (%)	Carga última numérica (kN) - 0.8% - 45 Faixas	Variação (%)	Carga última numérica (kN) - 0.8% - 90 Faixas	Variação (%)
S1		246,76	13,23%	239,71	15,71%	206,34	27,45%
S2		261,84	7,93%	226,62	20,32%	191,04	32,83%
S3		249,15	12,39%	236,43	16,87%	202,46	28,81%
S4		240,02	15,60%	204,16	28,22%	206,36	27,44%
S5		243,19	14,49%	207,67	26,98%	208,94	26,53%
S6	284,4	247,82	12,86%	210,78	25,89%	213,25	25,02%
S7		249,79	12,17%	212,02	25,45%	206,41	27,42%
S8		238,67	16,08%	206,65	27,34%	211,16	25,75%
S9		244,75	13,94%	211,02	25,80%	207,94	26,88%
S10		244,92	13,88%	204,95	27,94%	207,44	27,06%
Média		246,69	13,26%	216,00	24,05%	206,13	27,52%
Desvio Padrão		6,45	2,27%	13,25	4,66%	6,06	2,13%
	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ) - 0.8% - 30 Faixas	-	Tenacidade numérica (kJ) - 0.8% - 45 Faixas	-	Tenacidade numérica (kJ) - 0.8% - 90 Faixas	-
S1		14,13	12,51%	13,72	15,05%	11,09	31,30%
S2		14,70	8,98%	12,99	19,58%	12,69	21,44%
S3		14,24	11,85%	12,79	20,78%	11,32	29,93%
S4		11,19	30,74%	11,49	28,88%	12,74	21,12%
S5		12,94	19,88%	11,32	29,90%	7,74	52,07%
S6	16,15	14,20	12,07%	11,90	26,30%	13,32	17,50%
S7		13,64	15,52%	12,28	23,94%	11,39	29,46%
S8		13,53	16,24%	11,61	28,11%	11,92	26,19%
S9		13,49	16,49%	12,05	25,36%	11,31	29,98%
S10		13,48	16,54%	12,26	24,12%	11,23	30,44%
Média		13,55	16,08%	12,24	24,20%	11,48	28,94%
Desvio Padrão		0,97	6,03%	0,75	4,62%	1,52	9,44%
	Carga final Experimental (Kn)	Carga final numérico (Kn) - 0.8% - 30 Faixas		Carga final numérico (Kn) - 0.8% - 45 Faixas		Carga final numérico (Kn) - 0.8% - 90 Faixas	
S1		218,96	17,40%	202,72	23,53%	157,08	40,75%
S2		237,4	10,45%	203,07	23,40%	189,85	28,39%
S3		226,73	14,47%	195,75	26,16%	159,08	39,99%
S4		228,7	13,73%	179,29	32,37%	157,45	40,61%
S5		192,6	27,35%	164,58	37,92%	151,55	42,83%
S6	265,1	208,84	21,22%	157,41	40,62%	163,05	38,49%
S7		210,02	20,78%	148,89	43,84%	161,39	39,12%
S8		212,79	19,73%	153,27	42,18%	152,74	42,38%
S9		200,63	24,32%	158,22	40,32%	153,33	42,16%
S10		206,16	22,23%	159,63	39,78%	159,61	39,79%
Média		214,28	19,17%	172,28	35,01%	160,51	39,45%
Desvio Padrão		13,71	5,17%	21,14	7,97%	10,98	4,14%
	Deslocamento final Experimental (mm)	Deslocamento final numérico (mm) - 0.8% - 30 Faixas		Deslocamento final numérico (mm) - 0.8% - 45Faixas		Deslocamento final numérico (mm) - 0.8% - 90 Faixas	
S1		65,89	-1,37%	65,77	-1,18%	66,09	-1,68%
S2		65,81	-1,25%	65,89	-1,37%	73,34	-12,83%
S3		65,74	-1,14%	65,86	-1,32%	65,86	-1,32%
S4		53,19	18,17%	65,89	-1,37%	74,45	-14,54%
S5		66,04	-1,60%	65,91	-1,40%	76,43	-17,58%
S6	65	66,31	-2,02%	67,9	-4,46%	75,33	-15,89%
S7		65,72	-1,11%	70,53	-8,51%	65,83	-1,28%
S8		65,91	-1,40%	66,11	-1,71%	71,37	-9,80%
S9		63,31	2,60%	69,33	-6,66%	66,13	-1,74%
S10		63,345	2,55%	72,77	-11,95%	66,57	-2,42%
Média		64,1265	1,34%	67,596	-3,99%	70,14	-7,91%
Desvio Padrão		3,994	6,14%	2,488	3,83%	4,459	6,86%

Fonte: Autor (2023).

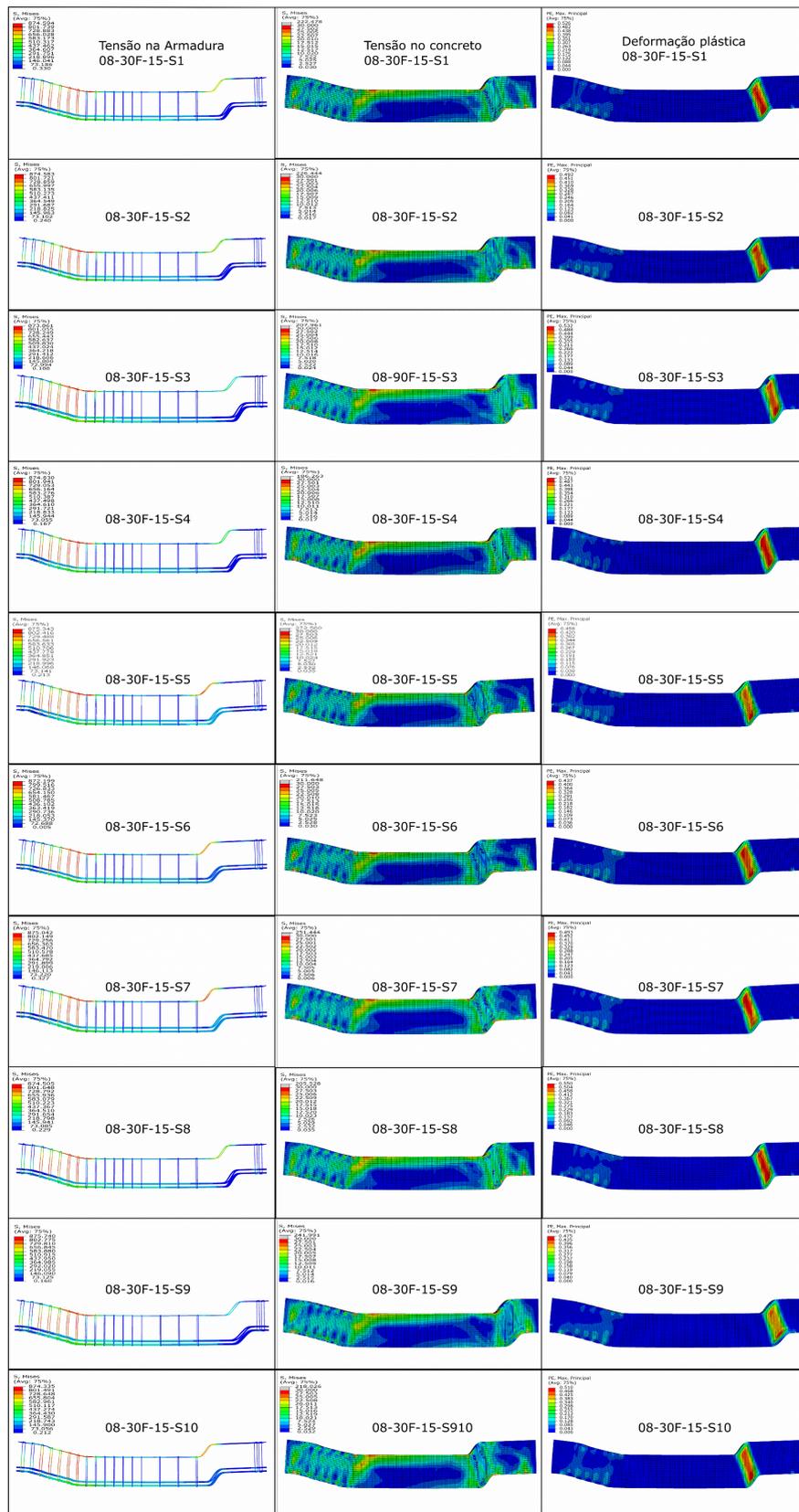
Tabela 6.10: Carga última, tenacidade, carga final e deslocamento final - 1.0% - Vigas com 30, 45 e 90 faixas.

