DERIVADAS
Regra do produto

Preceptoras:	Camila Araujo Varela Valdinete Kahenler
Coordenadora:	Claudete Matilde Webler Martins

Teorema:
Se f e g forem deriváveis em p, então $f \cdot g$ será derivável em p e

$$(f \cdot g)'(p) = f'(p) \cdot g(p) + f(p) \cdot g'(p).$$

Exemplo 1: Seja $h(x) = (x^2 + 2) \cdot (x^3 + 3x - 2)$, calcule $h'(x)$.

Com $f(x) = x^2 + 2$ e $g(x) = x^3 + 3x - 2$, temos:

$$f'(x) = 2x$$

e

$$g'(x) = 3x^2 + 3.$$

Pelo teorema:

$$\begin{aligned}
f \cdot g'(x) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\
&= (2x)(x^3 + 3x - 2) + (x^2 + 2)(3x^2 + 3) \\
&= (2x^4 + 6x^2 - 4x) + (x^2)(3x^2 + 3) + (+2)(3x^2 + 3) \\
&= 2x^4 + 6x^2 - 4x + 3x^4 + 3x^2 + 6x^2 + 6 \\
&= 5x^4 + 15x^2 - 4x + 6.
\end{aligned}$$

Logo:

$$h'(x) = 5x^4 + 15x^2 - 4x + 6.$$

Exemplo 2: Seja $h(x) = 2xsen(x)$, calcule $h'(x)$.

Com $f(x) = 2x$ e $g(x) = sen(x)$, temos:

$$f'(x) = 2$$

e

$$g'(x) = cos(x).$$

Pelo teorema:

$$\begin{aligned}(f \cdot g)'(x) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ &= (2)(sen(x)) + (2x)(cos(x)) \\ &= 2sen(x) + 2xcos(x).\end{aligned}$$

Logo:

$$h'(x) = 2sen(x) + 2xcos(x).$$

Exemplo 3: Seja $h(x) = (e^x + x)(cos(x))$, calcule $h'(x)$.

Com $f(x) = e^x + x$ e $g(x) = cos(x)$, temos:

$$f'(x) = e^x + 1$$

e

$$g'(x) = -sen(x).$$

Pelo teorema:

$$\begin{aligned}(f \cdot g)'(x) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ &= (e^x + 1)(cos(x)) + (e^x + x)(-sen(x)) \\ &= (e^x + 1)(cos(x)) - (e^x + x)(sen(x)).\end{aligned}$$

Logo:

$$h'(x) = (e^x + 1)(cos(x)) - (e^x + x)(sen(x)).$$

Exemplo 4: Seja $h(x) = (5\sqrt{x} - 7x)(x^{-2} + 3)$, calcule $h'(x)$.

Com $f(x) = 5\sqrt{x} - 7x$ e $g(x) = x^{-2} + 3$, temos:

$$f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}} - 7$$

e

$$g'(x) = \frac{-2}{x^3}.$$

Pelo teorema:

$$\begin{aligned} (f \cdot g)'(x) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ &= \left(\frac{5}{2\sqrt{x}} - 7\right)(x^{-2} + 3) + (5\sqrt{x} - 7x)\left(\frac{-2}{x^3}\right) \end{aligned}$$

Logo:

$$h'(x) = \left(\frac{5}{2\sqrt{x}} - 7\right)(x^{-2} + 3) + (5\sqrt{x} - 7x)\left(\frac{-2}{x^3}\right).$$

Exemplo 5: Seja $h(x) = (x + 3)(-2x - 2)$, calcule $h'(x)$.

Com $f(x) = x + 3$ e $g(x) = -2x - 2$, temos:

$$f'(x) = 1$$

e

$$g'(x) = -2.$$

Pelo teorema:

$$\begin{aligned} (f \cdot g)'(x) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ &= (1)(-2x - 2) + (x + 3)(-2) \\ &= -2x - 2 - 2x - 6. \\ &= -4x - 8. \end{aligned}$$

Logo:

$$h'(x) = -4x - 8.$$

Referências

[1] GUIDORIZZI, H. L. **Um curso de cálculo: volume 1.**5a. edição. Editora LTC; 2001.