	Carga última experimental (kN)	Carga última numérica (kN) - 1.0% - 30 Faixas	Variação (%)	Carga última numérica (kN) - 1.0% - 45 Faixas	Variação (%)	Carga última numérica (kN) - 1.0% - 90 Faixas	Variação (%)
S1		252,42	10,71%	248,81	11,99%	231,52	18,11%
S2		250,16	11,51%	241,62	14,53%	232,31	17,83%
S3		250,35	11,44%	231,59	18,08%	231,37	18,16%
S4		257,98	8,74%	241,56	14,55%	234,71	16,98%
S5		252,40	10,72%	231,69	18,04%	219,81	22,25%
S6	282,7	249,22	11,84%	237,76	15,90%	215,07	23,92%
S7		241,56	14,55%	242,47	14,23%	220,50	22,00%
S8		243,48	13,87%	237,76	15,90%	215,71	23,69%
S9		254,90	9,83%	230,29	18,54%	213,20	24,58%
S10		256,76	9,18%	237,84	15,87%	213,35	24,53%
Média		250,92	11,24%	238,14	15,76%	222,76	21,20%
Desvio Padrão		5,28	1,87%	5,80	2,05%	8,74	3,09%
	Tenacidade Experimental (kJ)	Tenacidade numérica (kJ) - 1.0% - 30 Faixas	-	Tenacidade numérica (kJ) - 1.0% - 45 Faixas	-	Tenacidade numérica (kJ) - 1.0% - 90 Faixas	-
S1		14,08	8,91%	13,41	13,25%	12,17	21,28%
S2		14,01	9,37%	13,01	15,86%	12,06	21,99%
S3		14,78	4,39%	13,28	14,09%	12,23	20,91%
S4		14,31	7,43%	12,83	17,03%	12,69	17,94%
S5		13,38	13,48%	12,83	17,04%	12,17	21,26%
S6	15,46	14,43	6,65%	13,08	15,42%	11,63	24,79%
S7		14,04	9,21%	13,22	14,47%	11,87	23,23%
S8		13,58	12,16%	13,08	15,39%	11,62	24,81%
S9		14,45	6,54%	12,59	18,59%	11,76	23,94%
S10		13,66	11,66%	12,78	17,36%	11,74	24,05%
Média		14,07	8,98%	13,01	15,85%	11,99	22,42%
Desvio Padrão		0,44	2,84%	0,26	1,66%	0,33	2,16%
	Carga final Experimental (Kn)	Carga final numérico (Kn) - 1.0% - 30 Faixas		Carga final numérico (Kn) - 1.0% - 45 Faixas		Carga final numérico (Kn) - 1.0% - 90 Faixas	
S1		217,9	19,80%	191	29,70%	184,71	32,02%
S2		216,34	20,38%	191,04	29,69%	186,93	31,20%
S3		214,3	21,13%	213,73	21,34%	199,9	26,43%
S4		214,3	21,13%	202,14	25,60%	202,95	25,30%
S5		213,38	21,46%	203,37	25,15%	183,5	32,46%
S6	271,7	215,48	20,69%	197,52	27,30%	181,25	33,29%
S7		215,59	20,65%	201,35	25,89%	177,49	34,67%
S8		206,55	24,00%	197,52	27,30%	187,69	30,92%
S9		220,98	18,67%	188,98	30,45%	174,77	35,68%
S10		206,36	24,05%	199,45	26,59%	179,53	33,92%
Média		214,11	21,20%	198,61	26,90%	183,88	31,59%
Desvio Padrão		4,58	1,69%	7,32	2,69%	9,38	3,37%
	Deslocamento final Experimental (mm)	Deslocamento final numérico (mm) - 1.0% - 30 Faixas		Deslocamento final numérico (mm) - 1.0% - 45Faixas		Deslocamento final numérico (mm) - 1.0% - 90 Faixas	
S1		66,11	-5,78%	65,02	-4,03%	63,25	-1,20%
S2		65,89	-5,42%	63,265	-1,22%	63,29	-1,26%
S3		65,83	-5,33%	63,34	-1,34%	63,39	-1,42%
S4		65,83	-5,33%	63,46	-1,54%	63,32	-1,31%
S5		65,89	-5,42%	63,22	-1,15%	63,44	-1,50%
S6	62,5	65,68	-5,09%	63,68	-1,89%	63,25	-1,20%
S7		65,86	-5,38%	63,26	-1,22%	63,22	-1,15%
S8		65,94	-5,50%	63,69	-1,90%	63,25	-1,20%
S9		65,54	-4,86%	63,42	-1,47%	63,26	-1,22%
S10		63,52	-1,63%	63,28	-1,25%	63,36	-1,38%
Média		65,60	-4,97%	63,56	-1,70%	63,3	-1,28%
Desvio Padrão		0,75	1,20%	0,54	0,86%	0,08	0,12%

As vigas 30 de faixas verticais dentre as malhas de 15mm foi a que melhor representou a viga experimental com volume de 0.8% e 1.0% de Maués. Isso se deu pelo pelo comportamento semelhante no gráfico carga x deslocamento (figura 6.21 A) e por apresentar na tabela 6.9 a menor variação em média de todos os parâmetros abordados.

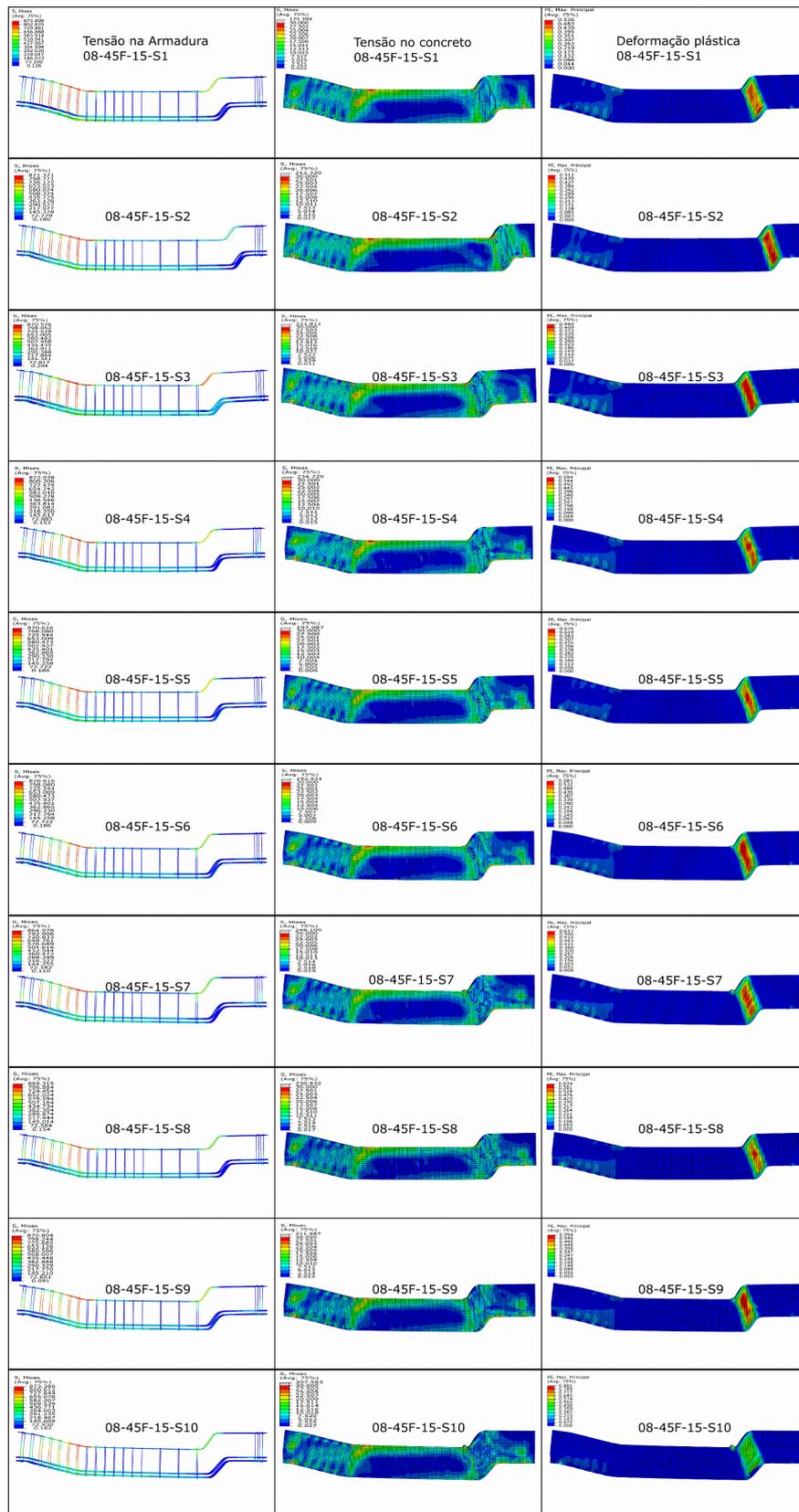
Em seguida serão apresentados nas figuras 6.22, 6.23, 6.24, 6.25 e 6.26 o comportamento dos compósitos com 30, 45 e 90 faixas, malha de 15mm e concentração de fibras de 0.8% e 1.0%.

**Figura 6.22: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 0.8% - 30 faixas.**



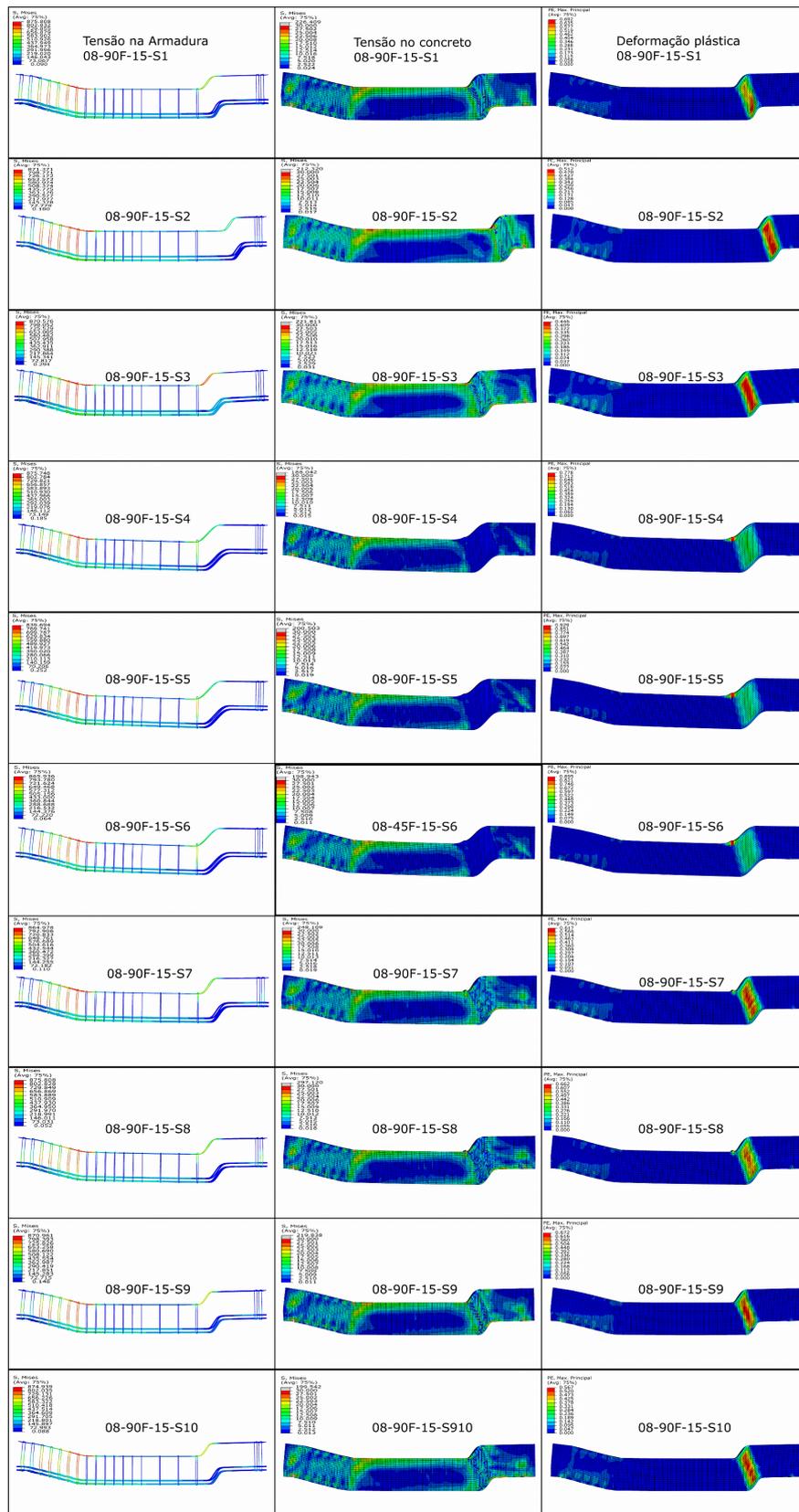
Fonte: Autor (2023).

**Figura 6.23: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 0.8% - 45 faixas.**



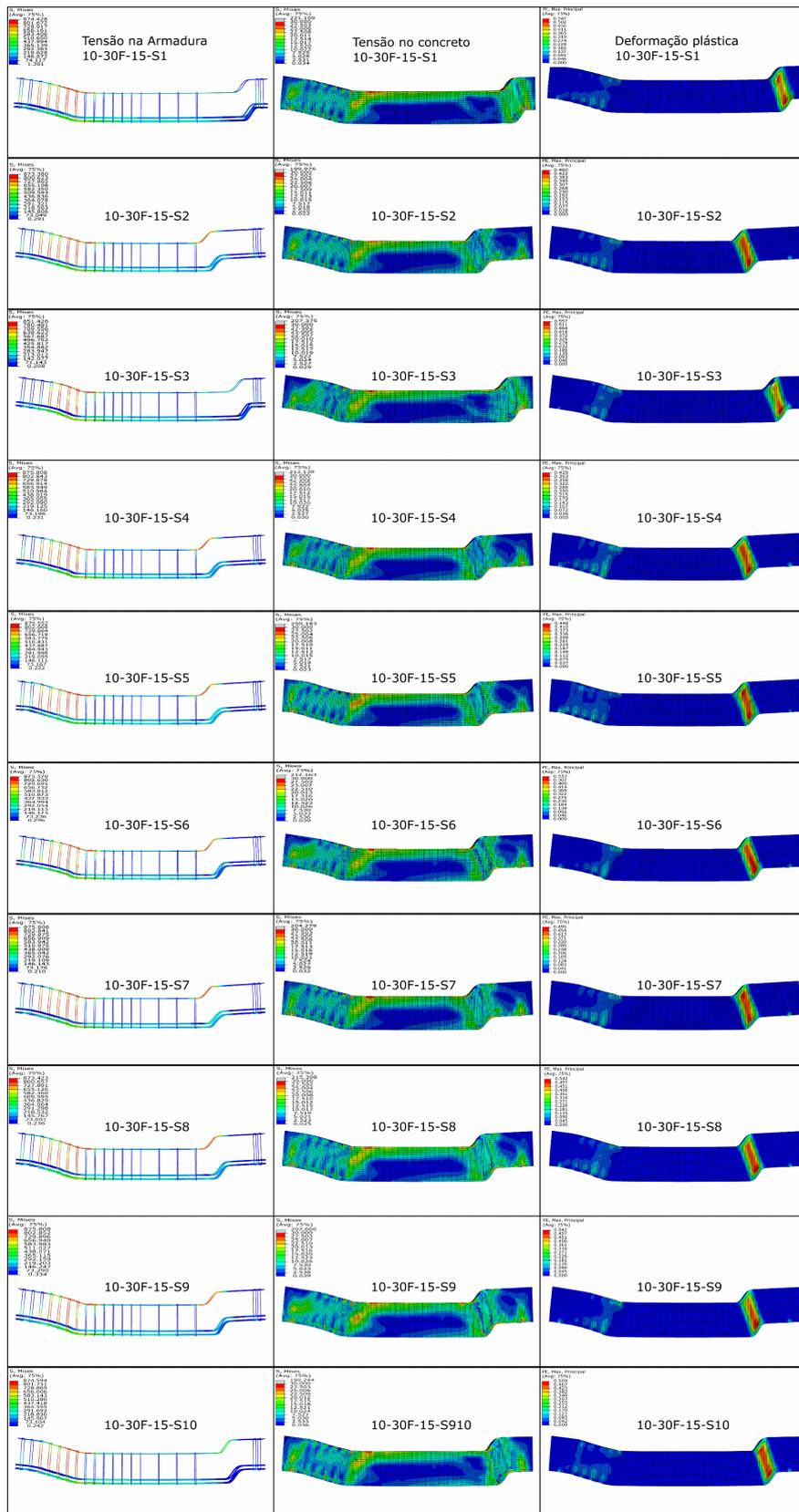
Fonte: Autor (2023).

**Figura 6.24: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 0.8% - 90 faixas.**



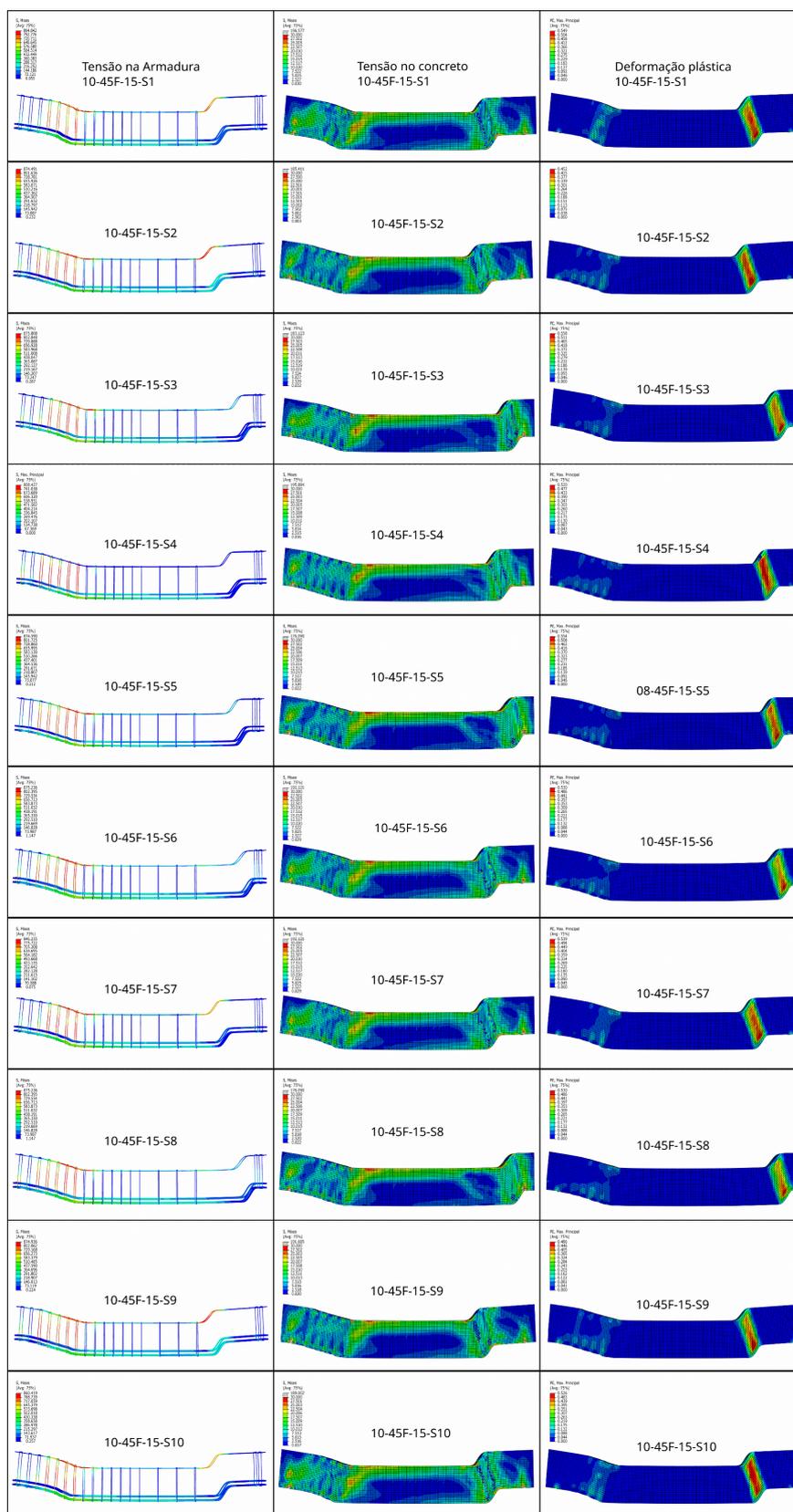
Fonte: Autor (2023).

**Figura 6.25: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 1.0% - 30 faixas.**



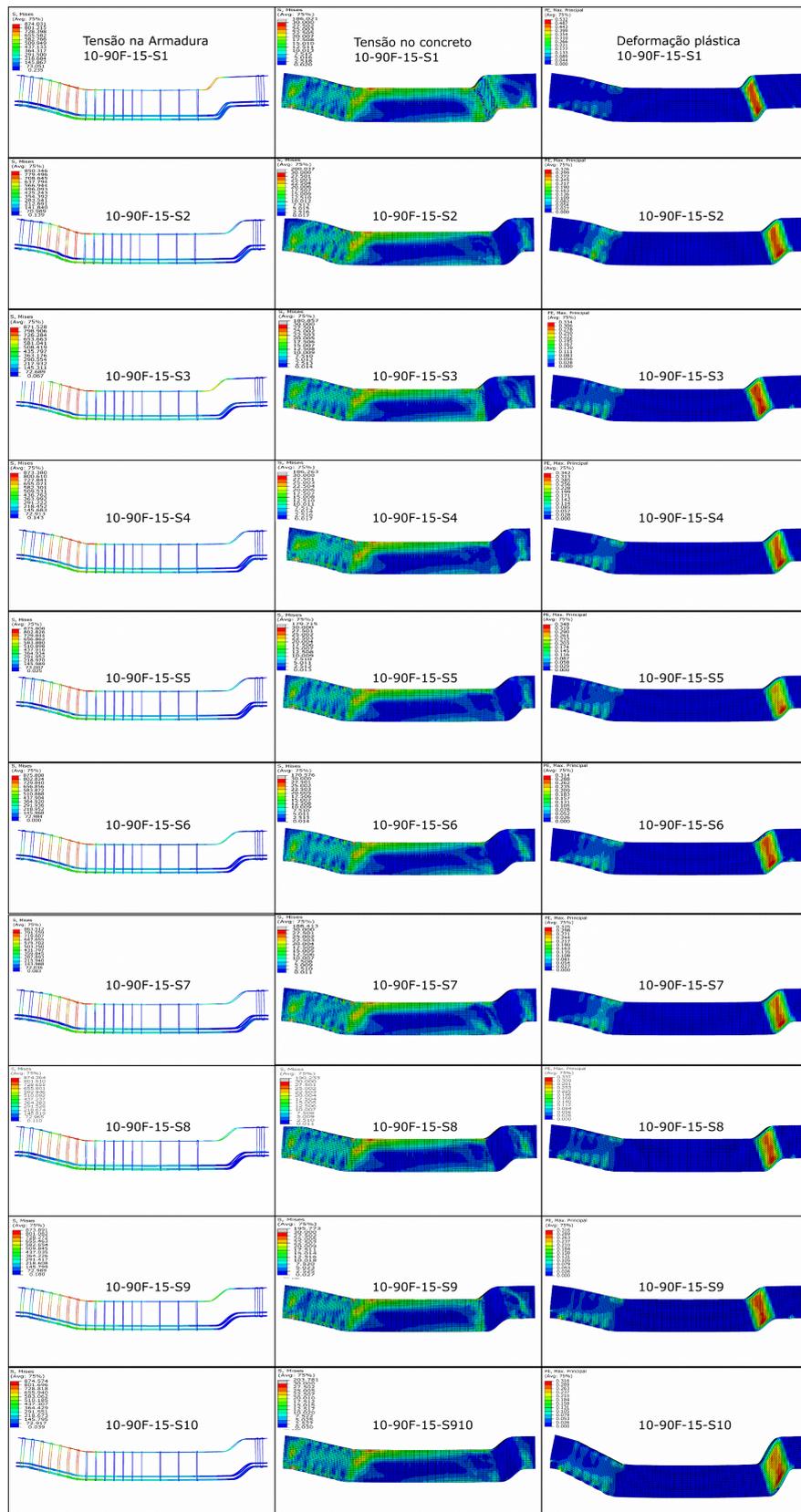
Fonte: Autor (2023).

Figura 6.26: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 1.0% - 45 faixas.



Fonte: Autor (2023).

**Figura 6.27: Tensão na armadura, concreto e deformação plástica – 1.0% - 90 faixas.**



Fonte: Autor (2023).

Todas as vigas com faixas verticais apresentaram comportamento semelhante às suas respectivas homogêneas, com falha por combinação de mecanismos: esmagamento do concreto e cisalhamento.

## 7 CONCLUSÕES

O propósito principal deste projeto foi analisar, através de modelagem numérica, o desempenho sob esforço de cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras sob a ausência de armadura transversal. Três diferentes volumes de fibras de aço foram usados no estudo, bem como um concreto de classe de resistência 30 MPa. Com base nas simulações realizadas e nos resultados obtidos, as conclusões do trabalho foram alcançadas.

- A técnica de modelagem utilizando faixas com propriedades aleatórias foi adequada, capturou os modos de falha observados no experimento e apresentou uma gama de resultados experimentalmente possíveis.
- Os parâmetros de entrada adotados para o *Concrete Damaged Plasticity* foram adequados.
- Verificou-se possível mudança no modo de ruptura do concreto, de somente cisalhamento para esmagamento do concreto com cisalhamento, a partir da inserção de fibras.
- Foi possível o desenvolvimento de *script* para a inserção de propriedades aleatórias na viga.
- A inserção das faixas com propriedades aleatórias reduziu a idealização do modelo numérico, apresentando maiores fragilidades no comportamento e ficando mais próximo do experimental.
- A rigidez da viga analisada diminuiu quanto maior o número de faixas utilizadas nas simulações. Esta constatação foi consistente em todas as simulações, independentemente da concentração de fibras e da malha utilizada para análise.
- Nas vigas analisadas com dosagens de 0.8% e 1.0% e malha de 15mm, foram identificados dois possíveis mecanismos de falha: esmagamento do concreto e falha por cisalhamento.
- Tanto o modelo homogêneo quanto o modelo de faixas verticais, captaram a falha frágil por cisalhamento em todas as vigas com 0.6% na malha de 15mm. Quanto maior a quantidade de faixas, mais variados

foram os resultados, refletindo bem a gama de resultados possíveis em uma análise experimental.

- As simulações envolvendo as faixas horizontais mostraram maior dificuldade em captar a falha por cisalhamento no volume de 0.6%. Isso pode ser atribuído ao fato de que as faixas horizontais terem volumes maiores do que as verticais, o que significa que uma faixa com maior resistência apresenta maiores dificuldades para a fissura se propagar.
- As faixas verticais foram mais propensas a falhar por cisalhamento quando comparadas com as horizontais. Todas as simulações com malha de 15mm e faixas verticais apresentaram possível falha por cisalhamento.
- Em simulações com volumes de fibras de 0,8% e 1,0%, o comportamento foi semelhante. No entanto, em algumas simulações pontuais com 1,0% houve diferenças no comportamento, o que é esperado devido à ampla variedade de propriedades aleatórias envolvidas na simulação.
- Nas simulações com volumes de 0.8% em todas as malhas de 15mm e faixas o modelo não apresentou boa representatividade da ductilidade do material.
- Nas simulações com volumes de 1.0% em todas as malhas e faixas, o modelo mostrou boa representatividade da ductilidade do material, o que é crucial, já que é um fator diretamente relacionado à adição de fibras.

Como indicação para trabalhos futuros, sugere-se:

- Utilização de faixas verticais e horizontais simultaneamente;
- Análises paramétricas com variações da armadura transversal utilizada, com intuito de alcançar um coeficiente ideal entre fibras e estribo;
- Realizar simulações semelhantes com a mesma metodologia deste trabalho com concreto de alto desempenho ou de ultra alto desempenho.

ABBASNIA, Reza; NAV, Foad Mohajeri. A theoretical method for calculating the compressive arch capacity of RC beams against progressive collapse. **Structural Concrete**, vol. 17, n° 1, p. 21–31, mar. 2016a. <https://doi.org/10.1002/suco.201400119>.

ABBASNIA, Reza; NAV, Foad Mohajeri. A theoretical method for calculating the compressive arch capacity of RC beams against progressive collapse. **Structural Concrete**, vol. 17, n° 1, p. 21–31, mar. 2016b. <https://doi.org/10.1002/suco.201400119>.

ACI 544.4R. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete. **ACI committee**, , p. 22, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 16335: Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras — Procedimento. **Rio de Janeiro: ABNT**, 2021a.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 16335: Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras — Procedimento. 2021b.

ASTM C1399. Residual Strength Fiber-Reinforced Concrete Test Equipment. 2015.

ASTM C1609. Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading). **AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS**, , p. 8, 2010.

AVESTON J.; COOPER G. A.; KELLY A. Single and multiple fracture. **Conference on the Properties of Fiber Composites**, , p. 15–26, 1971.

BALAGURU, P; NARAHARI, R.; PATEL, M. Flexural Toughness of Steel Fiber Reinforced Concrete. **ACI Materials Journal**, vol. 89, n° 6, 1992. <https://doi.org/10.14359/4019>.

BASTOS, Paulo Sergio. Notas de Aula–Estruturas de Concreto I. **UNESP**, 2014. Disponível em: [http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/pag\\_concreto1.htm](http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/pag_concreto1.htm). Acessado em: 23 jul. 2021.

BENTUR, Arnon; MINDESS, Sidney. **Fibre Reinforced Cementitious Composites**. 2. ed. Londres: Taylor e Francis, 2007.

BIOLZI, Luigi; CATTANEO, Sara. Response of steel fiber reinforced high strength concrete beams: Experiments and code predictions. **Cement and Concrete Composites**, vol. 77, p. 1–13, mar. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2016.12.002>.

BIRTEL, Veit; MARK, Peter. Parameterised finite element modelling of RC beam shear failure. **ACADEMIA**, vol. 14, 2006.

BOLINA F. L.; TUTIKIAN B. F.; HELENE, P. R. L. **Patologia de estruturas**. Oficina de textos. [S. l.: s. n.], 2019.

BRANDT, Andrzej Marek. **Cement-based Composites: Materials, Mechanical Properties and Performance**. 2. ed. Londres: [s. n.], 2009.

CARREIRA, Domingo J.; CHU, Kuang-Han. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression. **ACI JOURNAL**, vol. 82, p. 797–804, 1985.

CUNHA, V. M. C. F. **Steel Fibre Reinforced Sels Compacting Concrete (from Micro-Mechanics to Composite Behaviour)**. 2010. 365 f. University of Minho, Portugal, 2010.

DANCYGIER, Avraham N.; KARINSKI, Yuri S. Probabilistic model of the crack localization in axially loaded fibrous reinforced concrete bars. **Engineering Structures**, vol. 79, p. 417–426, nov. 2014. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.07.043>.

DENG, Fangqian; DING, Xiaoxiao; CHI, Yin; XU, Lihua; WANG, Li. The pull-out

behavior of straight and hooked-end steel fiber from hybrid fiber reinforced cementitious composite: Experimental study and analytical modelling. **Composite Structures**, vol. 206, p. 693–712, dez. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.08.066>.

DINH, Hai; PARRA-MONTESINOS, Gustavo; WIGHT, James. Shear Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement. **ACI Structural Journal**, vol. 107, n° 05, 2010. <https://doi.org/10.14359/51663913>.

FENWICK, R. C.; PAULAY, Thomas. Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams. **Journal of the Structural Division**, vol. 94, n° 10, p. 2325–2350, out. 1968. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002092>.

FIB-MODEL CODE. **Model Code 2010**. [S. l.: s. n.], 2010.

FIGUEIREDO, A.D.; NUNES, N.L.; TANESI, J. Mix design analysis on steel fiber reinforced concrete. *In*: ROSSI, P; CHANVILLARD, G. (orgs.). **Fifth International RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concrete (FRC)**. [S. l.]: RILEM Publications SARL, 2000. p. 103–118.

FIGUEIREDO, Antônio Domingues de. Concreto reforçado com fibras. São Paulo, 22 jun. 2011. DOI 10.11606/T.3.2012.TDE-18052012-112833. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/livredocencia/3/tde-18052012-112833/>. Acessado em: 18 jan. 2022.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: Solicitações Tangenciais**. São Paulo: Editora Pini Ltda: [s. n.], 2008.

GOPALARATNAM, V. S.; SHAH, S. P. Failure Mechanisms and Fracture of Fiber Reinforced Concrete. **International Concrete Abstracts Portal**, vol. 105, p. 1–26, 1987.

HANNANT, D. J. *Fibre cements and fibre concretes*, D. J. Hannant, wiley-interscience,

New York, 1978, 219 pp. **Journal of Polymer Science: Polymer Letters Edition**, vol. 17, n° 7, p. 464–465, 12 jul. 1979. <https://doi.org/10.1002/pol.1979.130170714>.

HORDIJK, Dick. Tensile and Tensile Fatigue Behaviour of Concrete; Experiments, Modelling and Analyses. **HERON**, vol. 37, n° 1, p. 79, 1992.

KAZEMI, M T; BROUJERDIAN, V. Reinforced concrete beams without stirrups considering shear friction and fracture mechanics. **Canadian Journal of Civil Engineering**, vol. 33, n° 2, p. 161–168, 1 fev. 2006. <https://doi.org/10.1139/l05-100>.

KOCHEM, R. F. F.; NARDIN, S. de. Numerical model of beam-to-column composite connection between slim floor system and composite column. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, vol. 13, n° 2, p. 348–379, abr. 2020. <https://doi.org/10.1590/s1983-41952020000200009>.

KULLAA, J. Constitutive modelling of fibre-reinforced concrete under uniaxial tensile loading. **Composites**, vol. 25, n° 10, p. 935–944, nov. 1994. [https://doi.org/10.1016/0010-4361\(94\)90109-0](https://doi.org/10.1016/0010-4361(94)90109-0).

KWAK, Y. K.; EBERHARD, M. O.; KIM, W. S.; KIM, J. Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **ACI STRUCTURAL JOURNAL**, vol. 99, 2002.

LANTSOGHT, Eva O.L. How do steel fibers improve the shear capacity of reinforced concrete beams without stirrups? **Composites Part B: Engineering**, vol. 175, p. 107079, out. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.107079>.

LEE, Yun; KANG, Su-Tae; KIM, Jin-Keun. Pullout behavior of inclined steel fiber in an ultra-high strength cementitious matrix. **Construction and Building Materials**, vol. 24, n° 10, p. 2030–2041, out. 2010. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.03.009>.

LOPES, M.H.T. O palácio de Apriés, Mênfis/Kôm Tumân: resultados de 10 anos de

pesquisa. **JARCE**, , p. 247–258, 2011. .

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, vol. 25, nº 3, p. 299–326, 1989. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4).

MANSUR, M. A.; CHIN, M. S.; WEE, T. H. Stress-Strain Relationship of High-Strength Fiber Concrete in Compression. **Journal of Materials in Civil Engineering**, vol. 11, nº 1, p. 21–29, fev. 1999. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(1999\)11:1\(21\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(1999)11:1(21)).

MAUES, Kassio Anderson. **Castro Eficácia das Fibras de Aço no Reforço ao Cisalhamento de Vigas de Concreto Armado sem Estribos: investigação Experimental**. Dissertacao (Mestrado) – Programa de Pos-Graduacao em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belem, 2019.

MATOS, Caio. **Análise numérica de vigas em concreto reforçado com fibras de aço via método dos elementos finitos**. 2021. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/229363>. Acessado em: 27 mar. 2022.

MEHTA, P Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. **Concrete Microstructure, Properties and Materials**. 4º ed. Nova York: [s. n.], 2014.

MEHTA, P. Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. **Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais**. 3 ed. [S. l.]: IBRACON, 2008.

MOBASHER, Barzin. **Mechanics of Fiber and Textile Reinforced Cement Composites**. [S. l.]: CRC Press, 2011. <https://doi.org/10.1201/b11181>.

NANNI, A. Splitting-Tension Test for Fiber Reinforced Concrete. **ACI Materials Journal**, vol. 85, nº 4, 1988. <https://doi.org/10.14359/2063>.

NARAYANAN R.; DARWISH I. Y. S. Use of Steel Fibers as Shear Reinforcement. **ACI Structural Journal**, vol. 84, n° 3, 1987. <https://doi.org/10.14359/2654>.

RESENDE, Thomás Lima de; C T CARDOSO, Daniel; C D SHEHATA, Lidia. Influence of steel fibers on the dowel action of RC beams without stirrups. **Engineering Structures**, vol. 221, p. 111044, out. 2020. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111044>.

RHEE, Inkyu. Failure Analysis of Steel Fiber-Reinforced Concrete T-Beams without Shear Stirrups. **Applied Sciences**, vol. 12, n° 1, p. 411, 1 jan. 2022. <https://doi.org/10.3390/app12010411>.

SAHOO, Dipti Ranjan; SHARMA, Abhimanyu. Effect of Steel Fiber Content on Behavior of Concrete Beams with and without Stirrups. **ACI Structural Journal**, vol. 111, n° 5, set. 2014. <https://doi.org/10.14359/51686821>.

SINGH, Bhupinder; CHINTAKINDI, Saikrushna. An appraisal of dowel action in reinforced concrete beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings**, vol. 166, n° 5, p. 257–267, maio 2013a. <https://doi.org/10.1680/stbu.10.00071>.

SINGH, Bhupinder; CHINTAKINDI, Saikrushna. An appraisal of dowel action in reinforced concrete beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings**, vol. 166, n° 5, p. 257–267, maio 2013b. <https://doi.org/10.1680/stbu.10.00071>.

SINGH, Harvinder. **Steel Fiber Reinforced Concrete**. Singapore: Springer Singapore, 2017. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-2507-5>.

SMITH, Abutu Simon John; XU, Gang. Simplified and Cost-Effective Method of Studying the Effect of Steel Fibers on Ultra-high Performance Concrete Specimens' Properties/Members' Performance. **Periodica Polytechnica Civil Engineering**, 15 dez. 2022. <https://doi.org/10.3311/PPci.20833>.

VICTOR C.; LI, R. W.; ALI M. A. Steel and Synthetic Fibers as Shear Reinforcement. **ACI Materials Journal**, vol. 89, n° 5, 1992. <https://doi.org/10.14359/1822>.

YANG, Zhenjun; FRANK XU, X. A heterogeneous cohesive model for quasi-brittle materials considering spatially varying random fracture properties. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 197, n° 45–48, p. 4027–4039, ago. 2008. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2008.03.027>.

ZARRINPOUR, Mohammad Reza; CHAO, Shih-Ho. Shear Strength Enhancement Mechanisms of Steel Fiber-Reinforced Concrete Slender Beams. **ACI Structural Journal**, vol. 114, n° 3, maio 2017. <https://doi.org/10.14359/51689449>.

**APÊNDICE A – NOMENCLATURA DAS SIMULAÇÕES.**

<b>Nomenclatura</b>	<b>Volume de Fibras</b>	<b>Faixas</b>	<b>Malha</b>	<b>Simulações</b>
0-0F-15-S1	0.0%	0	15	1
0-0F-25-S1	0.0%	0	25	1
06-0F-15-S1	0.6%	0	15	1
06-0F-25-S1	0.6%	0	25	1
08-0F-15-S1	0.8%	0	15	1
08-0F-25-S1	0.8%	0	25	1
10-0F-15-S1	1.0%	0	15	1
10-0F-25-S1	1.0%	0	25	1
06-30F-15-SX	0.6%	30	15	10
06-30F-25-SX	0.6%	30	25	10
06-45F-15-SX	0.6%	45	15	10
06-45F-25-SX	0.6%	45	25	10
06-90F-15-SX	0.6%	90	15	10
06-90F-25-SX	0.6%	90	25	10
08-30F-15-SX	0.8%	30	15	10
08-30F-25-SX	0.8%	30	25	10
08-45F-15-SX	0.8%	45	15	10
08-45F-25-SX	0.8%	45	25	10
08-90F-15-SX	0.8%	90	15	10
08-90F-25-SX	0.8%	90	25	10
10-30F-15-SX	1.0%	30	15	10
10-30F-25-SX	1.0%	30	25	10
10-45F-15-SX	1.0%	45	15	10
10-45F-25-SX	1.0%	45	25	10
10-90F-15-SX	1.0%	90	15	10
10-90F-25-SX	1.0%	90	25	10
06-10F-15-SX	0.6%	10	15	5

06-10F-25-SX	0.6%	10	25	5
08-10F-15-SX	0.8%	10	15	5
08-10F-25-SX	0.8%	10	25	5
10-10F-15-SX	1.0%	10	15	5
10-10F-25-SX	1.0%	10	25	5

## ANEXO A – CÓDIGOS EM PYTHON PARA CRIAR MATERIAIS ALEATÓRIOS

File - C:\Users\Usuario\Desktop\UEM\Dissertação.py

```

1 from part import *
2 from material import *
3 from section import *
4 from assembly import *
5 from step import *
6 from interaction import *
7 from load import *
8 from mesh import *
9 from optimization import *
10 from job import *
11 from sketch import *
12 from visualization import *
13 from connectorBehavior import *
14 import numpy as np
15
16 for M in range (45):
17
18     V_compressao=int(43) # Inserção de Carreica e chu
19     a=np.zeros((V_compressao+1,2))
20     b=np.zeros((V_compressao+1,2))
21     fcm=np.random.normal(30,3)
22     alfa=0.8+(0.2*fcm*0.01136363636)
23     def_pico=0.002
24     Ec=alfa*21500*((fcm/10)**0.333)
25     beta=1/(1-(fcm/(def_pico*Ec)))
26     bc=0.7
27     i=0
28     def_pico1=0.0004
29     Def_ine = 0.0 # Finalização Carreica e chu
30     while def_pico1<0.009: #Inserção do dano à
        compressão de Birtel e Mark
31         Tensao = (fcm * (beta * def_pico1 / def_pico
32 )) / (beta - 1 + ((def_pico1 / def_pico) ** beta))
33         if def_pico1>0.0002:
34             Def_ine=def_pico1-(Tensao/Ec)
35             if i==0:
36                 Def_ine=0
37                 a[i,0]=Tensao
38                 a[i,1]=b[i,1]=Def_ine
39                 Def_plast =Def_ine * bc
40                 b[i,0] = 1 - ((Tensao / Ec) / (Def_plast * ((

```

File - C:\Users\Usuario\Desktop\UEM\Dissertação.py

```

39 1 / bc) - 1) + (Tensao / Ec)))
40     def_pico1+=0.0002
41     i+=1 # Finalização do dano à compressão de
      Birtel e Mark
42     V_crfa=int(244) # Inserção de Lee e Laung
43     c=np.zeros((V_crfa,2))
44     teq=(fcm**0.5)*1.5 # Voo e Foster (2003)
45     n=np.random.normal(0.6,0.1,1) # Orientação da
      fibra
46     Gf=73*((fcm**0.18)/1000) #Energia de fratura -
      Fib
47     lf=60 # Comprimento da Fibra
48     ef=210000 # Módulo de elasticidade da fibra
49     df=0.9 # Diâmetro da fibra
50     vf=np.random.normal(0.006,0.0006,1) # Volume de
      fibra, neste caso 0.6% Com variação de 0.06%.
51     h=300 #altura da viga
52     w0=(teq*(lf**2))/(ef*df)
53     sf0=n*lf*vf*(teq/df)
54     fct=0.3*(fcm**0.5) # Resistência à tração
55     f=0
56     w=0
57     while f<V_crfa: #Inserção do após w0
58         if f<=10:
59             rf = sf0 * ((2 * (np.sqrt(w/ w0))) - (w/
      w0))
60         elif f>10:
61             rf = sf0*(1-(2*(w/lf)))**2
62             rm = fct * np.exp(-2 * fct * (w/ Gf))
63             sigma = rf + rm
64             c[f,0]=sigma
65             c[f,1]=w
66             w+=w0/10
67             f+=1 # Finalização de Lee e Laung
68     a1 = np.round(a,8)
69     b1 = np.round(b,8)
70     c1 = np.round(c,8)
71     Compressao = tuple([tuple(e) for e in a1]) # É
      aplicado a ferramenta tuple para inserção dos
      resultados no Abaqus.
72     Dano_Compressao= tuple([tuple(e) for e in b1])

```

File - C:\Users\Usuario\Desktop\UEM\Dissertação.py

```
73     Tracao_Crfa = tuple([tuple(e) for e in c1])
74     name_material='Material'+ '_' +str(M+1)
75     section='Mat'+ '_' +str(M+1)
76     mdb.models['Model-1'].Material(name=
name_material)
77     mdb.models['Model-1'].materials[name_material].
Elastic(table=((Ec, 0.22),
78         ))
79     mdb.models['Model-1'].materials[name_material].
ConcreteDamagedPlasticity(table=(
80         (44.0, 0.1, 1.16, 0.666, 0.0001), ))
81     mdb.models['Model-1'].materials[name_material].
concreteDamagedPlasticity.
ConcreteCompressionHardening(
82         table=Compressao)
83     mdb.models['Model-1'].materials[name_material].
concreteDamagedPlasticity.ConcreteTensionStiffening(
84         table=Tracao_Crfa, type=DISPLACEMENT)
85     mdb.models['Model-1'].materials[name_material].
concreteDamagedPlasticity.ConcreteCompressionDamage(
86         table=Dano_Compressao)
87     mdb.models['Model-1'].materials[name_material].
concreteDamagedPlasticity.ConcreteTensionDamage(
88         table=((0.0, 0.0), ), type=DISPLACEMENT)
89     mdb.models['Model-1'].HomogeneousSolidSection(
material=name_material, name=
90     section, thickness=None)
```

